



## L'échantillonnage au lycée

On va résoudre l'exercice suivant en utilisant les méthodes vues successivement en Seconde, Première et Terminale. Dans tout ce document, on notera  $p$  la proportion connue d'un caractère et  $f_{obs}$  la fréquence observée de ce caractère sur l'échantillon étudié.

### Exercice :

On admet que la proportion de femmes dans la population française est égale à 51,4%.  
A quel intervalle appartient, avec une probabilité de 95%, la proportion de femmes dans un échantillon de 36 personnes (taille moyenne d'une classe du lycée) ?

### 1) Intervalle de fluctuation en seconde

On rappelle qu'en seconde, deux conditions sont à vérifier avant de chercher l'intervalle de fluctuation:  $n \geq 25$  et  $0,2 \leq p \leq 0,8$

Il est donc naturel d'utiliser un programme afin d'obtenir les bornes de cet intervalle.

On peut utiliser un test afin de vérifier les conditions et ne pas obtenir un intervalle erroné. Rappelons que la borne inférieure est toujours arrondie par défaut et la borne supérieure par excès. Suivant le niveau de l'élève en Algorithmie, on peut envisager l'affichage de bornes précises au millième par exemple.

```
NORMAL FLOTT AUTO REEL RAD MP
PROGRAM:FLUCTSEC
:Input "N=",N
:Input "P=",P
:If N≥25 et P≥0.2 et P≤.8
:Then
:P-1/√(N)→I
:P+1/√(N)→S
:Disp "BORNE INF=",I
:Disp "BORNE SUP=",S
:Else
:Disp "PAS D INTERVALLE"
:End
```

```
NORMAL FLOTT AUTO REEL RAD MP
PrgmFLUCTSEC
N=36
P=.514
BORNE INF=
0.3473333333
BORNE SUP=
0.6806666667
Fait.
```

On obtient donc un intervalle de fluctuation au millième :  $I_{fS} = [0,347; 0,681]$

Remarquons que les conditions sont réalisées sinon aucun affichage d'intervalle n'aurait eu lieu.

### 2) Intervalle de fluctuation en première

En première, on détermine l'intervalle de fluctuation à l'aide de la loi binomiale. On fait apparaître les intervalles de rejet. On peut utiliser la programmation ou la partie statistiques de la calculatrice

#### a) A l'aide des statistiques.

On utilise les fonctionnalités de la loi binomiale expliquées sur la fiche calculatrice les probabilités. On utilise les statistiques afin de pouvoir tracer un graphique. Rappelons que le mode **LIST** **STAT** permet d'obtenir cet affichage en utilisant les touches suivantes afin de nettoyer

les listes avant leur utilisation : **2ND** **L1** **Y** **EE** **J** **L2** **Z**

```
NORMAL FLOTT AUTO REEL RAD MP
EDIT CALC TESTS
1:Modifier...
2:TriA(
3:TriD(
4:EffListe
5:ÉditeurConfig
6:Quartiles réglage...
```

```
NORMAL FLOTT AUTO REEL RAD MP
EffListe L1,L2
Fait.
```

L1	L2	L3	L4	L5	1
-----	-----	-----	-----	-----	-----



Puisque dans cet exemple,  $n = 36$  on doit remplir la liste  $L_1$  avec les 37 premiers entiers de 0 à 36. On peut faire cette opération à la main ou en dehors du menu statistiques à l'aide des

touches **2ND** **LIST** **STAT** :

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
NOMS MATH
1:TriA(
2:TriD(
3:dim(
4:Remplir(
5:suite(
```

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
Expr: I
Variable: I
début: 0
fin: 36
pas: 1
```

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
suite(I, I, 0, 36.1) → L1
{0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11}
```

Il apparaît clair que si  $n$  est petit, il n'y a aucun intérêt à utiliser cette technique. On pourrait remplir à la main les valeurs. Mais avec l'échantillonnage,  $n$  est au moins égal à 30 ...

On remplit ensuite la deuxième liste avec les probabilités cumulées.

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
binomFRép
nbreEssais: 36
p: 0.514
valeur de x: L1
```

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
binomFRép(36, .514, L1) → L2
{5.234867497E-12 2.045476}
```

L1	L2	L3	L4	L5	1
0	5E-12				
1	2E-10				
2	3.9E-9				
3	4.8E-8				
4	4.3E-7				
5	3E-6				

On obtient donc les 37 valeurs cumulées de la loi binomiale.

Pour déterminer les bornes des intervalles de rejet, il suffit donc de déterminer les valeurs de  $a$  et  $b$  qui les délimitent.

• Par la table, on détermine les nombres  $a$  et  $b$  correspondants aux conditions du cours soit alors  $P(X \leq a) > 0,025$  et  $P(X \leq b) \geq 0,975$ . Il suffit de lire dans la table :

L1	L2	L3	L4	L5	1
12	0.0221				
13	0.0472				
14	0.0907				
15	0.1583				
16	0.252				

Pour  $P(X \leq a) > 0,025$  donc  $a = 13$

L1	L2	L3	L4	L5	1
22	0.9092				
23	0.9531				
24	0.9782				
25	0.991				
26	0.9967				

Pour  $P(X \leq b) \geq 0,975$  donc  $b = 24$

On obtient donc  $I_f = \left[ \frac{a}{n}; \frac{b}{n} \right] = \left[ \frac{13}{36}; \frac{24}{36} \right]$  soit  $I_f \approx [0,361; 0,667]$

### b) A l'aide de la programmation

Il suffit de rentrer un programme avec une boucle itérative couplée à un test.

Ce programme effectue de manière automatique les manipulations effectuées ci-dessus. Les résultats obtenus doivent donc être les mêmes. Ce programme se fait remarquer par sa lenteur.

Si  $n$  excède 50, il vaut mieux effectuer les recherches à la main. Dans l'exercice d'application situé à la fin de ce document, la réponse sera très longue à arriver...

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
PrgmFLUCPRE
N=36
P=0.514
BORNE INF=
0.3611111111
BORNE SUP=
0.6666666667
Fait
```

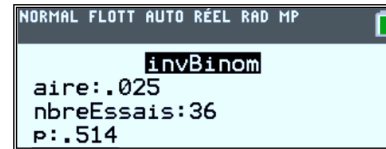
```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
PROGRAM: FLUCPRE
: Input "N=", N
: Input "P=", P
: For (I, 1, N)
: If binomFRép(N, P, I) ≤ 0.025
: Then
: (1+I)/N → A
: End
: End
: If binomFRép(N, P, I) < 0.975
: Then
: (1+I)/N → B
: End
: End
: Disp "BORNE INF=", A
: Disp "BORNE SUP=", B
```



### c) A l'aide de la touche InvBinom

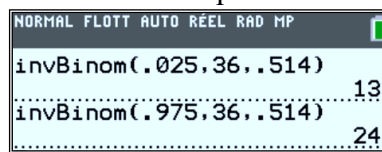
Avec les nouveaux modèles de la TI-83 Prémium, une touche est préprogrammée afin d'obtenir l'intervalle de Fluctuation des classes de Premières par la loi Binomiale.

A l'aide des touches **2ND** **DISTR** **VAR**, on obtient les touches correspondantes à la loi binomiale.

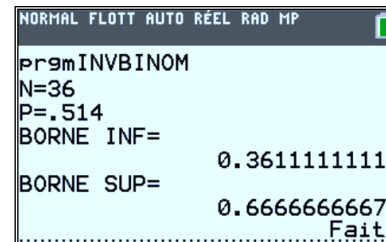
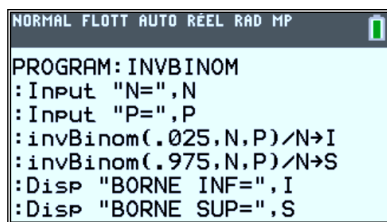


Avec l'exemple ci-dessus, la calculatrice propose de déterminer le premier entier qui vérifie  $P(X \leq a) > 0,025$

Heureusement, on obtient les mêmes résultats qu'avec les deux méthodes précédentes :



Pour s'éviter une répétition des manipulations lors des exercices, on peut aussi envisager un programme rapide qui permet de donner les réponses directement sous forme d'intervalle de fluctuation :



Le programme donne les mêmes résultats que si on avait tout calculé à la main. Ce programme est bien plus rapide que le précédent. Faites le test...

Il est à noter que la touche *InvBinom* permet de déterminer les intervalles de fluctuation enseignés dans le supérieur, c'est à dire autres qu'à 95 %.

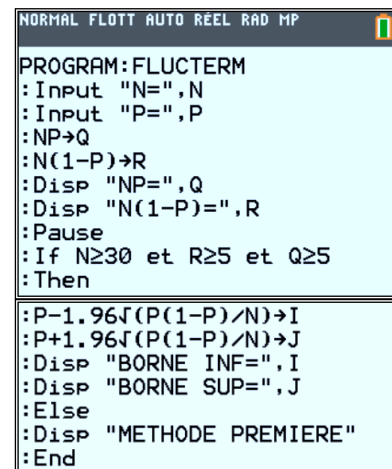
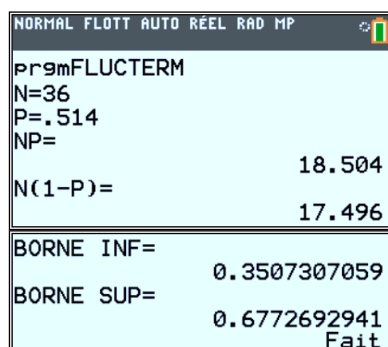
### 3) Fluctuation en Terminale

On utilise ici aussi un programme.

On teste au début du programme les conditions initiales pour vérifier que l'intervalle existe en Terminale.

On aurait pu ajouter un test comme dans le programme de seconde. La Pause est indispensable afin de pouvoir lire l'écran avant que les calculs des bornes s'effectuent.

Ce programme donne l'Intervalle de fluctuation à 95 %. Si on souhaitait un intervalle à 99% comme cela est parfois demandé, il faudrait modifier la formule avec 2,58.



soit  $I_{fT} \approx [0,350; 0,678]$



### Exercice d'application :

La proportion de femmes dans la population française est toujours supposée égale à 51,4 %  
Déterminer un intervalle de fluctuation si on considère 577 personnes françaises.  
Lors de l'élection en juin 2012, il y a eu 155 femmes élues sur les 577 députés de l'Assemblée nationale.  
A celle de juin 2017, elles ont été 233 à être élues. Que peut-on en déduire ?

#### 4) Intervalle de confiance

Il est nécessaire de programmer afin de déterminer un intervalle de confiance. Il existe une instruction préprogrammée dans la TI-83. Malheureusement, elle utilise la formule de l'intervalle de confiance du supérieur. On ne peut donc pas utiliser cette formule dans les différentes classes du lycée.

#### Exemple :

On effectue un sondage sorti des urnes lors d'une élection. Sur 200 personnes, 112 déclarent avoir voté pour un candidat. Au seuil de confiance de 95 %, ce candidat va-t-il remporter l'élection.

En programmant sur la TI-83

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
PROGRAM: ICONFIAN
:Input "N=",N
:Input "F OBS=",F
:F-1/√(N)→I
:F+1/√(N)→J
:Disp "BORNE INF=",I
:Disp "BORNE SUP=",J

PrgmICONFIAN
N=200
F OBS=.56
BORNE INF=
0.4892893219
BORNE SUP=
0.6307106781
.....Fait..
```

Dans le mode Statistiques de la TI-83

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
ÉDIT CALC TESTS
0↑T-Int 2 éch...
A:Z-Int 1 prop...
B:Z-Int 2 prop...

Z-Int sur 1 proposition
x:112
n:200
Niveau C:0.95
Calculer

Z-Int sur 1 proposition
(0.4912,0.6288)
p̂=0.56
n=200
```