

Fiche 16 d'exercices : Compléments d'analyse

1 Exercices d'assimilation du cours

Exercice 1 (Relation de négligeabilité)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ une suite telle que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, |u_n| \leq \sqrt{n} + \frac{1}{n}$.
Montrer que $u_n = o(n)$
 $n \rightarrow +\infty$

Exercice 2 (Relation d'équivalence)

Soit $a \in \mathbb{R}^*$. Déterminer un équivalent de $\left(1 + \frac{a}{n}\right)^n$.

Exercice 3 (Relation de négligeabilité)

Montrer que $f : x \mapsto \frac{1}{x^\alpha}$ est négligeable en 0 devant $g : x \mapsto \frac{1}{x^\beta}$ pour tous $0 < \alpha < \beta$.

Exercice 4 (Relation de négligeabilité)

Justifier que $x^2 + 1 = o(2^x)$
 $x \rightarrow +\infty$

Exercice 5 (Calcul de développement limité)

Déterminer le développement limité à l'ordre 2 en 0 de $f : x \mapsto x\sqrt{1+2x} - \ln(1+x)e^x$.

2 Exercices d'entraînement

Exercice 6 (Recherche d'équivalent)

Donner un équivalent simple et la limite de $\frac{e^{1/x} - 1}{\ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}$ quand x tend vers $-\infty$.

Exercice 7 (Recherche d'équivalent)

Montrer que $\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} - \exp\left(\frac{1}{n^2}\right) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} -\frac{3}{2n^2}$.

Exercice 8 (Calcul de limite)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2n^2 \ln\left(\frac{n^2}{n^2 + 1}\right)$.
Déterminer la limite de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 9 (Calcul de limite)

Déterminer la limite en 0 de $\frac{\sqrt{x + x^3} - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + x^2}$.

Exercice 10 (Calcul de développement limité)

Donner le développement limité à l'ordre 2 en 0 de $f : x \mapsto \ln(2 + x^2)$.

Exercice 11 (Calcul de développement limité)

Donner le développement limité à l'ordre 2 en 1 de $f : x \mapsto \ln(1 + x + x^2)$.