

digital.

Le dossier comprend obligatoirement une note dactylographiée, articulée au contenu et spécifiquement pensée comme une analyse de son choix des médiums pratiqués, de leurs puissances propres, de leur histoire et de leur impact contemporain.

### Soutenance :

Le candidat expose une sélection courte et représentative de son travail, de son écriture et de ses démarches.

## **Article 10 - Économie et gestion**

Option I : option économique et de gestion.

Option II : option économique et commerciale générale.

## **ÉPREUVES ÉCRITES D'ADMISSIBILITÉ, OPTION I**

### **Composition de mathématiques et statistiques**

## **A. Éléments de logique**

La logique nécessaire pour l'argumentation et la démonstration mathématique est travaillée transversalement sans que sa maîtrise soit un attendu de la formation, dans la continuité des intentions du programme de mathématiques complémentaires. Cela ne doit pas faire l'objet d'un exposé théorique. Les étudiants apprennent ou perfectionnent la pratique en situation de :

l'utilisation des connecteurs logiques « et », « ou » ;

l'utilisation du quantificateur universel ;

l'identification dans le cas d'une proposition conditionnelle de la proposition directe, sa réciproque, et sa négation ;

l'utilisation des expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;

la formulation de la négation d'une proposition ;

l'utilisation d'un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;

l'utilisation explicite des types de raisonnement spécifiques :  
raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée,  
raisonnement par l'absurde, raisonnement par récurrence.

On introduit les symboles de somme  $\Sigma$  et le produit  $\Pi$  dans le cas fini.

## B. Ensemble et combinatoire

### B. 1. Ensemble

opérations élémentaires sur les parties d'un ensemble : intersection, réunion, complémentation ;  
ensemble des parties d'un ensemble, inclusion, partition ;  
produit cartésien d'un nombre fini d'ensembles.

### B. 2. Relations binaires

définition, propriétés : réflexibilité, symétrie, antisymétrie, transitivité ;  
graphe d'une relation ;  
ordre, relation d'équivalence, classes d'équivalence. Application à la relation de préférence et aux classes d'indifférence ;  
notions de majorant, de minorant, de plus grand élément, de plus petit élément.

### B. 3. Applications

injection, surjection, bijection.

### B. 4. Combinatoire

L'objectif est de fournir aux étudiants les outils de combinatoire nécessaires pour les calculs probabilistes.

- nombre d'applications d'un ensemble fini dans un autre ;
- permutation, arrangement, combinaison ;
- coefficient binomial, factorielle ;
-

$$\sum_{k=1}^n c ; \sum_{k=1}^n k ;$$

- formule du binôme.

## C. Algèbre linéaire

### C. 1. Espace vectoriel $\mathbb{R}^n$

- famille de vecteurs : combinaison linéaire, sous-espace vectoriel ;
- indépendance linéaire, base, dimension ;
- application linéaire, noyau et image d'une application linéaire. Matrice d'une application linéaire ;

- 

$$\mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{R})$$

, opérations sur les matrices. Transposition d'une matrice. Matrices inversibles. Matrices symétriques.

### C. 2. Systèmes d'équations linéaires

écriture matricielle, système de Cramer, résolution par la méthode du pivot de Gauss ;  
rang d'une matrice.

### C. 3. Réduction

valeur propre d'une matrice, vecteur propre, sous-espace propre associé ;  
matrices diagonales, matrices diagonalisables, exemples de diagonalisation ;  
une matrice de taille  $n$  ayant  $n$  valeurs propres distinctes est diagonalisable (théorème admis) ;  
une matrice symétrique est diagonalisable (théorème admis).

## D. Analyse mathématique

### D. 1. Suites

intervalle ouvert, intervalle fermé. Exemples d'ensembles ouverts, ensembles fermés définis par des systèmes d'inéquations ;  
suites de nombres réels. Suites croissantes, suites décroissantes ;

suites usuelles : suites arithmétiques et géométriques. L'étude d'une suite arithmético-géométrique doit être guidée vers l'étude d'une suite géométrique ;

limite d'une suite. Théorème d'encadrement par des suites convergentes de même limite (théorème des gendarmes), théorème de la limite monotone (théorèmes admis).

## D. 2. Fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$

limite d'une fonction en un point. Continuité (tout exposé théorique sur ce sujet est à exclure) ;

étude des fonctions numériques : dérivée, tableau de variation, représentation graphique. Recherche d'extrema locaux et globaux.

Exemples d'études d'asymptotes ;

fonctions usuelles : linéaire, polynômes, logarithmique, exponentielle, puissance, valeur absolue ;

théorème de Rolle (sans démonstration), formule de Taylor, développements limités d'ordre 1 ou 2, allure locale du graphe d'une fonction en un point ;

croissances comparées ;

fonctions convexes deux fois continûment dérivables.

## D. 3. Fonctions de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$

dérivées partielles, points critiques ;

matrice hessienne, formule de Taylor d'ordre 2 (sans démonstration) ;

fonctions concaves, convexes ;

recherche d'extrema locaux : conditions nécessaires, conditions suffisantes ;

recherche d'extrema locaux sous contrainte homogène. Méthode des multiplicateurs de Lagrange.

## D. 4. Intégration dans $\mathbb{R}$

intégrale d'une fonction positive sur un segment, généralisation à une fonction de signe quelconque ;  
utilisation des fonctions primitives pour le calcul des intégrales ;  
intégrale généralisée (définition et exemples) ;  
intégration par parties.

## E. Statistique descriptive

Ces notions gagnent à être illustrées par des exemples tirées d'autres disciplines.

### E. 1. Analyse statistique d'une variable

définition d'une variable statistique : population, caractères, modalités ;  
effectifs, fréquence, fréquences cumulées ;  
représentations graphiques ;  
caractéristiques de position : mode, médiane, quantile, moyenne ;  
caractéristiques de dispersion dans le cas où l'ensemble des modalités est  $\mathbb{R}$  : étendue ; intervalles interquartiles ; variance, écart-type, coefficient de variation.

### E. 2. Analyse statistique de deux variables ; tri croisé :

tableau d'effectifs, fréquences marginale et conditionnelle ;  
covariance, coefficient de corrélation linéaire, ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés.

## F. Éléments de théorie de probabilités

### F. 1. Généralités

- expérience aléatoire, événements, système complet d'événements ;
- définition mathématique de la probabilité ;
- probabilités conditionnelles. Notation  $P_B(A)$ , formule des probabilités totales, formule de Bayes ;
- indépendance en probabilité d'événements.

## F. 2. Variables aléatoires

définition d'une variable aléatoire à valeurs réelles ou plus généralement à valeurs dans  $\mathbf{R}^n$  ;

variables aléatoires réelles discrètes :

loi de probabilité. Fonction de répartition  $F_X(x) = P(X \leq x)$ . Espérance ou moyenne. Variable centrées,

variable aléatoire  $Y=g(X)$  fonction d'une variable aléatoire discrète, où  $g$  est définie sur l'ensemble des valeurs prises par  $X$ ,

variance, écart-type, moment d'ordre 2, variables réduites ;

vecteurs aléatoires discrets (à valeurs dans  $\mathbf{R}^n$ ) :

loi de probabilité d'un vecteur à valeur dans  $\mathbf{R}^n$ ,

lois marginales, lois conditionnelles,

indépendance de deux variables aléatoires réelles ;

indépendance de  $n$  variables aléatoires réelles :

espérance mathématique du produit de deux variables aléatoires indépendantes,

variance d'une somme de variables aléatoires indépendantes,

covariance, coefficient de corrélation linéaire, variance d'une somme de deux variables aléatoires ;

lois discrètes usuelles : loi certaine, loi de Bernoulli, binomiale,

hypergéométrique, géométrique, de Poisson (propriétés admises) ;

variables aléatoires à densité :

définition d'une densité de variable aléatoire. Exemples simples de fonctions d'une variable aléatoire, tels que  $aX + b$ ,  $X^2$ ,  $\exp X$ ,

espérance ou moyenne. Variables centrées,

variance, écart-type. Moment d'ordre 2. Variables centrées réduites ;

lois définies par une densité usuelle : loi uniforme, exponentielle, normale (ou de Laplace-Gauss).

## F. 3. Estimation

échantillonnage ;

risque quadratique ;

estimateur, biais d'un estimateur ;  
estimation ponctuelle d'une proportion. Loi faible des grands nombres  
(sans démonstration).

## **Composition d'analyse microéconomique**

### *Théorie du consommateur*

modélisation du comportement de consommation : relation de  
préférence et fonction d'utilité ;  
équilibre du consommateur : maximisation de l'utilité, minimisation de la  
dépense, dualité ;  
statique comparative (équation de Slutsky) ;  
applications : choix intertemporel ; arbitrage travail-loisir.

### *Théorie du producteur*

description de la technologie, fonction de production ;  
équilibre du producteur en concurrence pure et parfaite : maximisation  
du profit et minimisation du coût.

### *Équilibre concurrentiel*

équilibre partiel en concurrence pure et parfaite ;  
notion de surplus économique, de variation de surplus : réglementation,  
taxation ;  
équilibre général de concurrence : économie d'échange pur, économie de  
production ;  
optimum de Pareto et théorèmes de l'économie du bien-être.

### *Concurrence imparfaite*

notions élémentaires de théorie des jeux : stratégie dominante, équilibre  
de Nash, dilemme du prisonnier. Les candidats devront être capables de  
raisonner en utilisant ces outils fondamentaux dans un cadre impliquant  
2 joueurs et 2 stratégies pour chaque joueur ;  
monopole (simple, naturel, discriminant) ;