Pourquoi faut-il toujours arriver en avance à l'aéroport ?

Bonjour à tous,

Pour mon grand oral, vous avez choisi que je vous explique pourquoi il faut toujours arriver en avance à l'aéroport ?

Ce n'est pas pour aller acheter les journaux, des sucreries ou boire un café. C'est surtout pour être certain de monter dans l'avion. Car bien que vous ayez acheté un billet en bonne et due forme, votre place dans l'avion n'est pas assurée…

En effet les compagnies aériennes ont une pratique commerciale que vous ne connaissez peut-être pas : le surbooking.

Cela consiste finalement à vendre plus de billet que de places disponibles afin de remplir l'avion en cas d'absents ou de retardataires. On peut douter de la moralité de cette pratique mais surtout bien comprendre qu'il y a un risque car si tous les passagers se présentent à l'embarquement, certains resteront à quai.

Je vais vous expliquer simplement ce qu'il se cache derrière et notamment les notions mathématiques.

Finalement ici, on considère que la présence d'un passager est indépendante de celle des autres. Il s'agit donc d'une répétition d'épreuve identiques de Bernoulli à deux issues contraires notés succès et échecs. Un succès est ici paradoxalement que le passager ne se présentent pas à l'embarquement.

Il y a alors deux paramètres à prendre en compte : le nombre de passager et la probabilité du succès.

On a alors pour formule : $X \backsim B(n;p)$ et $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Le nombre $\binom{n}{k}$ s'appelle le coefficient binomial. Pour faire simple, on détermine le nombre de chemin qui conduisent au même résultat. Par exemple, s'il n'y a que 1 passager absent, cela peut être le numéro 1, ou le 2 ou le 3 et ainsi de suite.

Il nous faut des données numériques pour poursuivre notre exemple. Tout d'abord, qu'elle est la probabilité qu'un passager soit absent au décollage. Easyjet a déclaré en 2016 que 3,5 % de ses passagers ne se sont pas présentés pour leur vol soit quand même 7 passagers en moyenne sur 200.

On va considérer un avion avec 200 places pour simplifier les calculs une probabilité de 3,5 % que le passager ne se présente pas.

La compagnie décide de prendre le risque de vendre 205 billets.

On a alors à l'aide de la calculatrice les résultats que je vous propose sur mon document support.

$P(X=0)\approx 6{,}7\times 10^{-4}$ soit 0 passager absent.

$P(X=1)\approx 5\times 10^{-3}$ soit 1 passager absent.

$P(X=2)\approx 1{,}9\times 10^{-2}$ soit 2 passagers absents.

$P(X = 3) \approx 4{,}5 \times 10^{-2}$ soit 3 passagers absents.

$P(X = 4) \approx 8{,}3 \times 10^{-2}$ soit 4 passagers absents

$P(X = 5) \approx 12{,}1 \times 10^{-2}$ soit 5 passagers absents.

Il y a quand même un risque non négligeable que 201 passagers se présente de 8, 2 %.

Il faut donc envisager de dédommager les passagers lésés.

On choisit comme exemple numérique un vol à 200 € et un dédommagement à hauteur de 600 € soit trois fois le prix du billet initial.

On va alors évaluer l'espérance mathématique, c'est-à-dire ce que la compagnie va devoir payer si elle reproduit un grand nombre de fois la situation.

En vendant 205 billets, la compagnie réalise un bénéfice supplémentaire de $5 \times 200 = 1000$

Auquel il va falloir déduire les dédommagements.

Par exemple, si 201 passagers se présentent, les 1000 euros se transforment en 400 euros puisqu'il faut dédommager le passager supplémentaire qui ne pourra pas monter dans l'avion

On regroupe alors dans un tableau les valeurs possibles.

En notant G le gain algébrique

Surplus	0	1	2	3	4	5	
Gain algébrique	0	-600	-1200	-1800	-2400	-3000	Total
Probabilité	0,847	0,083	0,045	0,019	0,005	0,00067	1

Ainsi $E(G) = -152$ euros par vol. Ainsi la compagnie engrange $1000 - 152{,}1 = 848$

En conclusion,

J'ai choisi ici 205 billets mais on pourrait jouer sur le n en augmentant ou en diminuant la valeur pour voir si on ne pourrait pas espérer davantage de gain.

On pourrait évidemment affiner le modèle en fonction des compagnies aériennes, des destinations, des horaires, du prix du billet ou de la date de réservation par exemple.

Il faudrait également connaitre plus précisément le pourcentage de passagers absents pour chaque compagnie. Bref beaucoup de paramètres à évaluer et à connaitre qui montre que les mathématiques ont encore de beaux jours.

Je vous remercie de m'avoir écouté.

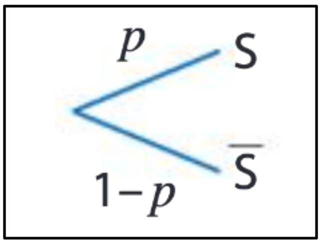
<u>Question :</u>

C'est quoi une loi binomiale ?

Votre modélisation est-elle fiable ?

Pouvez-vous nous en dire plus sur Bernoulli ?

On considère que la présence d'un passager est indépendante de celle des autres. Il s'agit donc d'une répétition d'épreuve identiques de Bernoulli à deux issues contraires notés succès et échecs.



On dit que : $X \leadsto B(n;p)$
Avec $\forall k \in [|0;n|]$, $P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
Avec les paramètres $n = 205$ et p= $0{,}035$, on obtient :
$P(X=0) \approx 6{,}7 \times 10^{-4}$
$P(X=1) \approx 5 \times 10^{-3}$
$P(X=2) \approx 1{,}9 \times 10^{-2}$
$P(X=3) \approx 4{,}5 \times 10^{-2}$
$P(X=4) \approx 8{,}3 \times 10^{-2}$
$P(X=5) \approx 12{,}1 \times 10^{-2}$

On note G le gain algébrique de la compagnie, alors l'univers pour G est donc :
$\Omega = \{0; -600; -1200; -1800; -2400; -3000\}$;
On a alors la loi de probabilité suivante pour la variable aléatoire G.

Surplus	0	1	2	3	4	5	
Gain algébrique	0	-600	-1200	-1800	-2400	-3000	Total
Probabilité	0,847	0,083	0,045	0,019	0,005	0,00067	1

Ainsi $E(G) = -152{,}1$
Ainsi la compagnie gagne par vol $1000 - 152{,}1 = 848$ €