

ESCP 2023 (3) :

Exercice 3

On considère deux variables aléatoires X et Y , indépendantes et suivant la même loi donnée par :

$$P(X=0)=\frac{1}{4}, P(X=1)=\frac{1}{4} \text{ et } P(X=2)=\frac{1}{2}$$

On a donc également :

$$P(Y=0)=\frac{1}{4}, P(Y=1)=\frac{1}{4} \text{ et } P(Y=2)=\frac{1}{2}$$

On pose $S = X + Y$ et $T = XY$ et on admet que S et T sont des variables aléatoires.

- 1) a) Déterminer l'ensemble des valeurs prises par S , puis déterminer la loi de S .
b) En déduire que l'espérance de S est égale à $\frac{5}{2}$.
c) Retrouver ce résultat en utilisant la relation qui définit S .
- 2) a) Déterminer l'ensemble des valeurs prises par T .
b) Vérifier que $P(T=0)=\frac{7}{16}$, puis déterminer la loi de T .
c) En déduire que l'espérance de T est égale à $\frac{25}{16}$.
d) Retrouver ce résultat en utilisant la relation qui définit T .
- 3) Déterminer la loi du couple (S, T) puis retrouver les lois de S et de T .
- 4) Les variables aléatoires S et T sont-elles indépendantes ?
- 5) Vérifier que $E(ST)=\frac{45}{8}$, puis calculer $\text{Cov}(S, T)$.