Développement-Factorisation-Équations

Exercice 1 :

Développer les expressions suivantes.

- $A(x)=(-5x+3)(8x-1)$
- $B(x)=(3x-5)^2$
- $C(x)=(4x-2)(-x+1)+(5-x)^2$
- $D(x)=(1-7x)^2-(2x+1)(x-5)$

Exercice 2 :

Factoriser les expressions suivantes.

- $A(x)=21x-x^2$
- $B(x)=16x^2-40x+25$
- $C(x)=(-5x+3)(8x-1)+(8x-1)^2$
- $D(x)=(-5x+3)^2-(-5x+3)$
- $E(x)=9x^2-64$
- $F(x)=(1-x)^2-(5x-2)^2$

Exercice 3 :

Résoudre les équations suivantes sans utiliser le discriminant.

- $5x-10=0$
- $(7x-9)(1-5x)=0$
- $3x^2-16=59$
- $1-2x=8x-9$
- $2(8x+1)-(2-5x)=0$
- $(x-9)^2=(2-7x)(x-9)$
- $3x(1-5x)=0$

Les fractions

Exercice 4 :

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

- $A=\frac{5}{2}+\frac{3}{4}$
- $B=\frac{3}{5}+\frac{2}{7}$
- $C=\frac{5}{12}+\frac{7}{18}$
- $D=\frac{5}{8}-\frac{3}{12}+\frac{7}{48}$

Exercice 5 :

Simplifier l'écriture des nombres suivants.

- $A=1+\dfrac{2}{1+\sqrt{3}}$
- $B=1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}}$
- $C=\dfrac{7+\frac{1}{3}}{6+\frac{13}{4}}$

Exercice 6 :

Regrouper chacune des expressions suivantes en une seule fraction.

- $A=\dfrac{5}{x+1}-\dfrac{2x+7}{x+1}$
- $B=\dfrac{2}{x+3}-\dfrac{7}{3x+1}$
- $C=\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{5x-1}{3x-6}$
- $D=\dfrac{2}{x}+\dfrac{3x+5}{x(2x+1)}+\dfrac{4}{(2x+1)}$

Les racines carrées

Exercice 7 :

Simplifier l'écriture des nombres suivants.

- $A = \sqrt{72} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$
- $B = \sqrt{3^2 + 4^2}$
- $C = (\sqrt{3} - 5)^2 + \sqrt{3}(9 - \sqrt{3})$
- $D = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{12}$
- $E = 5\sqrt{7} - 3\sqrt{28} + \sqrt{63}$
- $F = -2\sqrt{44} + 5\sqrt{99}$

Les puissances

Exercice 8 :

Simplifier au maximum les expressions suivantes.

- $\dfrac{x^3 \times x^4}{\sqrt{x^5}}$
- $x^4 \times \sqrt[5]{x^3}$
- $\dfrac{(14 \times 10^{-3})^6 \times 10^9}{49^4 \times 0{,}02^5}$

Les Inéquations

Exercice 9 :

Résoudre les inéquations suivantes. On donnera une représentation graphique des solutions.

- $8x - 12 \leq 18 + 5x$
- $1 - 7x > -5(2 - 3x)$
- $(1 - 2x)(8x + 16) \geq 0$
- $8 < 9 - 10x$
- $\dfrac{5 - 4x}{8x + 4} \geq 0$
- $\dfrac{2x}{1 - x^2} \leq 0$

Exercice 10 :

Résoudre le système d'inéquations suivant en donnant une représentation graphique des solutions.

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 7 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 16 \\ 3x + 2y \leq 24 \end{cases}$$

Équations et inéquations du 2nd degré

Exercice 11 :

En utilisant le discriminant, résoudre les équations suivantes.

- $x^2 - 10x + 21 = 0$
- $-9x^2 + 7x - 2 = 0$
- $5x^2 - 8x + 3 = 0$
- $x^2 + x + 1 = 0$
- $5x^2 + 12x - 7 = 0$
- $8x(3 - 5x) + 16 = 0$

Exercice 12 :

En utilisant le discriminant, résoudre les inéquations suivantes

- $x^2 - 9x + 8 \geq 0$
- $-2x^2 + 7x - 5 < 0$
- $-5x^2 + 4x - 3 \geq 0$
- $3x^2 + 2x + 7 \geq 0$
- $x^2 - 12x + 20 < 0$
- $x^2 + 5x + 7 < 0$

Exercice 13 :

Donner le signe des expressions suivantes en s'aidant d'un tableau de signe.

- $P(x) = 7x + 5x^2 - 2x^3$
- $Q(x) = (9 - x^2)(2x - 3)$

Exercice 14 :

Après avoir procédé à un changement de variable, résoudre les équations suivantes.

- $2x^4 - 13x^2 - 45 = 0$
- $5x + 4\sqrt{x} - 9 = 0$

Exercice 15 :

Résoudre l'inéquation suivante : $\dfrac{10}{x+3} \leq \dfrac{2x}{x-4}$

Lecture graphique

Exercice 16 :

La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-3; 3]$.

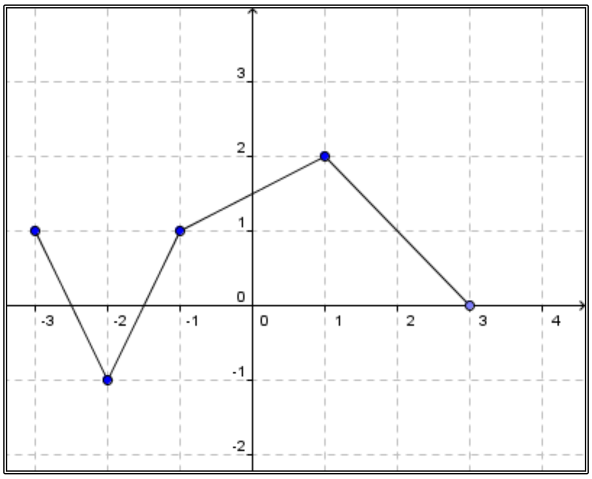
1°) Dresser le tableau de variations de f

2°) Résoudre les équations suivantes :

$$f(x) = 1$$
$$f(x) = 0$$
$$f(x) = -1$$
$$f(x) = 3$$

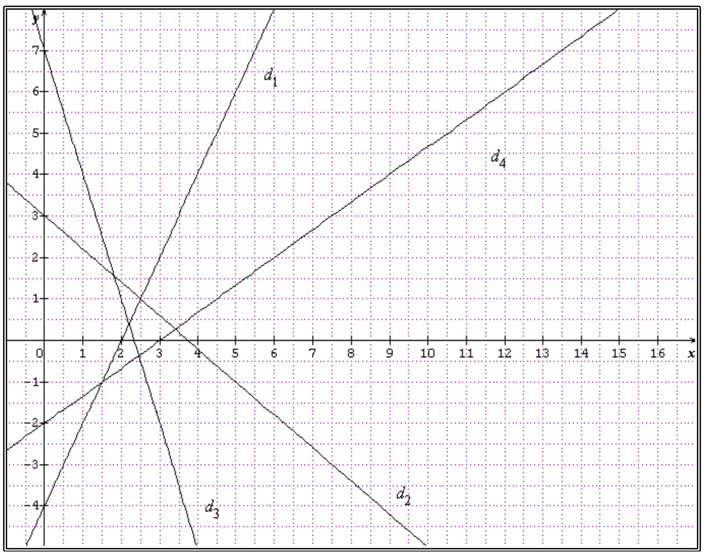
3°) Résoudre les inéquations suivantes :

$$f(x) \geq 0$$
$$f(x) < 0$$



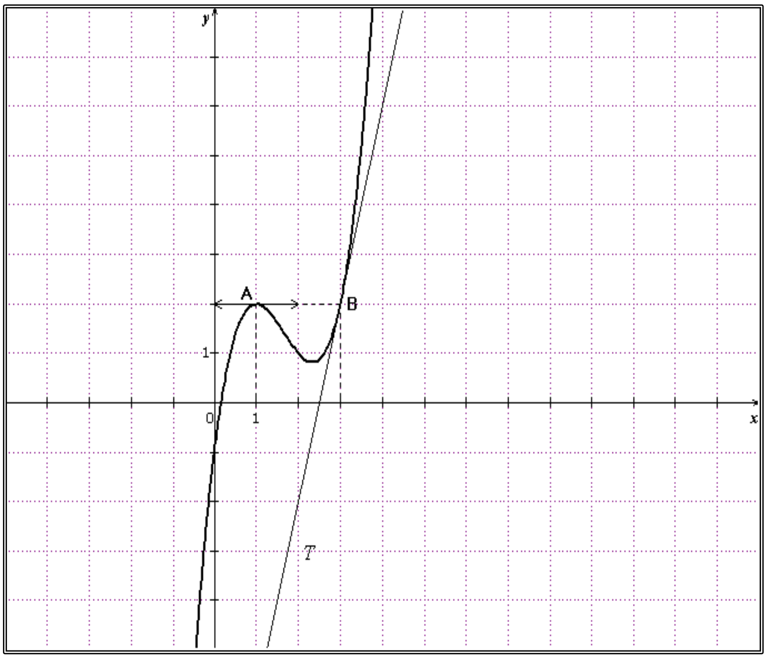
Exercice 17 :

Donner sur le graphique ci-dessous les équations réduites de chacune des droites.



Exercice 18 :

Par lecture graphique, donner les valeurs de $f(1)$, $f(3)$, $f'(1)$ et $f'(3)$.
En déduire alors l'équation de la tangente aux points A et B.



Systèmes linéaires d'équations

Exercice 19 :

Résoudre les systèmes d'équations linéaires ci-dessous.

- $\begin{cases} x+2y=1 \\ 5x+3y=12 \end{cases}$
- $\begin{cases} 2x+3y=-1 \\ 3x+5y=-1 \end{cases}$
- $\begin{cases} x-2y=3 \\ 3x-6y=9 \end{cases}$
- $\begin{cases} -x+3y=7 \\ 2x-6y=5 \end{cases}$
- $\begin{cases} 5x-2y=7 \\ 3x+7y=-4 \end{cases}$
- $\begin{cases} -x-y=-1 \\ 2x-6y=-2 \end{cases}$

Exercice 20 :

Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants.

- $\begin{cases} 3x-y+z=4 \\ x+5y+3z=3 \\ -3x+4y-5z=6 \end{cases}$
- $\begin{cases} x+2y-z=1 \\ -2x-3y+3z=-2 \\ x+y-2z=1 \end{cases}$
- $\begin{cases} 3x+2y=18 \\ x+2y+z=9 \\ 2x+y+z=10 \end{cases}$

Domaine de définition

Exercice 21 :

Déterminer les domaines de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$
b) $g(x) = \frac{2x+3}{5x^2+x+4}$
c) $h(x) = \sqrt{25 - 4x^2}$
d) $t(x) = 3x + 1 - ln(5 - x)$
e) $u(x) = 3x - e^{-\frac{2}{x^2-9}}$
f) $v(x) = ln\left(\frac{-4x^2+7x-3}{x-2}\right)$

Dérivation-Tableau de variation-Tangente

Exercice 22 :

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

- $f(x) = x^3 - 7x^2 + 4x - 1$
- $f(x) = \frac{2}{5}x^5 + 4x^4 - \frac{3}{2}x^3 + 3$
- $f(x) = \frac{2}{x} - 5\sqrt{x}$
- $f(x) = (1-4x)(5x+3)$
- $f(x) = (8-3x)^2$
- $f(x) = (4x^2 - 5x + 1)(1 - 2x)$
- $f(x) = \frac{1}{9+4x}$
- $f(x) = \frac{8x+1}{10+3x}$
- $f(x) = \frac{1-2x}{4-5x}$
- $f(x) = \frac{x^2-3x+5}{x^2-4}$

Exercice 23 :

Dresser le tableau de variation des fonctions suivantes sur le domaine indiqué.

- $f(x) = 3x^2 - 24x + 4$ sur $\mathbb{R}$.
- $f(x) = \frac{8x-7}{2-x}$ sur $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$
- $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 2$ sur $\mathbb{R}$.
- $f(x) = \frac{3x}{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 24 :

a) Donner l'équation de la tangente au point d'abscisse $x_0 = 1$ pour les fonctions suivantes :

- $f(x) = 3x^2 - 5x + 3$
- $f(x) = \frac{3x-7}{2x-1}$

b) Donner l'équation de la tangente au point d'abscisse $x_0 = 3$ pour les fonctions suivantes :

- $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$
- $f(x) = \frac{2}{x-1}$

Identification

Exercice 25:

On donne l'expression suivante $f(x)=\dfrac{15x^2-32x-5}{5x+1}$ définie sur $\left]-\infty;\dfrac{-1}{5}\right[\cup\left]\dfrac{-1}{5};+\infty\right[$

En identifiant les coefficients, déterminer les réels a, b et c tels que $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{5x+1}$

Exercice 26 :

Soit f une fonction telle que : $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$
Dans un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, cette fonction admet une courbe C qui vérifie les conditions suivantes :

- La courbe est tangente à la droite d'équation $y=-1$ au point A d'abscisse 0.
- La courbe admet au point B d'abscisse $\frac{2}{3}$ une tangente horizontale.
- La courbe admet au point D d'abscisse 1 une tangente parallèle à la droite d'équation $y=x+3$

Déterminer les réels a, b, c et d et donner l'expression de f.

Statistiques

Exercice 27

Soit X le nombre de voitures se présentant sur une période de 5 mn à un péage d'autoroute, un sondage a donné les résultats suivants :

Nbre voitures x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	TOTAL
Nbre d'observations n_i	3	11	18	28	19	12	7	2	

1) **a)** Déterminer la moyenne et l'écart-type de X.
   b) Faire une interprétation concrète des valeurs obtenues.
2) **a)** Déterminer les quartiles de la variable X.
   b) En faire une interprétation concrète.

Exercice 28

Soit la variable (notée X) Chiffre d'affaires hebdomadaire (€) associé à la vente d'un produit P vendu dans un magasin. Le résultat de ces observations est consigné dans le tableau ci-dessous :

CA hebdomadaire en €		Nbre de semaines n_i			Fréquences f_i	$\sum f_i$
$[\,400\,;\,500\,[$		46				
$[\,500\,;\,700\,[$		60				
$[\,700\,;\,900\,[$		40				
$[\,900\,;\,1\,200\,[$		54				

1) Déterminer la moyenne et l'écart-type de X.
2) Faire une interprétation concrète des valeurs obtenues.
3) Déterminer, par un calcul algébrique les quartiles de la variable X.
4) Vérifier ces résultats graphiquement.