Exercices sur limite de suites

Exercice 1:

Dans chaque cas, déterminer la limite de la suite (u_n).

- $u_n = \frac{1}{2n-1}$
- $u_n = \frac{-5}{1-2\sqrt{n}}$
- $u_n = \frac{\frac{1}{n^2}}{2-\frac{1}{n}}$
- $u_n = \frac{3-\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n^2}}$

Exercice 2:

Dans chaque cas, déterminer la limite de la suite (u_n).

- $u_n = n^3 + 2n^2 + 5n - 7$
- $u_n = -n^4 - 4n$
- $u_n = n^2 + 3n + \pi$
- $u_n = -2n^3 - n^2 + 100000$

Exercice 3:

Dans chaque cas, déterminer la limite de la suite (u_n).

- $u_n = e^{-n} + n^3 - 3$
- $u_n = -5n^4 - e^{3n}$
- $u_n = \frac{e^n+4n}{5-e^{-n}}$
- $u_n = \frac{e^{-n}+4}{5+e^{-n}}$

Exercice 4:

Dans chaque cas, déterminer la limite de la suite (u_n).

- $u_n = \sqrt{n^3 + 4n}$
- $u_n = \frac{5-2n}{\sqrt{9+e^{-n}}}$
- $u_n = cos\left(\frac{2\pi}{4+e^{-n}}\right)$
- $u_n = sin\left(\frac{1}{n^2+5}\right)$

Exercice 5:

Dans chaque cas, déterminer la limite de la suite (u_n).

- $u_n = -2n^3 + 5n^2 - 7n - 7$
- $u_n = -n^4 + 4n$
- $u_n = 3n^2 - 7n + \pi$
- $u_n = 2n^3 - n^2 - 100000$

Exercice 6:

Dans chaque cas, déterminer la limite de la suite (u_n).

- $u_n = e^n - 5n^3 + 7$
- $u_n = 5n^4 - e^{n^4}$
- $u_n = \frac{e^n-7n}{5-e^n}$
- $u_n = 2e^n - 75n^2$

Exercice 7:

Dans chaque cas, déterminer la limite de la suite (u_n).

- $u_n = n - \sqrt{n}$
- $u_n = \sqrt{n^2 - n + 3}$
- $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$
- $u_n = \sqrt{n^2+1} - n$

Exercice 8:

Dans chaque cas, déterminer la limite de la suite (u_n).

- $u_n = 5 - 2^n$
- $u_n = 9^n - 10^n$
- $u_n = \frac{2^n-3^n}{2^n}$
- $u_n = \frac{5^n-7^n}{3^n+7^n}$

Exercice 9:

Dans chaque cas, déterminer la limite de la suite (u_n).

- $u_n = 1 + 5 + 9 + \cdots + (4n + 1)$
- $u_n = 5^2 + 5^4 + 5^6 + \cdots + 5^{2n}$
- $u_n = 1 + \left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{3}{4}\right)^n$
- $u_n = 1 + \left(\frac{-1}{2}\right) + \left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{-1}{2}\right)^n$

Exercice 10:

Dans chaque cas, déterminer la limite de la suite (u_n).

- $u_n = 3n - 4sin(n)$
- $u_n = n^2 + 2n + n(-1)^n$
- $u_n = 5 - \frac{sin(n^2)}{\sqrt{n}}$
- $u_n = \frac{(-1)^n - 5n}{n^2 - (-1)^n}$

Exercice 11 :

Après avoir mis votre calculatrice en mode escalier, conjecturer graphiquement la limite des suites suivantes définies par une relation de récurrence.

1) $\begin{cases} u_0 = -1{,}5 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$ avec pour fenêtre $-2 \leq X \leq 3$ et $-1 \leq Y \leq 3$
2) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -1{,}5u_n + 1 \end{cases}$ avec pour fenêtre $-10 \leq X \leq 10$ et $-10 \leq Y \leq 10$
3) $\begin{cases} u_0 = -3 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -0{,}25{u_n}^2 - 1 \end{cases}$ avec pour fenêtre $-12 \leq X \leq 1$ et $-12 \leq Y \leq 1$

Exercice 12: *School population*

In a school, statistics have been shown that the population decreases by 10% each year. This year, there are 800 pupils in the school. The administration decides to enroll 50 pupils more every year.
What can you predict about the evolution of the population of this Scholl for the years to come? Using your calculator, come up with a conjecture.

Exercice 13:

On considère la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{3u_n}{3 + 2u_n} \end{cases}$

1) A l'aide de votre calculatrice, conjecturer la limite et le sens de variation de (u_n)
2) Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > 0$
3) En déduire le sens de variation de (u_n)
4) Montrer que la suite (u_n) converge vers un nombre noté l.
5) On considère la suite (v_n) définie $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \frac{3}{u_n}$

   Démontrer alors que (v_n) est arithmétique
6) En déduire une expression de v_n puis de u_n en fonction de n.
7) Déterminer alors par le calcul l'expression de l.

Exercice 14:

Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{-u_n - 4}{u_n + 3} \\ u_0 = 0 \end{cases}$

1) Calculer la valeur de u_1 et de u_2

On pose $\forall x \in]-3; +\infty[, f(x) = \frac{-x-4}{x+3}$. Ainsi, $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$

2) Montrer que f est croissante sur $]-3\,; +\infty[$.

3) Démontrer par récurrence que, $\forall n \in \mathbb{N}, -2 \leq u_{n+1} \leq u_n$.
4) En déduire que (u_n) converge.

Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = \frac{1}{u_n+2}$

5) Calculer la valeur de v_0.
6) Démontrer que la suite (v_n) est arithmétique de raison 1.
7) Donner la formule explicite de (u_n).
8) En déduire alors la limite de (u_n)