

Colle n° : Sujet 1

Question de cours. Donner la définition de fonction bijective dans le cadre du cours, puis la définition de fonction réciproque.

Exercice. Calculer $\cos(\frac{\pi}{8})$.

Exercice. Établir que pour tout $x \in \mathbb{R}^+$, on a $\sin(x) \leq x$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x) \geq 1 - \frac{x^2}{2}$.

Exercice. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1. $\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = \sin(x + \frac{3\pi}{4})$.
2. $\cos^4(x) + \sin^4(x) = 1$.
3. $\sin(x) + \sin(3x) = 0$.

Colle n° : Sujet 3

Question de cours. Soit $x \in \mathbb{R}$ non congru à π modulo 2π . On pose $t = \tan(\frac{x}{2})$.

Exprimer $\sin(x)$, $\cos(x)$ et $\tan(x)$ en fonction de t .

Exercice. Quelle est la fonction réciproque de la fonction $x \mapsto \sqrt{x-1}$.

Exercice. Soit $x \neq 0[2\pi]$. Montrer que

$$\sin(x) + \sin(2x) + \dots + \sin(nx) = \frac{\sin(\frac{(n+1)x}{2})\sin(\frac{nx}{2})}{\sin(\frac{x}{2})}$$

En procédant par récurrence sur $n \in \mathbb{N}$.

Exercice. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1. $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) = 0$.
2. $3\cos(x) - \sqrt{3}\sin(x) = \sqrt{6}$.
3. $2\sin(x)\cos(x) + \sqrt{3}\cos(2x) = 0$.

Colle n° : Sujet 2

Question de cours. Quelle est la dérivée de la fonction tangente ? Esquisser le graphe de la fonction tangente.

Exercice. Pour tout $y \in \mathbb{R}$ résoudre l'équation :

$$y = \sqrt{x^2 - 1}$$

d'inconnue $x \in [1, +\infty[$. Qu'en déduit-on en termes de bijectivité ?

Exercice. Développer $\cos(3a)$ et $\tan(a+b+c)$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Exercice. Simplifier

$$\frac{\cos(p) - \cos(q)}{\sin(p) + \sin(q)}$$

En déduire la valeur de $\tan(\frac{\pi}{4})$