Certificat d’Aptitude aux Fonctions de Formateur Académique (CAFFA)

Spécialité : Professeur de Mathématiques

2022-2023

La modélisation mathématique

Un outil de formation au service de l’apprentissage des élèves

soutenu par
Véronique Le Payen Poublan
En septembre 2023

Remerciements

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce mémoire. Tout d'abord, je souhaite remercier chaleureusement mes collègues stagiaires de la formation au CAFFA qui m’ont accompagné durant ces deux années de formation. Nos multiples échanges ont été très constructifs.

Je suis aussi reconnaissante envers Perrine Martin, enseignante-chercheuse, qui m’a tutorée tout au long de la rédaction de ce mémoire. Ses commentaires éclairés ont grandement enrichi mon travail et m'ont permis de progresser dans ma réflexion.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance envers mon formateur et collègue, Bernard Martin, dont les références pertinentes ont joué un rôle essentiel dans la rédaction de ce mémoire.

Je souhaite également exprimer ma gratitude envers Vincent Ricomet, Inspecteur Pédagogique Régional de mathématiques, pour ses conseils précieux et sa relecture attentive. Ses recommandations éclairées m'ont grandement aidée à améliorer mon travail et je suis reconnaissante d’avoir pu compter sur son expertise et son soutien tout au long de ce travail.

Enfin, j’adresse un remerciement spécial à Pierre Arnoux, enseignant-chercheur à l’université d’Aix-Marseille, pour ses conseils éclairés, son soutien constant ainsi que son désir sincère de partager son savoir avec moi. Sa passion contagieuse et son engagement indéfectible ont été une source d'inspiration tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Sommaire

Introduction

Enseignante en mathématiques depuis 2001, je me suis toujours intéressée à la perception que la société et donc nos élèves ont de la matière que j'enseigne. J'ai en particulier été marquée par une citation de John Von Neumann : « En mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s'y habitue »[1]. Cela contredit l'idée, bien présente chez nos élèves et leurs familles, de l'existence d'une « bosse des maths » et donc d'un déterminisme mathématique : soit on y réussit, soit non et on ne peut rien y changer. Or je n'adhère pas à cette vision.

C'est avec cette conviction bien ancrée en moi que j'ai commencé ma carrière d'enseignante dans des établissements dits « difficiles » de banlieue parisienne. La question de l'ancrage dans le réel de ma matière a tout de suite influencé ma façon d'enseigner. Je me suis donc naturellement intéressée à des pédagogies et des dispositifs permettant de donner du sens à mon enseignement et d'enrôler les élèves : travaux de groupes, projets transdisciplinaires et innovants… Très vite le travail autour de la modélisation mathématique m'est apparu comme un outil permettant de créer des situations porteuses de sens et d'aider les élèves à répondre à cette question si présente dans nos classes « à quoi ça sert les maths ? ».

Mais cette question du sens n'est pas qu'une interrogation personnelle. C'est un sujet débattu dans l'enseignement français, tout comme dans de nombreux autres systèmes éducatifs à travers le monde. Le débat porte souvent sur la manière dont les mathématiques sont enseignées et perçues par les élèves. Si certains éducateurs et chercheurs estiment que l'enseignement des mathématiques devrait accorder une plus grande importance à la compréhension et à l'application des concepts mathématiques, plutôt qu'à une simple mémorisation des formules et des procédures, d'autres, en revanche, mettent l'accent sur l'importance de la rigueur et de la précision dans l'apprentissage des mathématiques. Elles estiment que les élèves doivent d'abord maîtriser les compétences de base et les techniques mathématiques avant de pouvoir aborder des problèmes plus complexes. Selon

---

[1]Miklós Rédei, *John Von Neumann : Selected Letters*, AMS, 2005, p. 2.

cette perspective, le sens des mathématiques découle de la maîtrise des concepts fondamentaux et des méthodes de résolution de problèmes.

Il est important de noter que ces deux perspectives ne sont pas mutuellement exclusives et qu'un équilibre peut être recherché dans l'enseignement des mathématiques. L'objectif est de développer à la fois la compréhension conceptuelle et la compétence procédurale chez les élèves. Dans le contexte de ce débat, il apparaît que l'intégration de la modélisation mathématique pourrait être une contribution pertinente.

En effet, en France, la réforme des lycées, mise en place en 2019, a cherché à favoriser une approche davantage orientée vers la compréhension des mathématiques. Le programme de l’option Mathématiques Complémentaires de terminale met par exemple l'accent sur la résolution de problèmes, l'expérimentation et la manipulation d'objets concrets afin de développer la compréhension mathématique chez les élèves du lycée.

C’est pourquoi j’ai décidé de travailler dans le cadre de ce mémoire sur les moyens d’aborder le processus de modélisation en formation : comment et pourquoi la modélisation dans l’enseignement des mathématiques pourrait-elle permettre aux enseignants de renouveler leurs pratiques d’enseignement ?

Après avoir donné une définition de la modélisation mathématique, nous étudierons au travers de la didactique ce que ces activités mettent en jeu pour nos élèves et ce qu’elles peuvent apporter aux enseignants dans leur classe. Nous nous placerons en particulier dans le cadre didactique de l’action conjointe. Nous analyserons ensuite l’évolution de la place de la modélisation dans les programmes scolaires et nous réfléchirons au décalage entre les prescriptions institutionnelles et le travail réel des enseignants. Cela nous permettra d’affiner la problématique puis d’émettre des hypothèses concernant ces pratiques effectives de classe. Pour cela, nous analyserons et discuterons de la mise en place d’une action de formation sur le programme de l’option Mathématiques Complémentaires de terminale menée cette année. Enfin nous nous interrogerons sur les évolutions possibles de ce dispositif de formation.

1. La modélisation mathématique

1.1. Une définition

Dans nos sociétés actuelles, la notion de modèle est très présente : on parle de modèles climatiques, de modèles économiques, de modèles numériques, ... et bien sûr de modèles mathématiques.

Historiquement la notion de modèle nous vient de l'art et de l'architecture. Si l'on se réfère à *l'Encyclopédie* de Diderot-D'Alembert (1751-1765), le mot « modèle » est défini par : *« il se dit de tout ce qu'on regarde comme original, et dont on se propose d'exécuter la copie. »* Il y a dans cette définition l'idée de reproduire la réalité. On part du réel pour aller vers le modèle qui donne à en voir une fraction. Il y a également l'idée d'un aspect parcellaire du modèle et de la vision du monde auquel il se réfère. On peut ainsi adopter comme définition de modèle mathématique celle proposée par Georges Israël (1996) : *« un fragment de mathématique appliqué à un fragment de réalité ».*

Une fois la définition du modèle mathématique posée, on peut définir le processus de modélisation de la façon suivante : *« Une démarche de construction d'un modèle en langage mathématique permettant de mettre en relation les éléments choisis dans un fragment de réalité en lien avec la question à étudier. »* (Sonia Yvain-Prebiski, 2018)

Cette approche nous permet de définir certaines caractéristiques que doit avoir un modèle mathématique :

- un modèle est situé : il correspond à une situation précise ;

- un modèle n'est pas unique : à une même situation peuvent correspondre plusieurs modèles mathématiques ;

- un modèle est simplifié : pour rendre utilisable un modèle, des hypothèses simplificatrices sont souvent nécessaires ;

- un modèle est questionnable *a posteriori* : les résultats mathématiques obtenus doivent être confrontés à la réalité.

Ces caractéristiques sont des points importants à prendre en compte pour l'enseignant lorsqu'il prépare une activité de modélisation avec ses élèves.

Une autre dimension à considérer est rappelée dans les documents d'accompagnement : *« La compétence " Modéliser ", si on la prend dans son acception la plus large, renvoie pour le mathématicien au fait d'utiliser un ensemble de concepts, de méthodes, de théories mathématiques qui vont permettre de décrire, comprendre et prévoir l'évolution de phénomènes externes aux mathématiques. »*[2]

On a ici l'idée de l'ouverture des mathématiques vers l'extérieur, c'est à dire vers les autres disciplines. L'idée n'est plus de penser les mathématiques puis de chercher leur application, mais bien de partir d'une situation dans une autre discipline et de trouver l'outil mathématique qui va permettre de résoudre le problème de départ. C'est un changement de paradigme.

On nuancera néanmoins ce propos par la définition donnée par Chevallard (1990) du concept de modélisation : il *« … permet de prendre une vue d'ensemble sur les activités de production de connaissances relevant de disciplines de savoir différentes (physique, biologie, etc.), ou de secteurs différents d'une même discipline (numérique, algébrique, géométrique, etc.), la lecture de l'activité mathématique comme activité de modélisation mathématique permet en outre de pointer, de l'intérieur même de l'École, un aspect fondamental de la gestion sociale des connaissances »*, la modélisation pouvant en effet s'appliquer sur un problème interne aux mathématiques. Chevallard (1989) appelle ce type de modélisation « *la modélisation intra-mathématique* ».

1.2. Que met en jeu l'activité de modélisation pour nos élèves ?

Comprendre les enjeux de l'activité de modélisation et les mécanismes cognitifs mis en œuvre par les élèves dans ce cadre est essentiel au travail de l'enseignant. Si l'on s'appuie sur le multi-agenda de Dominique Bucheton (2009), définir ce que l'élève doit mettre en place dans une telle activité permet d'identifier les éventuels obstacles didactiques et de prévoir la phase de pilotage des tâches (contraintes de temps et d'organisation). De plus, le choix d'une tâche de modélisation au sens de la définition précédemment donnée peut faciliter la phase de tissage pour l'enseignant puisqu'elle est porteuse de sens et qu'elle répond à une problématique. La phase d'étayage s'en trouve donc facilitée.

---

[2] https://eduscol.education.fr/document/17218/download

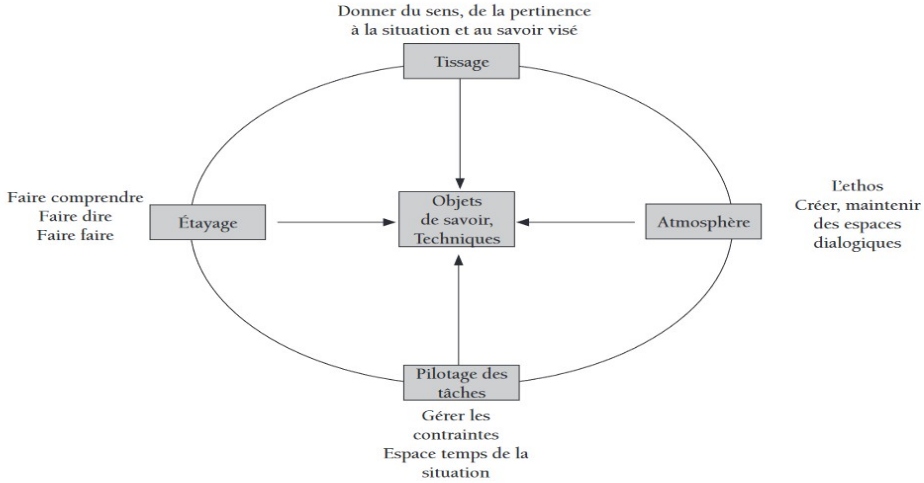


Figure 1: Multi-agenda de Dominique Bucheton

L'activité de modélisation favorise également l'organisation du travail en groupe, ce qui permet à l'enseignant de créer un environnement propice à l'émergence du conflit socio-cognitif, tel que décrit par Vygotski et Bruner. Cela s'inscrit dans le cadre de la théorie de l'action conjointe développée par Brousseau et récemment reprise par Sensevy (2008) dans le domaine de la didactique des mathématiques.

Sensevy (2008, P14) décrit l'action didactique par « ce que les individus font dans des lieux (des institutions) où l'on enseigne et où l'on apprend. » C'est une action conjointe en ce sens qu'elle est fondée sur une communication inscrite dans la durée entre enseignant et élève. Sensevy, qui décrit les pratiques de l'action humaine comme des jeux, explique : « Le modèle du jeu présente notamment le mérite de souligner les aspects affectifs de l'action (l'investissement dans le jeu) et ses aspects effectifs, pragmatiques (quand et comment gagne-t-on?).» Selon ce modèle, l'élève doit produire des stratégies de son propre mouvement : c'est la clause *proprio motu*. Dans ce jeu, le rôle de l'enseignant est essentiel : il agit en tant que médiateur, facilitateur et accompagnateur du processus. Le contrat didactique joue un rôle crucial, tout comme ce que Sensevy (2008, p. 23) désigne par "les milieux", à savoir l'environnement cognitif, les ressources et les contraintes. En particulier, le choix de la situation didactique proposée par l'enseignant doit permettre à l'élève d'accepter d'entrer dans le « jeu ». Brousseau (1998) appelle ces situations « situations adidactiques ». C'est ici que la modélisation mathématique peut aider l'enseignant. Elle permet de proposer des situations porteuses de sens et motivantes. Comme le rappelle Sensevy (2008): *« Un jeu a un enjeu, qui fait en particulier que l'on se prend au jeu ; … On prendra en compte, également, le fait qu'un jeu est toujours descriptible en lien avec une situation donnée.»*

En encourageant les élèves à travailler ensemble pour créer des modèles mathématiques à partir de situations du monde réel, à échanger leurs idées, à discuter de leurs résultats et à collaborer pour résoudre des problèmes complexes, la modélisation mathématique favorise cette action conjointe entre l'enseignant et l'élève. Elle permet à l'enseignant de développer chez ses élèves la pensée critique, le raisonnement mathématique, la capacité à abstraire et à généraliser, ainsi que l'aptitude à travailler en équipe. Elle favorise également une compréhension plus profonde et plus significative des concepts mathématiques, en les reliant à des applications concrètes dans le monde réel. Cela met l'accent sur l'aspect collaboratif de l'apprentissage et encourage les apprenants à être actifs, engagés et créatifs dans leur construction des connaissances mathématiques : ils développent des « stratégies gagnantes » au sens de Senvevy (2008).

Par ailleurs, l'idée d'interaction avec l'environnement et d'interactions sociales pendant les activités mathématiques se retrouve dans les représentations du cycle de modélisation en tant qu'activité de l'élève. Dans le compte rendu de l'enquête PISA de 2012[3], on trouve une première représentation du processus que doit mettre en œuvre un élève quand il est face à un problème de modélisation.

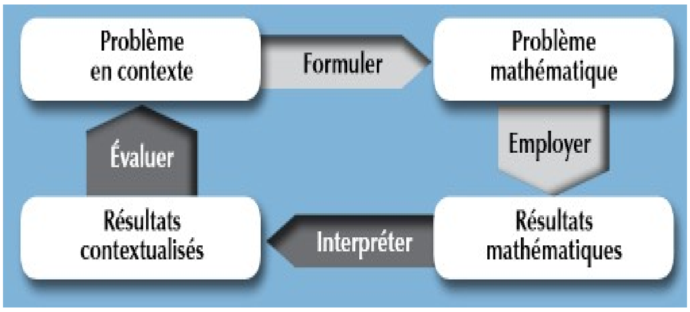


Figure 2: Cycle de modélisation du PISA à partir de 2012

Cette première représentation montre les différentes compétences que l'élève doit mettre en place :

---

[3]https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-volume-I-FR.pdf

- formuler : passage du réel à la formulation mathématique ;

- employer : utiliser l'outil mathématique pour obtenir des résultats mathématiques ;

- interpréter : contextualiser les résultats obtenus ; retour au réel ;

- évaluer : confronter les résultats mathématiques à la réalité.

Cette représentation en cycle ne se veut pas une représentation algorithmique de l'activité mathématique. En effet, ce cycle peut être effectué plusieurs fois pendant une même activité. C'est également une représentation idéalisée : les élèves peuvent omettre des étapes, en refaire plusieurs…

On peut compléter cette représentation par celle proposée par Blum et Leiss en 2005 et reprise en français par Hankeln et Hersant (2020).

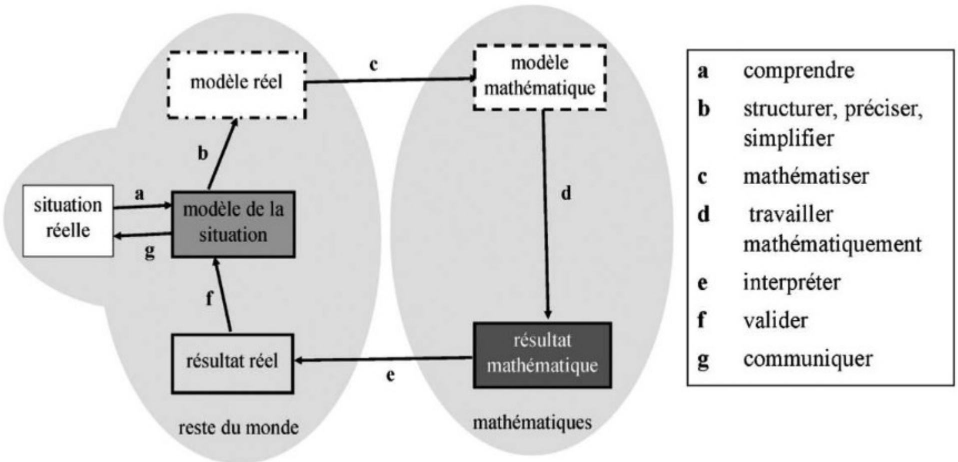


Figure 3: Cycle de Blum et Leiss (2005)

Ce cycle se décompose en sept étapes ce qui permet de détailler plus finement les différents processus mis en jeu : définition du problème, collecte de données, prétraitement des données, sélection du modèle, validation du modèle, ajustement du modèle, interprétation . Une phase de simplification du modèle est ajoutée par rapport au cycle PISA. En effet, une fois le problème défini, il faut collecter les données nécessaires pour alimenter le modèle. Cela peut inclure des données historiques, des données en temps réel ou des données expérimentales, en fonction du contexte de modélisation. Les données collectées peuvent nécessiter un prétraitement pour les « nettoyer », les normaliser, les agréger ou les transformer en fonction des besoins du modèle. Cette étape vise à garantir l'appropriation des données pour l'analyse et la modélisation ultérieure. C'est un point qu'il est intéressant d'aborder avec les élèves afin de réfléchir aux conditions d'application d'un modèle mais également d'en questionner les résultats.

On voit bien qu'il n'existe donc pas une représentation unique « du » cycle de modélisation. Néanmoins, celle proposée par Blum et Leiss a l'avantage de permettre à l'enseignant d'identifier assez finement les phases de blocage pour les élèves et de les anticiper.

De ce fait, l'accompagnement des enseignants à la mise en œuvre de la modélisation comme levier d'apprentissages me semble un projet de formation pertinent.

1.3. Pourquoi former les enseignants à la modélisation ?

Blum et Niss (1991) développent un argumentaire en faveur d'une introduction plus large de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Richard Cabassut dans sa conférence «La *modélisation mathématique* au *collège* et au *lycée professionnel*.»[4] (le *19/05/2016* à *Rouen)* reprend cet argumentaire.

Le premier argument est « formatif ». Richard Cabassut explique que le travail de modélisation permet aux enseignants de travailler les cinq compétences mises en avant par les programmes de mathématiques du lycée[5] : chercher, représenter, modéliser, raisonner, communiquer.

Le deuxième argument est de développer l'esprit critique des élèves. Le choix du modèle ou sa construction permettent de créer un débat argumenté dans la classe.

Le troisième argument est de montrer l'utilité des mathématiques : pour la vie quotidienne, pour les autres disciplines mais également pour la formation du citoyen et de l'individu.

---

[4]https://webtv.univ-rouen.fr/videos/maths-et-autre-continuite-et-innovation-la-modelisation-mathematique-au-college-et-au-lycee-professionnel-enjeux-et-perspectives-par-richard-cabassut/iframe/

[5]https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/90/0/Competences_mathematiques_Lycee_282900.pdf

Ces arguments en faveur de l’activité de modélisation rejoignent les objectifs fixés pour l’enseignement des mathématiques au lycée dans les documents ressources de novembre 2013 :

« La formation mathématique au lycée général et technologique vise deux objectifs :
• L’acquisition de connaissances et de méthodes nécessaires à chaque élève pour construire son avenir personnel, professionnel et citoyen,[…]

• Le développement de compétences transversales (autonomie, prise d’initiative, adaptabilité, créativité, rigueur...) et de compétences spécifiques aux mathématiques ».

Enfin, le dernier argument avancé est de contribuer à améliorer l’image des mathématiques dans la société et de les rendre plus familières, et donc d’agir sur le vécu disciplinaire des élèves au sens que Lahanier-Reuter et Reuter ont donné lors d’une session de formation de formateurs à l'Institut Français de l’Éducation-Centre-Alain-Savary en 2016[6] .

Dans une recherche sur le décrochage scolaire, ils se sont intéressés au vécu disciplinaire des mathématiques. Ils concluent que *« Le poids du vécu mathématique est important dans le poids global des disciplines et il est plutôt négatif. Il varie en fonction du parcours scolaire, du niveau de l'élève. Les élèves qui ont un vécu négatif en mathématiques évoquent : une discipline monotone dans laquelle les exercices sont toujours les mêmes, une discipline qui laisse peu de bons souvenirs, une discipline dans laquelle ont souvent été vécus les pires souvenirs d'école, une discipline qui ne donne pas envie de venir .»*

Les arguments avancés par Blum et Niss vont dans le sens d’une action des enseignants sur le vécu disciplinaire de leurs élèves grâce aux activités de modélisation mathématique plus porteuses de sens et de diversité de thèmes abordés. En effet, selon Lahanier-Reuter et Reuter, le vécu disciplinaire des élèves peut être influencé par de nombreux facteurs, tels que leurs expériences antérieures d'apprentissage, leurs interactions avec leurs enseignants et leurs pairs, leurs perceptions de la pertinence et de la valeur de la discipline, ainsi que leurs

---

[6] https://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/difficultes-dapprentissage-et-prevention-du-decrochage/formation/comment-prendre-collectivement-laccrochage-des-eleves-dans-la-classe

croyances sur leurs propres capacités et compétences dans cette discipline. Il peut varier d'un élève à l'autre et peut évoluer au fil du temps. Certains élèves peuvent avoir un vécu disciplinaire positif, en percevant la discipline comme intéressante, pertinente et valorisante, ce qui peut les motiver à s'engager activement dans l'apprentissage de cette discipline. En revanche, d'autres élèves peuvent avoir un vécu disciplinaire négatif, en percevant la discipline comme difficile, ennuyeuse ou peu pertinente, ce qui peut les décourager et influencer leur engagement et donc leur réussite dans cette discipline.

Il est donc important de reconnaître et de prendre en compte le vécu disciplinaire des élèves dans la conception des activités pédagogiques, afin de favoriser un engagement actif et significatif des élèves dans leur apprentissage.

1.4. Pratiques sociales de référence et pratiques enseignantes

On rejoint ici la notion de « pratiques sociales de référence » introduite par Martinand. Raynal et Rieunier (2014) en donnent la définition suivante : « *ensemble des situations sociales (vécues, connues ou imaginées) auxquelles peut se référer l'apprenant pour donner du sens à ce qu'il apprend, et que le pédagogue mobilise pour créer des situations motivantes* ». L'activité de modélisation prend tout son sens ici. En effet, Yvain-Prebisky(2018) rappelle en citant Martinand « Les pratiques sociales de référence sont des activités par rapport auxquelles un apprentissage prend du sens pour un apprenant ; l'activité ne se réduit pas à un rapport individuel au savoir et se définit comme étant ce que met en jeu le sujet pour satisfaire aux exigences de la tâche. Dans ce cadre, "l'idée de référence ne signifie pas que les activités scolaires doivent être identiques à celles des pratiques invoquées" (Martinand, 1986, p.104) ». Or la modélisation permet de faire ce lien entre un objet mathématique et son utilisation dans la vie courante et donc, au moment de l'apprentissage, de donner du sens pour l'élève en reliant un savoir académique et une réalité vécue ou imaginée par lui. C'est particulièrement important en mathématiques où le vécu disciplinaire semble assez négatif.

On peut se demander alors l'impact de ces pratiques sociales de référence sur les pratiques enseignantes. Altet (2019) définit la « pratique enseignante » ainsi : « La pratique recouvre à la fois des actions, des gestes, des procédures (observables), mais aussi des choix, des stratégies, des décisions, des fins, des buts (activité cognitive interne qui guide ce qui est observable), et les normes du groupe professionnel (dimension institutionnelle) avec les processus et inter-processus en jeu dans la dynamique de l'interaction enseignement-apprentissage ». Cela englobe toutes les décisions prises par les enseignants pour organiser l'apprentissage des élèves, les méthodes pédagogiques utilisées, les interactions avec les élèves, les choix de matériel didactique, les évaluations, et bien d'autres aspects. C'est un processus complexe car il englobe de nombreuses dimensions. Altet (2019) cite en particulier la « dimension didactique, dimension pédagogique, dimension communicationnelle et médiative, dimension contextuelle, temporelle, personnelle (cognitive, affective, émotionnelle), psychosociale, institutionnelle ». En effet, les pratiques enseignantes sont influencées par de nombreux facteurs, tels que les conceptions de l'enseignant sur l'apprentissage, ses valeurs, ses connaissances disciplinaires, son expérience, ainsi que le contexte dans lequel il travaille. Elles peuvent varier considérablement d'un enseignant à l'autre et d'une situation à l'autre, mais elles ont un impact direct sur l'expérience et les résultats d'apprentissage des élèves. Cette « dimension multidimensionnelle » est à prendre en compte en particulier en formation.

Marguerite Altet encourage d'ailleurs la formation continue des enseignants afin de favoriser le développement de pratiques pédagogiques efficaces et adaptées aux défis de l'éducation contemporaine. Cette formation doit leur permettre d'acquérir les connaissances et les compétences nécessaires pour concevoir et mettre en œuvre des pratiques pédagogiques de qualité. Elle doit également favoriser le développement professionnel des enseignants, en leur offrant des opportunités d'échange, de réflexion et d'actualisation de leurs connaissances.

La modélisation mathématique étant une approche ancrée dans le réel, elle peut permettre d'aborder les défis de l'éducation contemporaine et permettre aux enseignants de développer leurs compétences professionnelles. Il convient donc de questionner sa place dans les programmes scolaires et son évolution.

2. Modélisation et programmes scolaires

2.1. Une place variable

De nos jours, la compétence « modéliser » est au cœur des programmes scolaires de mathématiques du cycle 2 jusqu'au lycée. Cette référence explicite à la modélisation n'a pas toujours été présente, ce qui a parfois contribué à donner aux mathématiques une image de science abstraite et déconnectée de la réalité.

Pourtant dès le début du XXe siècle, le mathématicien français Émile Borel[7] proposait d'*« introduire plus de vie et de sens du réel dans notre enseignement mathématique »* afin que les élèves *« se rendent compte par eux-mêmes que les mathématiques ne sont pas qu'une pure abstraction. »* La réforme scolaire de 1902 visait un enseignement des mathématiques pratique, concret et applicable.

Mais cette vision a été plusieurs fois remise en question au cours du dernier siècle notamment dans les années 1960-1970 avec la réforme dite « des mathématiques modernes ». D'Enfert et Gispert (2011) rappellent les principes de cette réforme :
« Premier principe : les mathématiques sont une science déductive, et non une science expérimentale[…] Deuxième principe : les mathématiques forment une théorie – la mathématique – qui doit rassembler sous une même structure des connaissances présentées jusque-là de façon éparse. Sont exclues les notions mathématiques qui ne débouchent pas sur des concepts ou sur des techniques mathématiques contemporains. » On voit bien ici une vision abstraite des mathématiques même si il y a une intention d'universalité et de cohésion dans ce projet. La réforme défendait une approche plus axiomatique des mathématiques associée à une volonté de mettre en cohérence le développement des structures mathématiques avec le développement cognitif des élèves sous l'influence de Piaget.

Depuis les années 90, sous l'impulsion de la Communauté Européenne et de la communauté internationale, le contenu des programmes de mathématiques est revenu vers un enseignement plus ancré dans le réel où la résolution de problèmes redevient une activité centrale pour les élèves. En 1995, la France participe à la première enquête TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study), dont l'objectif

---

[7]Cité par Gispert (2014): https://www.democratisation-scolaire.fr/spip.php?article189

affiché est de comparer les systèmes éducatifs pour améliorer les apprentissages. En 1997 est créée la première enquête PISA (Program for International Students Assessment) pilotée par l'OCDE (Organisation de Coopération et de Développement Économiques) dans le but de mesurer l'efficacité des systèmes éducatifs. Ces deux enquêtes mettent la modélisation au cœur de l'enseignement et la désignent comme vecteur de progrès chez les élèves.

2.2. La réforme des lycées de 2019

Une nouvelle option est proposée aux élèves de terminale : l'option Mathématiques Complémentaires. Pour la suivre, les élèves doivent avoir suivi l'enseignement de spécialité de première ou, depuis septembre 2022, l'option mathématique de première. L'organisation du programme de cet enseignement se fait autour de neuf thèmes d'études issus de divers domaines (sciences, économie...) et la modélisation est clairement mentionnée dans le *BO*[8] *:*

« Les thèmes d'étude du programme proposent une approche nouvelle, avec des problèmes issus des autres disciplines ou internes aux mathématiques. Les compétences de modélisation et de communication sont particulièrement mises en valeur »

Il est assez explicite dans ce programme que l'enseignant doit s'appuyer sur les thèmes d'étude pour construire son enseignement et donc sa progression pédagogique. Au lieu de penser une progression par notions mathématiques, l'idée est de construire une progression thématique : l'outil mathématique vient en deuxième position pour répondre à une problématique issue de différents domaines (économie, physique, biologie, ...).

Pour autant, malgré la prescription institutionnelle, la mise en œuvre par les enseignants interroge sur l'articulation entre le travail prescrit et le travail réel.

---

[8] https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/13/4/spe265_annexe_1159134.pdf

3. Travail prescrit et travail réel

Nous prendrons comme définition de la prescription celle de « prescription primaire » qui est donnée par Goigoux (2007) : *« nous appelons prescription tout ce que l'institution scolaire définit et communique au professeur pour l'aider à concevoir, à organiser et à réaliser son travail : les programmes d'enseignement et autres instructions officielles, les lois et règlements de la fonction publique d'État, l'évaluation du travail enseignant réalisée par les inspecteurs de l'Éducation Nationale, l'évaluation des acquis des élèves, etc... »*

Ici nous ne nous intéresserons pas à la prescription secondaire qui concerne uniquement les enseignants débutants.

Depuis de nombreuses années, la différence entre le travail prescrit et le travail réel des enseignants est un sujet de plus en plus crucial dans le domaine de l'éducation et de la pédagogie. Cette disparité peut poser des problèmes pour les élèves, notamment en ce qui concerne leur engagement, leur motivation et leur apprentissage.

Comme le souligne Yves Clot, le travail prescrit, « c'est ce qui est attendu du travailleur et formalisé dans des procédures, des directives, des marches à suivre, des codes, des programmes, ... » (Clot, 2008). Il s'agit des attentes et des exigences imposées aux enseignants qui explicitent de ce qu'ils doivent enseigner, comment ils doivent le faire et dans quelles conditions. Amigues (2009) y ajoute une perspective historique « c'est la manifestation d'un choix politique à un moment donné de l'histoire d'un pays ». Cette dimension est particulièrement intéressante dans l'enseignement des mathématiques où l'on a par exemple vu que la place de la modélisation mathématique avait évolué à différents moments.

D'autre part, Amigues (2009) définit l'activité de l'enseignant comme « le siège de compromis que le professeur doit passer avec lui-même (et avec les autres) pour accroître, non seulement "l'efficacité", mais aussi "l'efficience" de son action. C'est ce que la psychologie du travail et l'ergonomie nomme le "travail réel". »

Le travail réel, c'est donc ce que les enseignants font effectivement dans leur pratique quotidienne, en fonction de leur propre expérience, de leur contexte de travail, de leurs ressources disponibles, etc. Il s'agit de la manière dont les enseignants mettent en œuvre leur pratique pédagogique en classe, en prenant en compte les réalités du terrain et les besoins de leurs élèves.

La différence entre le travail prescrit et le travail réel des enseignants peut avoir un impact significatif sur les élèves. Selon Yves Clot, si les enseignants sont contraints de suivre strictement les prescriptions institutionnelles, cela peut limiter leur capacité à s'adapter aux besoins spécifiques de leurs élèves, à personnaliser leur enseignement et à créer un environnement d'apprentissage stimulant et adapté : ils se retrouvent face à un dilemme professionnel. Ils peuvent alors se sentir déconnectés de la réalité de leurs élèves, ce qui peut entraîner un manque d'engagement et de motivation dans leur enseignement. Amigues (2009) précise « si les conflits sont trop forts pour l'individu, son engagement dans la tâche ou dans le collectif peut se réduire ; il peut aussi adopter des routines figées dans la réalisation de la tâche... »

De plus, la différence entre le travail prescrit et le travail réel des enseignants peut également avoir des conséquences sur la manière dont les élèves sont évalués, comme le souligne René Amigues. Selon lui, les prescriptions institutionnelles peuvent générer une forme de standardisation de l'évaluation, qui ne prend pas toujours en compte les spécificités des élèves et peut conduire à une évaluation moins juste et équitable. En effet, si les enseignants sont contraints de suivre strictement les prescriptions institutionnelles, cela peut limiter leur capacité à évaluer de manière authentique et pertinente les acquis des élèves en fonction de leur réalité et de leur contexte spécifique. Cela peut également créer des incohérences entre les objectifs d'apprentissage prescrits et les évaluations mises en place, entraînant une confusion pour les élèves et un manque de retour adapté à leur progression.

En conséquence, la différence entre le travail prescrit et le travail réel des enseignants peut avoir un impact sur la motivation, la confiance en soi et le sentiment de réussite des élèves. En effet, lorsque les enseignants sont contraints de se conformer strictement aux prescriptions institutionnelles, cela peut entraîner un enseignement moins adapté, moins stimulant et moins efficace sur le plan de l'apprentissage. Les élèves peuvent alors perdre leur motivation et leur intérêt pour l'apprentissage, ce qui peut affecter leur réussite scolaire et leur parcours éducatif.

Il est essentiel de reconnaître que les enseignants sont confrontés à des réalités complexes et variées dans leur pratique quotidienne, et qu'ils ont besoin de flexibilité et d'autonomie pour adapter leur enseignement en fonction des besoins spécifiques de leurs élèves. Le décalage entre le travail prescrit et le travail réel peut donc créer des tensions pour les enseignants, notamment en termes d'autonomie, de charge de travail, de conflits de valeurs, de pression sociale et de risques psychosociaux. Il est important de reconnaître ces défis et de soutenir les enseignants dans leur pratique professionnelle afin de pouvoir concilier un enseignement de qualité et de promouvoir la réussite des élèves. Il est également nécessaire de les accompagner avec bienveillance : c'est le rôle de la formation.

Cette prise de conscience m'a amenée à me questionner en particulier sur les outils à proposer en activité de formation pour mieux accompagner les enseignants dans leurs pratiques.

4. Problématique et méthodologie

4.1. Problématique et questions de recherche

La lecture de ces différents travaux de recherche concernant la modélisation mathématique, les pratiques sociales de référence et la différence entre travail prescrit et travail réel, m'a amenée à me questionner sur l'apport de la modélisation pour la formation des enseignants de mathématiques. On a vu précédemment le pourquoi d'une telle formation. Je vais donc m'intéresser au comment : comment la modélisation mathématique pourrait-elle permettre aux enseignants de renouveler leurs pratiques d'enseignement ?

Ma première hypothèse est que les enseignants ne se sentent pas assez formés sur la modélisation et donc l'utilisent peu car ils peuvent se sentir démunis lorsqu'il s'agit de concevoir des problèmes de modélisation, de choisir des outils technologiques adaptés ou encore de guider les élèves dans le processus de modélisation : cela pourrait entraîner une certaine réticence ou un manque de confiance dans l'utilisation de cette approche. Une formation à la modélisation pourrait donc leur permettre de s'outiller dans ce domaine.

Ensuite, on a vu précédemment que la progression par thèmes est une prescription institutionnelle dans certains programmes. Ma seconde hypothèse est que les enseignants de mathématiques n'utilisent pas la modélisation comme outil pour construire leur progression pédagogique. Une formation pourrait donc leur permettre de changer la façon dont ils abordent le programme et la planification des apprentissages de leurs élèves en particulier pour l'option Mathématiques Complémentaires de terminale.

Enfin, la recherche montre que la modélisation mathématique permet de donner un sens concret et pratique aux concepts mathématiques théoriques, ce qui favorise l'engagement et la motivation des élèves. Ma troisième hypothèse est donc que l'utilisation de la modélisation mathématique par les enseignants leur permet d'enrôler les élèves et ainsi d'agir sur leur vécu disciplinaire. Une formation axée sur la modélisation offrirait aux enseignants des outils utiles pour motiver les élèves, favoriser la collaboration et encourager la communication mathématique. Cela les aiderait à créer un environnement d'apprentissage stimulant où les élèves peuvent développer une compréhension approfondie des mathématiques et des compétences essentielles pour leur parcours académique et professionnel.

4.2 Contexte

L'inspection académique régionale de mathématiques m'a contactée afin de concevoir et d'animer une formation sur l'option Mathématiques Complémentaires de terminale. Le format de la formation est fixé : ce sont deux groupes d'enseignants désignés par l'inspection qui enseignent en lycée l'option Mathématiques Complémentaires. Chaque groupe aura une journée de formation de 6 heures.

On a vu précédemment que la modélisation est une prescription forte du programme de l'option Mathématiques Complémentaires de terminale. La conception et l'animation de cette formation va donc me permettre de trouver des éléments de réponse à ma problématique et de vérifier mes hypothèses.

Pour étudier la question de l'intégration de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques et préparer la formation, j'ai d'abord procédé à une enquête auprès des enseignants inscrits à la formation en utilisant l'application SOFIA-Académique et la messagerie académique (Annexe 1). L'objectif était de recueillir des informations, les représentations et les ressentis des enseignants concernant la place de la modélisation dans leur pratique pédagogique. Il s'agissait d'un ensemble de neuf questions qui s'articulaient autour de trois thématiques. D'abord celle de la définition de la modélisation. Ensuite il s'agissait de déterminer comment les enseignants utilisaient la modélisation en classe. Enfin les questions s'intéressaient aux avantages et aux difficultés que les enseignants identifiaient dans les activités de modélisation. L'enquête a été menée en décembre pour le premier groupe et en mars pour le deuxième. Ce sondage avait pour objectif de recueillir des informations précises sur les manières dont la modélisation est utilisée en classe par les enseignants dans leur action conjointe avec les élèves.

L'objectif principal de cette étude était de se concentrer sur un aspect particulier de l'ingénierie de la formation, à savoir l'analyse des problèmes d'enseignement associés à l'utilisation de la modélisation. L'enquête avait pour but de comprendre en profondeur les pratiques d'enseignement réelles en examinant de près des situations concrètes. L'approche adoptée visait à concevoir un programme de formation qui établirait un lien concret entre la pratique sur le terrain et le cadre conceptuel développé. En se basant sur des observations du travail réel des enseignants, j'ai cherché à élaborer une formation capable de répondre directement aux défis et aux besoins identifiés, favorisant ainsi une mise en pratique efficace des connaissances théoriques acquises.

4.3. Méthodologie et recueil des données

La population interrogée est constituée de 47 enseignants. Ils sont tous en poste dans des établissements de l'académie d'Aix-Marseille. Ce sont des enseignants qui ont plus de 5 ans d'ancienneté. Parmi eux 37 ont répondu effectivement au questionnaire. Certains enseignants ont répondu via l'application SOFIA-Académique, d'autres par mail et quelques uns en présentiel.

Les données numériques collectées ont été analysées à l'aide d'un tableur, où elles ont été présentées sous forme de pourcentages. Dans un souci de clarté, les pourcentages ont été arrondis à l'unité. Quand les réponses étaient libres, elles ont été synthétisées.

5. Résultats : la place de la modélisation dans les pratiques enseignantes

Afin de concevoir le dispositif de formation et de répondre aux hypothèses formulées précédemment, j'ai choisi de concentrer mon analyse sur certains points de l'étude.

En effet, la commande institutionnelle concernant la formation ne portait pas sur la modélisation en général, mais spécifiquement sur l'option de Mathématiques Complémentaires en terminale. Il y a donc des questions relatives au fonctionnement de cette option dans les établissements. Néanmoins l'ensemble des résultats est disponible en Annexe 2.

5.1. Les résultats

La question 6 interroge les enseignants sur leur sentiment d'être assez formés par rapport à la modélisation. On voit que 16 % d'entre eux ne se sentent pas du tout formés et 50 % plutôt pas formés. Seuls 13 % se sentent tout à fait formés. Cela vérifie ma première hypothèse. Ce constat est également renforcé par les résultats de la question 4 où l'on demande aux enseignants la fréquence à laquelle ils utilisent des activités de modélisation : la moitié (51 %) déclarent utiliser peu souvent voir rarement des activés de modélisation.

Dans la question 5, on demande aux enseignants qui utilisent la modélisation de se prononcer sur le type d'activités où ils en font usage. On obtient une répartition assez équitable des usages : activité d'introduction, de synthèse, d'exercices. Mais la conception d'une progression pédagogique n'est pas citée. Pourtant cette étude porte sur des enseignants de Mathématiques Complémentaires où la progression par thèmes fait partie des prescriptions. Cela valide donc ma deuxième hypothèse.

Enfin pour questionner les enseignants sur l'enrôlement des élèves, j'ai choisi de les interroger sur leur ressenti par rapport à l'option Mathématiques Complémentaires. En effet, le programme de cette option étant centré sur la modélisation, j'ai pensé que leur ressenti pouvait être un point d'entrée sur les apports de la modélisation quant à l'enrôlement des élèves. La question 7 montre que 84 % des enseignants sont satisfaits, voir entièrement satisfaits, par l'enseignement de cette option. Quand on les interroge plus précisément sur les raisons de cette satisfaction, la motivation des élèves apparaît dans les propositions mais elle n’est pas la réponse la plus donnée. On ne peut donc pas totalement valider ma troisième hypothèse.

5.2. Conclusion et analyse des besoins

En conclusion, mon étude sur la manière dont la modélisation mathématique est perçue et utilisée par les enseignants de mathématiques a permis de mettre en évidence plusieurs points importants.

Tout d’abord, ma première hypothèse sur le besoin en formation sur la modélisation des enseignants a été vérifiée. J’ai pu constater que certains enseignants peuvent se sentir démunis lorsqu'il s'agit de concevoir des problèmes de modélisation, de choisir les bons outils technologiques ou de guider les élèves dans le processus de modélisation. Cela souligne l'importance de fournir un soutien et des ressources adéquates aux enseignants afin de renforcer leurs compétences dans ces domaines spécifiques. Faire connaître des outils comme le cycle de modélisation de Blum et Leiss (2005) peut, comme on l’a vu précédemment, rassurer les enseignants en leur permettant d’anticiper les passages à risque pour les élèves dans une activité de modélisation et de prévoir les phases de pilotage et d’étayage.

Ensuite, ma deuxième hypothèse a été confirmée par les résultats. Les enseignants de mathématiques n'utilisent généralement pas la modélisation comme outil pour construire leur progression pédagogique. Cela soulève des opportunités d'amélioration pour les programmes de formation des enseignants, en mettant davantage l'accent sur l'intégration de la modélisation mathématique dans la planification et la mise en œuvre des leçons. Une formation à la modélisation abordant l’aspect des progressions, notamment dans le cadre de l’enseignement de l’option Mathématiques Complémentaires de terminale, permettrait d’accompagner les enseignants dans la mise en œuvre des prescriptions. En effet, on a vu dans les travaux d’Yves Clot que les enseignants font face à des dilemmes professionnels créés par des écarts entre le travail prescrit et le travail réel. La progression par thèmes est une prescription forte du programme de Mathématiques Complémentaires, mais elle semble peu utilisée dans la réalité. Une formation avec un atelier autour de ce thème devrait permettre aux enseignants de réfléchir sur cette prescription et de les faire évoluer dans leurs gestes professionnels. Marguerite Altet explique d'ailleurs que c'est un des objectifs de la formation continue : offrir aux enseignants des opportunités d'échange, de réflexion et d'actualisation de leurs connaissances.

Enfin ma troisième hypothèse n'a pas pu être totalement vérifiée par l'étude malgré des indices allant dans le sens de l'argumentaire développé par Richard Cabassut (le 19/05/2016 à Rouen). Si les enseignants reconnaissent l'intérêt des activités de modélisation pour donner du sens à leur enseignement, certains se montrent néanmoins réservés sur l'enrôlement des élèves. Une formation spécifique sur la modélisation mathématique devra donc montrer qu'elle peut aider les enseignants à développer des compétences essentielles pour engager les élèves, favoriser la collaboration et encourager la communication mathématique. Ces compétences sont cruciales pour susciter l'intérêt des élèves et les amener à s'impliquer activement dans leur apprentissage.

Grâce à ces éléments, j'ai pu identifier des besoins puis concevoir un dispositif de formation approprié.

6. Conception et animation d'un dispositif de formation

J'ai construit le dispositif de formation en m'appuyant sur les besoins identifiés suite à l'étude précédente et en m'appuyant sur l'étoile de formation de l'Institut Français de l'Éducation.[9]

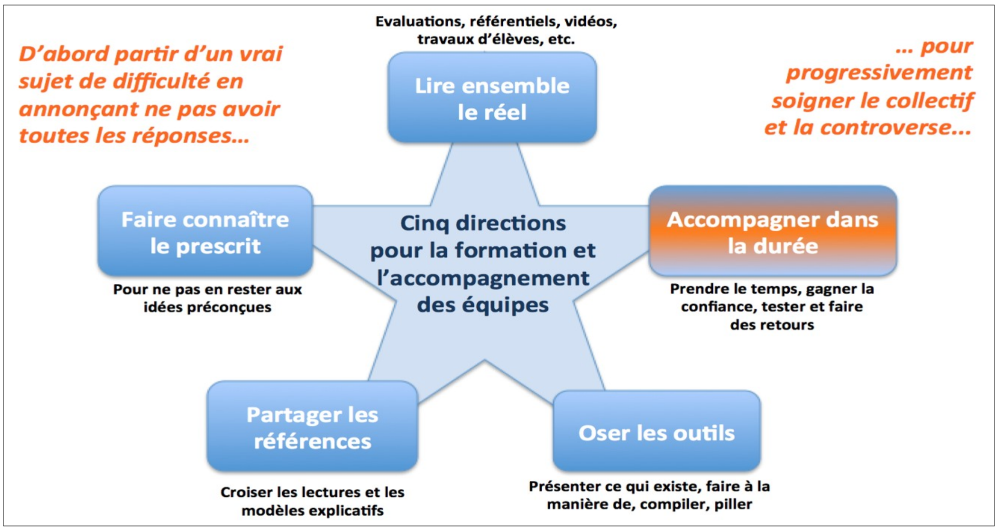


Figure 4: Cinq directions pour nourrir l'individu et le collectif (Ifé, 2019).

[9]http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/images/capture-d2019ecran-2016-10-18-a-09-41-44.png/view

6.1. Accueillir

L'accueil est le premier temps de la formation. Il est crucial. En effet, il doit favoriser et installer un sentiment d'acceptation de la formation chez chaque participant. C'est un passage particulièrement à risque quand la formation a lieu pour un public désigné, ce qui a été le cas ici. Comme le souligne Clot (2014), il est important de « se reconnaître dans quelque chose à résoudre, un dilemme de métier, dans quelque chose que l'on cherche à faire ensemble, qu'on cherche à comprendre. »

Le questionnaire transmis en amont a permis de faire émerger les véritables besoins et les dilemmes professionnels liés à la mise en place d'activités de modélisation. Il est important de commencer par une mise en lumière des résultats de cette enquête, ce qui favorise la dynamique de groupe en permettant à chacun de se reconnaître dans des questions ou des problématiques communes et en montrant aux stagiaires que l'on prend en compte leurs besoins (utilité de la formation). J'ai donc commencé la journée par une diapositive que j'ai appelée « ce que vous en avez-dit » afin de faire une synthèse des remarques et questionnements et de faire le lien entre l'étude préalable à la formation et le plan de la journée.

Dès lors que les stagiaires commencent à se sentir écoutés et ont le sentiment d'être entendus dans leurs questionnements professionnels, l'acceptabilité de la formation devient plus aisée. On peut alors se concentrer sur le travail autour de la thématique de la modélisation et l'utilisabilité de la formation.

6.2. Premier atelier

Ce premier atelier a consisté en une analyse collective du programme. Puis des groupes de 4-5 stagiaires sont formés afin de favoriser la « dispute professionnelle », décrite par Clot (2014) comme la confrontation de points de vue divergents qui nécessitent des arguments pour convaincre. Je souhaitais amener les stagiaires à travailler sur la conception de progressions et à les faire réfléchir sur l'utilisabilité de la progression par thèmes, préconisée par les programmes de l'option Mathématiques Complémentaires de terminale (hypothèse 2[10]). La tâche consistait à établir une liste pointant les avantages et les difficultés à utiliser la progression par

[10]Hypothèse 2 : les enseignants n'utilisent pas la modélisation comme outil de construction de progression pédagogique.

thèmes. Afin de faire participer le groupe, de dynamiser et de maintenir l'attention, j'ai utilisé la technique des « post-it » : j'ai distribué à chaque groupe trois « post-it » roses et trois verts. Chaque groupe devait y inscrire trois avantages et trois difficultés qu'ils rencontraient dans leur pratique professionnelle pour la mise en place de la progression par thèmes. Une fois leurs idées mises par écrit, un membre de chaque groupe est venu au tableau accrocher les « post-it » de son groupe. J'ai ensuite, avec l'aide des stagiaires, classé les réponses par catégorie. Cela m'a permis de mettre en évidence la nécessité, d'abord d'une contribution théorique permettant une meilleure compréhension de la modélisation, ensuite du renforcement de sa maîtrise en tant qu'outil.

Un premier apport théorique est apporté à la fin de cet atelier autour du cycle de modélisation de Blum et Leiss (2005). Puis un extrait d'un article de recherche (Blum-Niss, 1991)[11] est résumé. Il présente un argumentaire en faveur de l'introduction plus large de la modélisation et de ses applications dans le domaine de l'éducation, ainsi que des principales difficultés rencontrées. Ce document est une traduction en français du texte original de Blum et Niss. Il a été proposé dans le cadre du projet LEMA (Apprentissage et Enseignement dans et par la Modélisation et les Applications, 2006-9), financé par l'Union Européenne. Ce projet a développé des ressources pour soutenir la formation des enseignants de mathématiques des écoles primaires et secondaires. La version française de cet article est plus accessible que sa version originale en anglais. Sa lecture a été bénéfique pour enrichir le débat. Les participants avaient des opinions variées sur les arguments avancés. Cette discussion m'a permis de proposer des solutions aux difficultés évoquées par les stagiaires dans la première partie de l'atelier. Échanger des idées sur les différentes stratégies pour surmonter ces obstacles a constitué une conclusion constructive pour ce premier atelier.

6.3. Deuxième atelier

Ce deuxième atelier a consisté en des travaux pratiques sur ordinateur afin d'outiller les stagiaires pour la mise en place d'activités de modélisation avec leurs élèves.

[11]En annexe 3; document disponible ici.
http://espe-formation.unistra.fr/lema/french/resources/modelling_why_modelling_resources_fr.pdf

L'idée est ici de partager des outils pour répondre à notre première hypothèse[12]. Une fiche d'activités est distribuée aux stagiaires (Annexe 4). Trois modèles en épidémiologie sont à étudier à l'aide de logiciels différents (tableur, Geogebra). Ces modèles sont présentés de différentes manières : à construire seul, à construire à partir de règles données, et à tester. Ces activités sont issues d'une brochure que j'ai coécrite avec le professeur Pierre Arnoux de l'université d'Aix-Marseille dans le cadre de l'Institut de Recherche pour l'Enseignement des Sciences[13]. Ce partage d'outils se fait également avec un partage de pratiques et un retour d'expérience puisque j'ai testé toutes ces activités avec des élèves.

6.4. Conférence et apport théorique

Dans le questionnaire, les enseignants ont fait remonter des difficultés en termes de connaissances théoriques en particulier en économie. J'ai donc décidé de prévoir un temps d'apports théoriques autour d'activités économiques. Le professeur Pierre Arnoux, enseignant chercheur en mathématiques, a animé pendant deux heures une conférence sur ce thème. Cela a permis aux stagiaires de suivre l'intervention d'un spécialiste et donc d'approfondir leurs connaissances et de se sentir plus experts. A la fin de la conférence, nous avons proposé des exemples d'activités à réaliser avec les élèves et avons discuté de leur mise en place avec les stagiaires. Cela a permis d'aborder également la continuité pédagogique entre le secondaire et le supérieur, puisque Pierre Arnoux enseigne en licence Sciences et Humanités à l'université d'Aix-Marseille.

6.5. Accompagner et évaluer

A la fin de la formation, un espace Tribu a été créé pour les stagiaires afin qu'ils puissent récupérer tous les documents de la formation. Un forum est prévu dans cet espace afin de pouvoir poser des questions et permettre un accompagnement du groupe dans la durée. De plus, un questionnaire de satisfaction « à chaud » a été envoyé via la plateforme SOFIA-Académique.

---

[12] Hypothèse 1 : les enseignants peuvent se sentir démunis par rapport aux contenus ou aux outils.

[13] https://amubox.univ-amu.fr/s/ka7R3rs3JN2S7qn

Cependant, l'évaluation d'un tel dispositif de formation soulève une problématique qui nécessite une exploration plus approfondie. La simple satisfaction des participants à la fin de la formation ne suffit pas à mesurer son succès de manière adéquate. Un indicateur plus fiable de réussite consisterait, par exemple, à déterminer combien d'entre eux adopteront la progression par thèmes pour l'enseignement de l'option Mathématiques Complémentaires l'année prochaine. Il est essentiel d'aller au-delà des réactions subjectives afin d'évaluer l'impact concret de la formation sur les actions et les comportements professionnels des participants.

Conclusion

La modélisation mathématique a fait l'objet d'études théoriques approfondies dans les domaines de la pédagogie et des sciences de l'éducation. Elle se révèle être un domaine essentiel pour la formation des enseignants de mathématiques. Notre étude s'est intéressée à trois hypothèses : le besoin en formation, l'utilisation de cette modélisation et l'impact de l'activité de modélisation mathématique sur les apprentissages des élèves et donc sur les gestes professionnels des enseignants. Les hypothèses formulées ont été globalement vérifiées.

Suite à ce travail, j'ai réfléchi à la conception d'une formation autour de la modélisation pour l'enseignement de l'option Mathématiques Complémentaires de terminale. Compte tenu des contraintes institutionnelles, j'ai dû fonctionner avec un temps de formation imposé et un public désigné. J'ai ensuite animé cette formation sur deux groupes différents à trois mois d'intervalle. J'ai pu constater déjà une évolution dans les méthodes et les outils que j'ai utilisé pour animer ces deux journées. En effet, il m'a fallu m'adapter à deux groupes très différents en termes d'effectifs et d'acceptation de la formation. Le point qu'il reste à faire évoluer est l'accompagnement et l'évaluation de ce dispositif de formation. En effet, les enseignants ont certes répondu à un questionnaire « à chaud » via l'application SOFIA-Académique et les retours ont été très positifs (Annexe 5) mais cela reste assez subjectif. De plus, si les enseignants se sont massivement inscrits sur l'espace Tribu (pour le 1er groupe : 25 inscrits sur 30), le forum n'a pas réellement fonctionné : j'ai constaté peu de questions ou d'échanges.

C'est ce point qui me semble t-il est à questionner encore : comment accompagner dans la durée les enseignants et comment évaluer objectivement l'impact de la formation ? Une piste serait peut être de changer le format de la formation. Ici il était fixé à une journée. Dans la perspective où je devrais animer de nouveau cette formation, j'opterais pour un format de deux demi-journées avec un temps de réunion en visioconférence entre ces deux demi-journées. Il faudrait également réfléchir à l'aspect transférable de cette formation sur un autre public (premier degré, collège…) mais également aux évolutions possibles en terme de contenus.

Le travail sur ce mémoire m'a permis de prendre de la distance par rapport au rôle de formateur et de prendre conscience des différents aspects de la mission de formateur. Cela m'a également conforté dans l'idée de poursuivre cette mission en particulier autour de la modélisation qui est, j'en suis convaincue, un vecteur de formation utile et utilisable pour les enseignants de mathématiques mais aussi potentiellement transférable à d'autres disciplines et/ou dans une optique de collaborations transdisciplinaires.

Références Bibliographiques

Altet, M. (2019). Conjuguer des recherches sur les pratiques enseignantes et sur la formation des enseignants : une double fonction scientifique et sociale des Sciences de l’éducation. *Les Sciences de l’éducation-Pour l’Ere nouvelle, vol. 52, P29-60.*

Amigues, R.(2009). Le travail enseignant : prescriptions et dimensions collectives de l’activité. *Les Sciences de l’éducation-Pour l’Ère nouvelle, vol. 42, n°2.*

Blum W., Leiss D. (2005). « Filling up » - the problem of independance-preserving teacher interventions in lessons with demanding modeling tasks. *M. Bosch (Ed.) Proceedings for the CERME 4, Spain. 1623-1633.*

Blum, W., Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects — State, trends and issues in mathematics instruction. *Educ Stud Math 22, 37–68.*

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques.* La Pensée Sauvage.

Bucheton, D., Soulé, Y. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l’enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées *Éducation et didactique , vol 3 – n°3.*

Chevallard, Y. (1989). Le passage de l’arithmétique à l’algèbre dans l’enseignement des mathématiques au collège. Deuxième partie. Perspectives curriculaires . *Petit x*, *19*, 43-72.

Chevallard, Y. (1990). Le passage de l’arithmétique à l’algèbre dans l’enseignement des mathématiques au collège Troisième partie : voies d’attaque et problèmes didactiques. *Petit x*, n°23, P5-38.

Clot Yves (2008). *Travail et pouvoir d'agir.* Paris : PUF.

Clot, Y. (2014). Réhabiliter la dispute professionnelle. *Le journal de l’école de Paris du management*, n°*105(1), P 9-16.*

Enfert (d') R., Gispert H. (2011). Une réforme à l'épreuve des réalités. Le cas des « mathématiques modernes » en France, au tournant des années 1960-1970. *Histoire de l'éducation.*

Goigoux R.(2007). Un modèle d'analyse de l'activité des enseignants. *Éducation et didactique, Presses universitaires de Rennes.*

Hankeln, C., Hersant, M. (2020). Processus de modélisation et processus de problématisation en mathématiques à la fin du lycée*. Presses universitaires de Rennes.*

Israël, G. (1996). *La mathématisation du réel.* Seuil.

Martinand, J.-L. (1986). *Connaître et transformer la matière*. Berne, Peter Lang.

OCDE (2014). *Résultats du PISA 2012 : Savoirs et savoir-faire des élèves : Performance des élèves en mathématiques, en compréhension de l'écrit et en sciences(VolumeI).* PISA, Éditions OCDE.

Raynal, F. et Rieunier A. (2014). *Pédagogie, dictionnaire des concepts clés Apprentissages, formation, psychologie cognitive.* ESF.

Sensevy, G. et Mercier A. (2008). *Agir ensemble, L'action didactique conjointe du professeur et des élèves.* Presse Universitaire de Rennes

Yvain-Prebiski, S. (2018), *Étude de la transposition à la classe de pratiques de chercheurs en modélisation mathématique dans les sciences du vivant. Analyse des conditions de la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves,* Thèse, Université de Montpellier.

Index des tableaux et des figures

Annexes

Annexe 1 Questionnaire

1. Combien d'élèves suivent l'option Mathématiques Complémentaires de terminale dans votre lycée ?

2. Y a t'il eu des abandons ?

○ OUI ○ NON

3. Comment définiriez-vous la modélisation ?

4. Utilisez vous des activités de modélisation ?

	1	2	3	4	5	
rarement	○	○	○	○	○	toutes les semaines

5. Si oui, pour quelles activités ?

6. Pensez-vous être suffisamment formé à la modélisation ?

	1	2	3	4	
oui totalement	○	○	○	○	non pas du tout

7. Quel est votre ressenti sur l'option Mathématiques Complémentaires?

- Pas du tout satisfaisant.

- Plutôt insatisfaisant.
- Plutôt satisfaisant.
- Entièrement satisfaisant.

8. Pourquoi ?

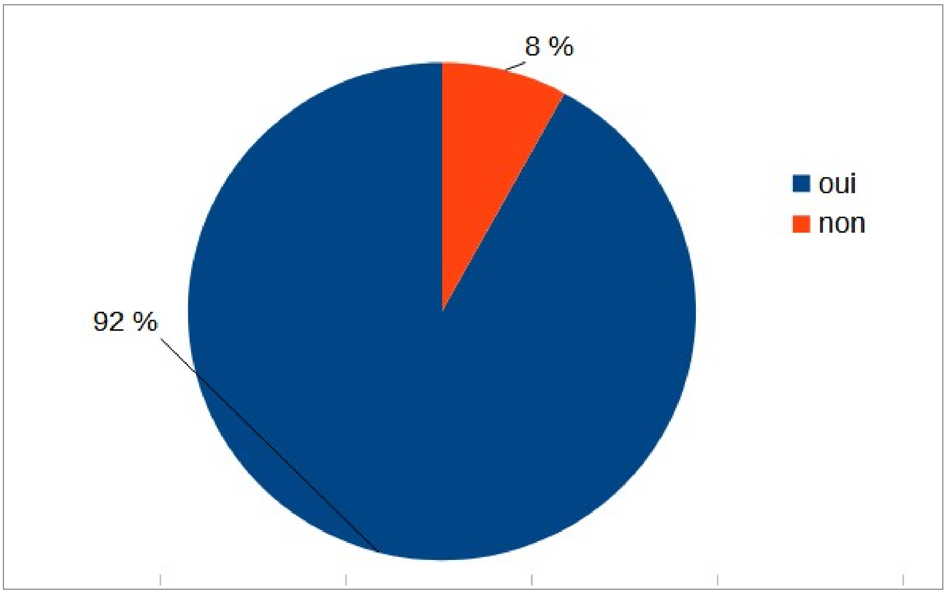
Annexe 2 Résultats du questionnaire

1. Combien d'élèves suivent l'option Mathématiques Complémentaires de terminale dans votre lycée ?

La situation très variable selon les établissements. L'effectif varie de 5 à 65.

En moyenne sur les collègues interrogés, il y a 33 élèves qui suivent l'option Mathématiques Complémentaires par établissement.

2. Y a t'il eu des abandons ?



3. Comment définiriez vous la modélisation ?

C'est un processus qui permet d'apporter une ou des réponses dans le monde "réel" a des questions du monde "réel" en basant son raisonnement sur les maths.

C'est réussir à transformer un exercice concret en exercice de mathématiques (sans fioriture). Bref trouver des Mathématiques dans un exercice concret.

Donner du sens et du concret dans notre discipline jugée souvent trop abstraite et détachée des réalités par certains élèves ou leurs parents.

Transformer une situation liée à un contexte en quelque chose de formel pour pouvoir apporter des réponses ou faire des prévisions.

La modélisation est une représentation abstraite d'un problème concret.

Transformer une situation réelle en configuration mathématique

Traduire en terme mathématiques une situation concrète

Une approximation empirique

Écrire en notations mathématiques une situation quantitative réelle

Les maths au services des autres disciplines

Une activité avec une situation concrète et un problème posé et de passer par les mathématiques pour y répondre

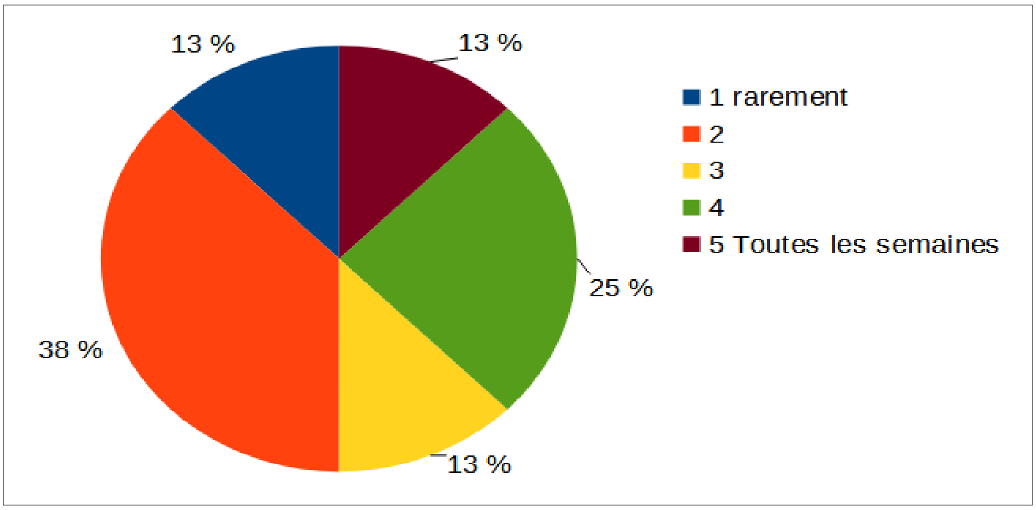
A partir de données récoltées qui correspondent à un certain type de situation. Trouver une manière de représenter ces données qui met en évidence un modèle mathématique.

Utiliser le modèle pour essayer de faire des prédictions et si possible les tester. Prendre aussi des valeurs limites pour montrer que le modèle n'est pas forcément toujours applicable et que dans ce cas, l'utiliser donne des valeurs incompatibles avec les données collectées.

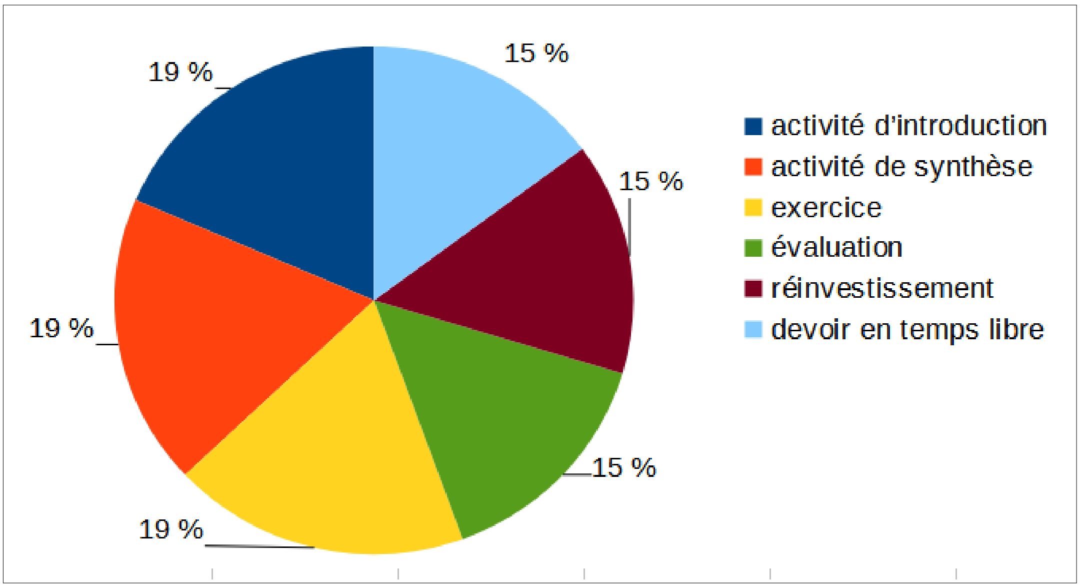
Une activité dans laquelle on part de données obtenues par l'expérimentation et on cherche un modèle qui correspondrait bien ? Mais je ne suis pas bien certain...

Activité faisant appel à des notions mathématiques pour traduire puis résoudre un problème concret.

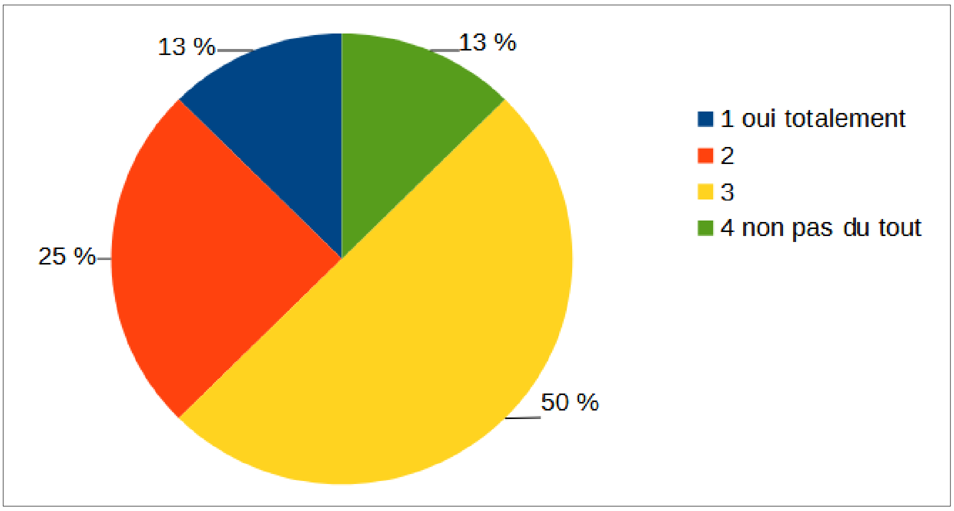
4. Utilisez vous des activités de modélisation ?



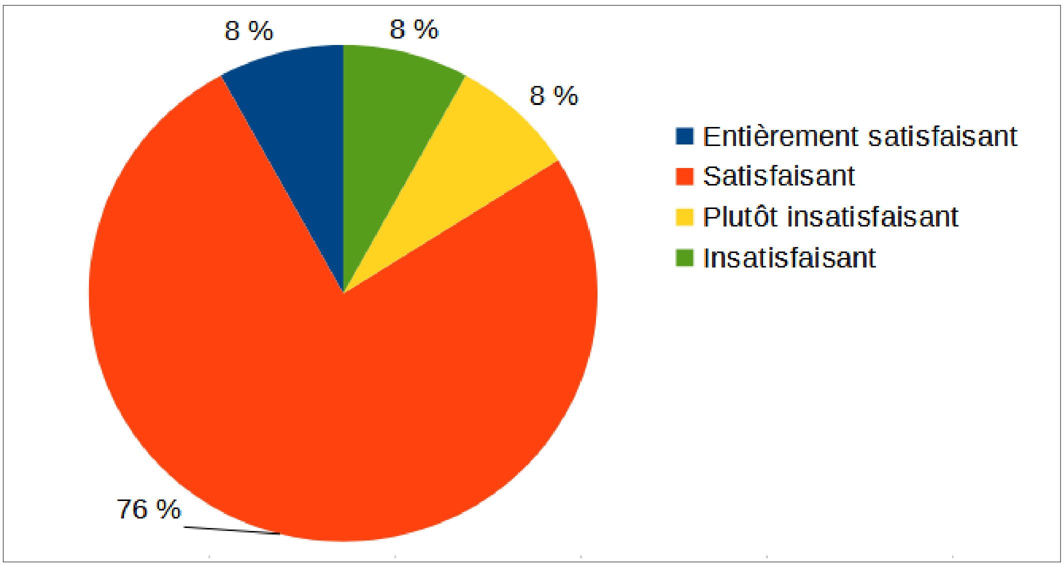
5. Si oui, pour quelles activités ?



6. Pensez-vous être suffisamment formé à la modélisation ?



7.Quel est votre ressenti sur l'option Mathématiques Complémentaires?



8. Pourquoi ?

Les réponses ont été regroupées dans le tableau ci-dessous.

Points positifs	Points négatifs
Dans certains établissements, des petits effectifs. Le programme est intéressant, riche, avec beaucoup d'applications. L'absence d'une épreuve finale atténue la pression liée au calendrier. . Les élèves sont plutôt motivés.	Dans certains établissements, gros effectifs et heures mal réparties sur la semaine (un bloc de 3 heures). Le caractère optionnel. Pas assez retour sur les résultats dans le supérieur des élèves ayant suivis cette option.

Annexe 3

Ressource M.2.1

Arguments pour une introduction plus large de la modélisation et des applications à l'école.

Tiré de W. Blum et M. Niss (1991), Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction, *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.

I.2. Examen des arguments

À travers toute l'histoire de l'enseignement des mathématiques, l'inclusion d'aspects d'applications et – plus récemment – de la modélisation et de la résolution de problème dans l'instruction mathématique a été régulièrement préconisée par différentes personnes et entités, et fut même réalisée à certains moments dans les programmes. Un examen de la littérature représentative de la formation mathématique montre que, fondamentalement, *cinq arguments* ont été invoqués en faveur d'une telle inclusion au cours des années. Au niveau de détail que nous avons adopté ici, ces arguments semblent être assez pertinents, de façon plus ou moins variée bien sûr, pour toutes sortes de formations mathématiques, à l'école, dans l'enseignement technique et professionnel, dans la formation mathématique des mathématiciens professionnels, etc.

1. *L'argument formatif* met l'emphase sur l'application des mathématiques et l'exécution de la modélisation mathématique et de la résolution des problèmes comme des moyens adaptés au développement des compétences générales et des attitudes chez les élèves, et particulièrement orientés vers la stimulation des capacités générales d'exploration, de création et de résolution des problèmes (telles que des attitudes, des stratégies, des heuristiques, des techniques, etc.) ainsi qu'une ouverture d'esprit, une autonomie et une confiance dans leurs propres possibilités.

2. *L'argument de la "compétence critique"* se concentre sur la préparation des élèves à vivre et agir avec intégrité en tant que citoyens individuels et collectifs, possédant une compétence critique dans une société dont la structure et le fonctionnement sont de plus en plus influencés par l'utilisation des mathématiques à travers des applications et la modélisation. Le but d'une telle compétence critique est de permettre aux élèves de "voir et juger" indépendamment, de reconnaître, comprendre, analyser et évaluer des exemples représentatifs des utilisations actuelles des mathématiques, avec des solutions (suggérées) à des problèmes de portée sociale.

3. *L'argument utilitaire* met l'accent sur le fait que l'enseignement mathématique doit préparer les élèves à utiliser les mathématiques pour résoudre des problèmes, ou en décrire des aspects, dans des domaines et situations spécifiques extra-mathématiques, que ce soit en référence à d'autres sujets ou contextes

professionnels ("les mathématiques comme sujet utilitaire") ou à la vie quotidienne actuelle ou future des élèves. En d'autres termes, l'enseignement mathématique doit permettre aux élèves de pratiquer les applications et la modélisation dans divers contextes où les mathématiques peuvent offrir des services instrumentaux sans être elles-mêmes le point central d'intérêt. Cet argument est basé sur l'hypothèse/expérience que la capacité d'appliquer les mathématiques à des situations extra-mathématiques ne résulte pas automatiquement de la maîtrise des pures mathématiques mais exige un certain degré de préparation et formation.

4. *L'argument de "l'image des mathématiques"* insiste sur la tâche importante pour l'enseignement mathématique d'établir avec les élèves une image riche et complète des mathématiques dans tous ses faits, comme une science, un champ d'activité dans la société et la culture. La modélisation et les applications constituant un composant essentiel d'une telle image, il faut affecter à ce composant une position appropriée dans les programmes de mathématiques. Il en va de même pour la résolution des problèmes (ainsi que son fidèle compagnon : la pose des problèmes) qui constitue une catégorie fondamentale dans tous les processus mathématiques créatifs, qu'ils conduisent à des mathématiques nouvelles et originales pour la communauté mathématique ou juste au résolveur de problèmes, ou à de nouvelles utilisations des mathématiques établies.

5. *L'argument de "la promotion de l'inclinaison aux mathématiques"* met l'accent sur le fait que l'incorporation de la résolution des problèmes, des applications et des aspects et activités de modélisation dans l'enseignement mathématique est bien adaptée pour permettre aux élèves d'acquérir, apprendre et maintenir des concepts, notions, méthodes et résultats mathématiques en encourageant leur motivation pour les études mathématiques et leur démontrant l'applicabilité de celles-ci. Un tel travail permet également de former les élèves à penser mathématiquement et à sélectionner et utiliser des techniques mathématiques à l'intérieur et à l'extérieur des mathématiques.

(…)

II.1. Examen des obstacles

Malgré les bons arguments en faveur de la résolution des problèmes, de la modélisation, des applications et liens vers d'autres sujets dans l'enseignement des mathématiques, indiqués au paragraphe I.2., ces éléments ne jouent pas encore assez souvent un rôle aussi important dans l'enseignement mathématique courant à l'école et à l'université que nous l'aimerions (voir, par exemple, Burkhardt, 1983). Ceci n'est pas dû à la mauvaise volonté ou incompétence des enseignants mais à certains *obstacles* "objectifs" qui doivent être pris très au sérieux. De tels obstacles sont bien connus des éducateurs en mathématiques depuis longtemps (voir par ex.

Pollak, 1979 ; Blum, 1985 ; Niss, 1987). Ils sont néanmoins toujours là. Nous allons brièvement en décrire trois sortes.

(A) Obstacles du point de vue de l'enseignement. De nombreux enseignants de mathématiques à l'école ou à l'université ont peur de ne pas avoir suffisamment de temps pour traiter la résolution des problèmes, la modélisation et les applications en plus de la foison de mathématiques obligatoires incluses dans le programme. Ceci tient aussi à l'enseignement des mathématiques comme sujet utilitaire. Par ailleurs, certains enseignants doutent même de l'appartenance à l'enseignement mathématique des applications et des relations à d'autres sujets, car de tels composants tendent à déformer la clarté, la pureté esthétique, la beauté et l'universalité hors contexte des mathématiques (sur laquelle sont essentiellement fondées, selon eux, leurs forces).

(A) Obstacles du point de vue de l'apprenant. La résolution des problèmes, la modélisation et les applications à d'autres disciplines rendent indiscutablement les leçons de mathématiques beaucoup plus exigeantes et moins prévisibles pour les apprenants que les leçons de mathématiques classiques. Les tâches de routine mathématiques telles que les calculs sont beaucoup plus appréciées par de nombreux élèves parce qu'elles sont plus faciles à saisir et peuvent souvent être résolues en suivant simplement quelques recettes, permettant ainsi aux élèves d'obtenir plus aisément de bonnes notes aux interrogations et examens.

(C) *Obstacles du point de vue de l'enseignant.* La résolution des problèmes et les références au monde extérieur aux mathématiques ouvrent d'avantage l'enseignement et le rendent plus exigeant pour les enseignants car d'autres qualifications "non-mathématiques" sont nécessaires et que l'évaluation des progrès des élèves est plus difficile. Par ailleurs, beaucoup d'enseignants ne se sentent pas capables de traiter des exemples appliqués qui ne sont pas tirés de sujets qu'ils ont étudiés eux-mêmes. Très souvent, les enseignants ne connaissent pas assez d'exemples d'applications et de modélisation adaptés à l'enseignement ou bien n'ont pas assez de temps pour mettre à jour des exemples, les adapter à la classe concernée et préparer leur enseignement en détail.

Annexe 4

<u>Activité : 3 modèles à étudier et à questionner !</u>

<u>Premier modèle :</u>

Nous sommes le 1[er] janvier 2500 et un humain vient d'être transformé en zombie par un mystérieux virus. On dispose de peu d'informations mais on constate que un zombie contamine en moyenne un humain chaque jour.

1. Déterminer au bout de combien de jours tout le lycée Adam de Craponne et tous les participants du stage seraient transformés en zombies.

2. Même question pour la population française puis pour la population mondiale.

3. Que pensez-vous de ce modèle ?

<u>Deuxième modèle :</u>

Un principe simple : plus il y a de zombies, plus il y a de contaminations mais encore faut-il qu'il reste des personnes à contaminer !

Si on appelle (un) la suite qui donne le nombre de zombies, en pourcentage de la population totale, $\boxed{u_{n+1} = u_n + ku_n(1 - u_n)}$

1. Ici on suppose que u1 = 0, 001 et k = 0, 2 .

a. A l'aide d'un tableur, calculer et représenter graphiquement les 100 premiers termes de la suite.

b. Comment semble évoluer la population de zombie dans ce cas ?

c. Quelle semble être la limite ?

d. Avec ce modèle, au bout de combien de jours tout le lycée Adam de Craponne et tous les participants du stage seraient transformés en zombies ?

Ce modèle vous parait-il plus réaliste que le précédent ?

2. Tester d'autres valeurs pour k.

Troisième modèle : un modèle à compartiments

$$\boxed{S} \xrightarrow{\beta} \boxed{I} \xrightarrow{\gamma} \boxed{R}$$

S : « sains » personnes n'ayant jamais eu la maladie et pouvant la contracter

I : « infectés » les malades, ce sont aussi les contagieux

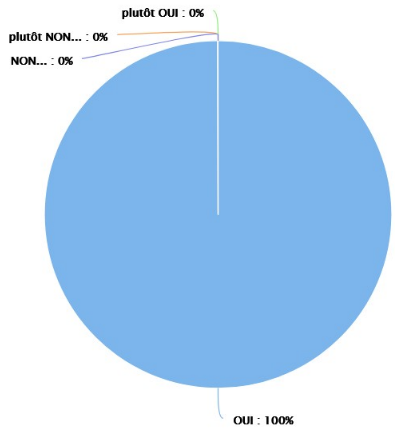
R : « rétablis » les personnes guéries (ou décédées) considérées comme immunisées

Voici les règles du modèle :

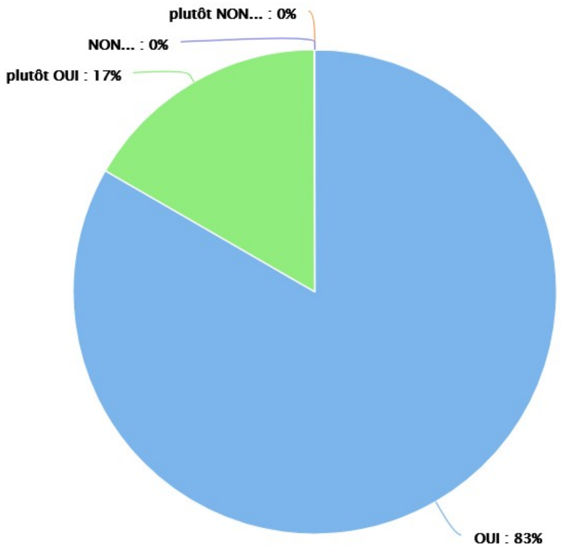
- La maladie est une maladie assez brève : on néglige les phénomènes démographiques (naissances, décès, migrations). La taille de la population étudiée peut donc être considérée comme fixe.
- La seule façon pour qu'un individu quitte le groupe des sains est de devenir infecté. Il est raisonnable de penser que le nombre de nouveaux cas sur une durée donnée est proportionnel au nombre de contacts sur cette durée entre les individus sains et les individus infectés (Sn $\times$ In). On note ce coefficient de proportionnalité β : c'est le taux de transmission.
- Les malades (infectés) sont tous infectieux : ils peuvent transmettre la maladie. Chaque personne qui a guéri de cette maladie est immunisée pour toujours contre cette maladie : la personne ne peut plus retomber malade.
- Nous faisons aussi l'hypothèse que toutes les personnes tombées malades finissent par guérir (ou mourir, selon la maladie, mais on ne fera pas la différence ici : dans les deux cas les individus ne peuvent plus retomber malade). On fera l'hypothèse, fortement simplificatrice, qu'une proportion γ des individus infectés passe dans le groupe des individus rétablis tous les jours. Plus γ est grand, plus on guérit vite : en gros, la durée de la maladie est $\frac{1}{\gamma}$.

Annexe 5 Résultats du bilan stagiaires (extraction SOFIA-Académique)

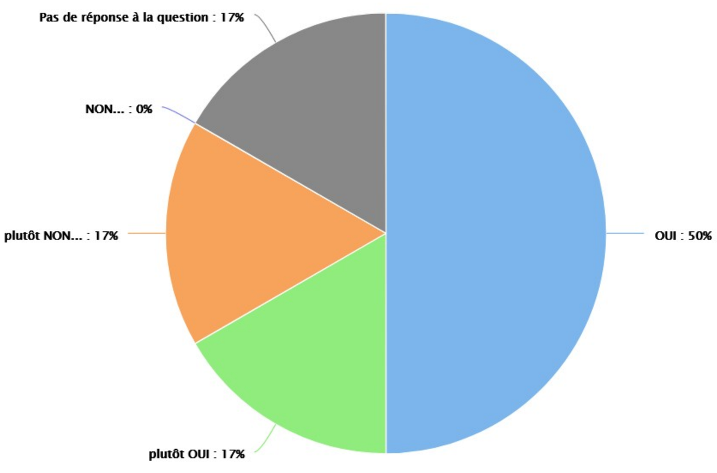
1) AVANT LA FORMATION : Avez-vous disposé en amont d'informations suffisantes sur cette formation



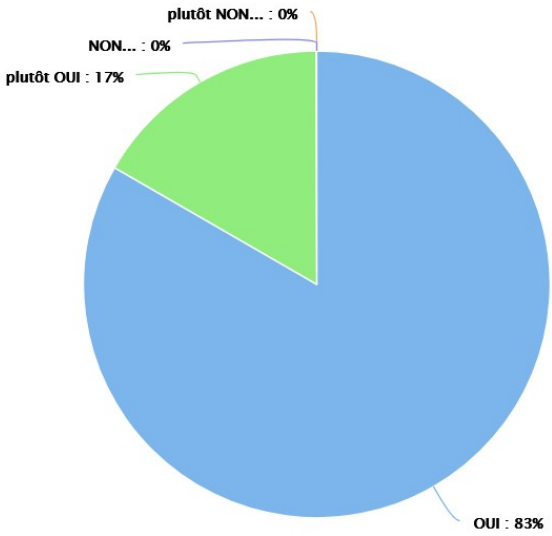
2) LE TEMPS DE LA FORMATION : La formation a-t-elle été conforme aux objectifs annoncés ?



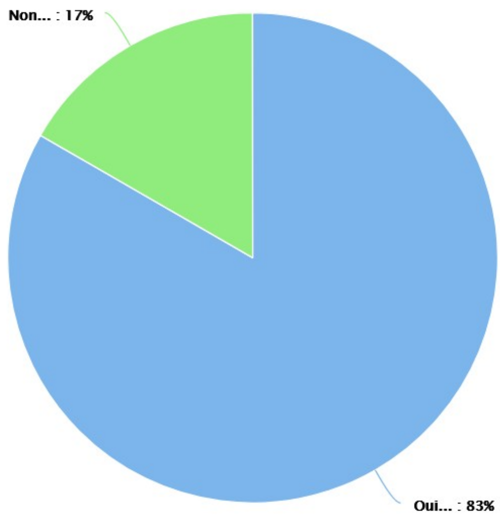
3) LE TEMPS DE LA FORMATION : La formation a-t-elle répondu à vos attentes?



4) LE TEMPS DE LA FORMATION : La formation s'est elle appuyée sur les actions, les initiatives engagées par les personnels sur leur lieu d'exercice ?



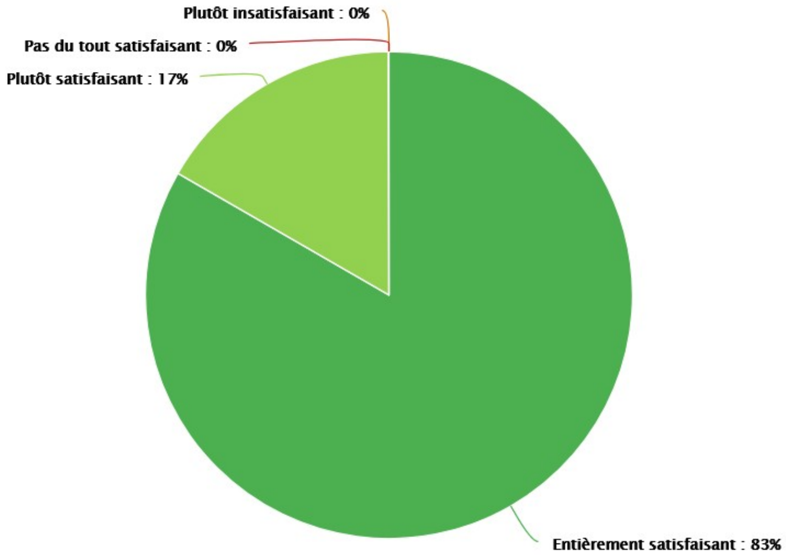
5) LE TEMPS DE LA FORMATION : La formation a-t-elle permis de vous confronter au référentiel de compétences métier ?



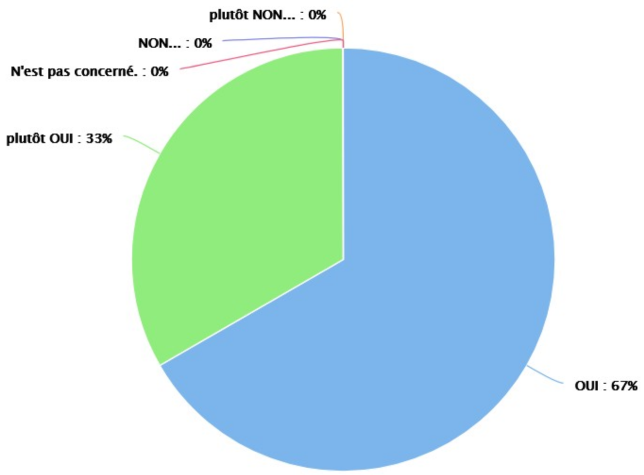
Oui... : ... sur quelle(s) compétence(s) ?

Travailler en thèmes et non en chapitres.
sur les thèmes supports de l'enseignement des Mathématiques Complémentaires

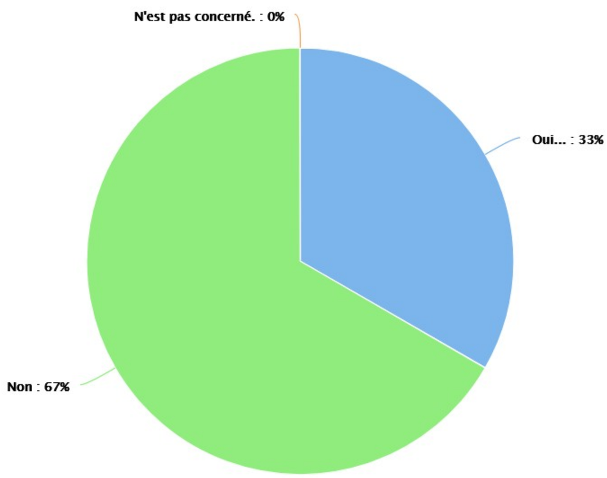
6) LE TEMPS DE LA FORMATION : Globalement concernant l'adéquation contenu de formation/ objectif de formation ; l'écoute des intervenants, les interactions stagiaires/intervenants, êtes-vous ?



7) LE TEMPS DU RÉINVESTISSEMENT : La formation a-t-elle été de nature à faire évoluer positivement vos pratiques professionnelles ?



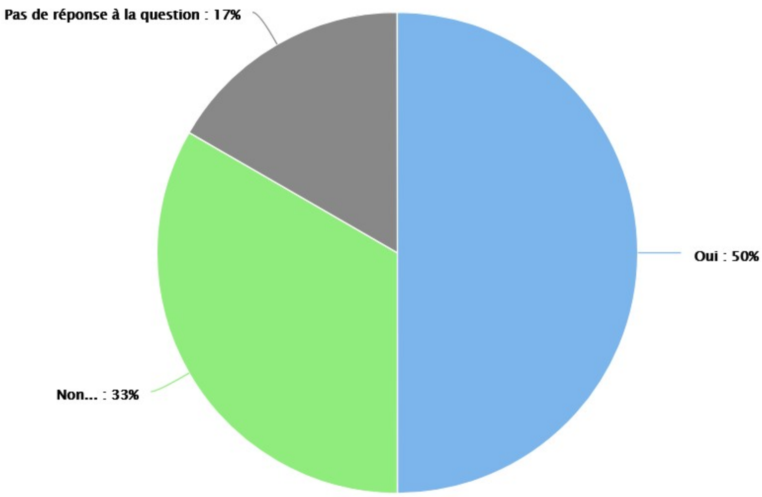
8) LE TEMPS DU RÉINVESTISSEMENT : Souhaiteriez-vous un apport complémentaire ?



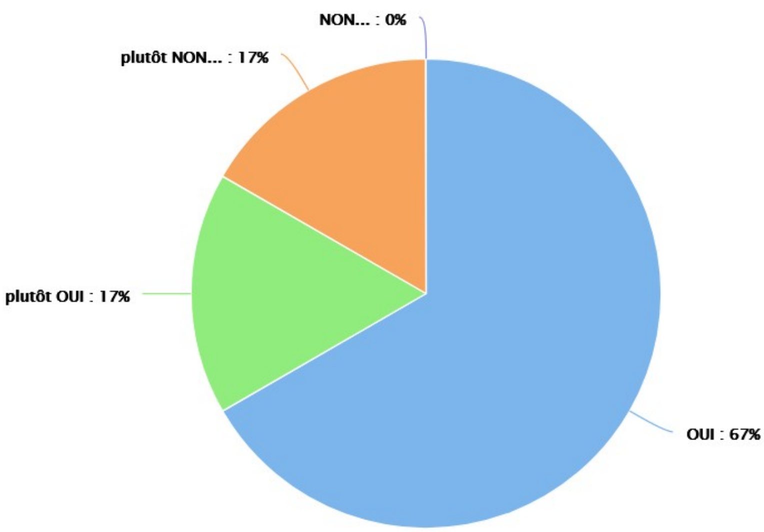
Oui... : ... sur quel sujet ?

La mise en œuvre d'activités.
partage des pratiques pédagogiques

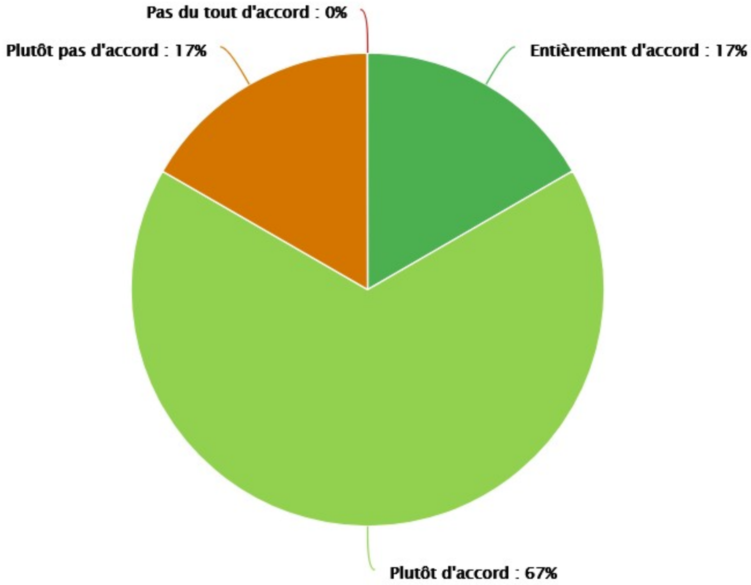
9) LE TEMPS DU RÉINVESTISSEMENT : Sur votre lieu d'exercice, disposez-vous des conditions favorables pour réinvestir les apports de la formation ?



10) LE TEMPS DU RÉINVESTISSEMENT : Pensez-vous que ce stage aura un impact positif sur les missions qui sont les vôtres ? Réussite des élèves, construction des compétences professionnelles des formateurs, cadres, administratifs, accueil des usagers…



11) REGARD GÉNÉRAL SUR L'OFFRE DE FORMATION : Sur un plan plus général, le plan académique des offres de formation correspond-il à vos attentes ?



12) REGARD GÉNÉRAL SUR L'OFFRE DE FORMATION : Quelles sont vos propositions d'évolution du PAF (sur le fond et sur la forme) ?

Ne pas nous imposer des formations générales qui prennent sur notre temps d'enseignement mais nous les laisser choisir. Celle-ci m'a convenu parfaitement mais la plupart sont inintéressantes et on les impose à l'ensemble des professeurs. Ne vous étonnez pas si les personnes convoquées ne sont pas du tout motivées.

4ème de couverture

Ce mémoire professionnel explore le potentiel de la modélisation mathématique pour transformer les pratiques pédagogiques des enseignants. Il met en évidence l'importance croissante de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques, permettant aux élèves de développer des compétences pratiques et d'analyse critique à travers la résolution de problèmes concrets. Il souligne également le décalage entre les exigences des programmes scolaires et les pratiques réelles des enseignants, offrant des pistes pour intégrer plus efficacement la modélisation dans leur enseignement. Ce mémoire propose trois hypothèses sur les effets d'une formation à la modélisation sur le renouvellement des pratiques des enseignants. En présentant une formation récente, il offre des suggestions concrètes pour améliorer l'enseignement tout en explorant comment l'utilisation de la modélisation peut enrichir l'apprentissage des élèves.

This professional writing explores the potential of mathematical modeling to transform teachers’ pedagogical practices. It highlights the growing importance of modeling in mathematics education, allowing students to develop practical skills and critical analysis through solving concrete problems. It also underscores the misalignment between curriculum requirements and teachers' actual practices, providing avenues for more effective integration of modeling in their teaching. This writing proposes three hypotheses regarding the effects of modeling training on the renewal of teachers' practices. By presenting a recent training program, it offers concrete suggestions to enhance teaching and explores how modeling can enrich student learning.

Mots clefs: modélisation mathématique, sens, motivation, enrôlement, pratiques professionnelles.