Comment réussir un service comme Carlos Alcaraz à l'aide d'outils physiques et mathématiques ?

Bonjour à tous,

Pour mon grand oral, vous avez choisi que je vous explique comment réussir un service comme Carlos Alcaraz, récent vainqueur des internationaux de France de Roland-Garros, à l'aide d'outils physiques et mathématiques.

Le tennis est un sport pratiqué dans le monde entier. C'est une adaptation du jeu de paume qui se pratiquait au moyen âge. C'est en 1877 que fut organisé le premier tournoi de Lawn-tennis : la première édition du tournoi de Wimbledon qui est aujourd'hui connu dans le monde entier. On peut pratiquer le tennis sur différentes surfaces, dur, terre ou herbe et les 4 tournois du grand chelem ont lieu sur toutes ces surfaces. En fonction du type de surface, le rebond est plus ou moins élevé mais cela n'exercera aucune influence sur notre présentation.

Le terrain de tennis est un rectangle de 23,78 m sur 10,97 m mais les deux bandes extérieures ne sont pas utilisées en simple mais uniquement en double, la largeur effective étant alors de 8,23 m.

Nous allons nous intéresser aujourd'hui à la mise en jeu, aussi appelée service. C'est un compartiment du jeu fondamental qui permet à de nombreux joueurs de gagner des matchs. Le service est un coup très important car il conditionne la suite de l'échange. Sur herbe par exemple, il est fréquent que le point se dispute en seulement 3 ou 4 échanges.

Pour l'histoire, Andy Roddick est connu pour être un des plus grands serveurs de l'histoire. Plus de 20 % de ses points de service sont des aces. Ce qui a induit pour lui moins de fatigue, de stress et de temps de jeu sur chaque tournoi auxquels il a participé.

Pour qu'un service soit valable, le joueur doit envoyer la balle dans le carré de service opposé (6,40 m de longueur) en passant au-dessus d'un filet de 0,91 m de hauteur. L'objectif est donc d'avoir une trajectoire parfaite et les sciences vont nous aider en cela.

Le système étudié ici est donc la balle de tennis. Le référentiel est terrestre supposé galiléen car on peut négliger les mouvements de rotation de la terre étant donnée la courte durée du mouvement étudié. On effectue alors le bilan des forces qui s'appliquent au système. Il n'y a que le poids, $\vec{P} = m\vec{g}$. Les frottements sont ici négligés.
On utilise ici la 2$^{\text{ème}}$ loi de Newton qui indique que, à masse constante, la somme des forces est égale à la masse multipliée par le vecteur accélération.

Newton était un physicien anglais qui est né en 1642 et est mort en 1727. C'est une figure emblématique des sciences. Il est particulièrement connu pour sa théorie de la gravitation universelle.

Pour en revenir à notre bilan,

On a donc $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$ car le poids est la seule force qui s'applique à la balle. En résumé, le vecteur accélération est égale au vecteur constante gravitationnelle.

On considère ici que le service est dans le plan (xoy). On projette alors le vecteur accélération sur les deux axes :

Ainsi $\vec{a}:\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$, Le poids étant orienté vers le bas.

Pour pouvoir aller plus loin et notamment déterminer une équation de la trajectoire de la balle, on doit utiliser une notion mathématique fondamentale : l'intégration.

C'est Bernard Riemann (1826, 1866) qui le premier s'est penché sur la théorie de l'intégration. Il s'agit de déterminer l'aire sous la courbe représentative d'une fonction en découpant cette surface par des rectangles à sommer. Aujourd'hui, c'est plutôt la notion de primitives qui va rentrer en jeu pour nous. Une primitive d'une fonction f est notée F et vérifie sur son domaine d'existence que , $\forall t \in D_f, F'(t) = f(t)$
Lorsqu'on intègre en physique, la seule chose que l'on ait besoin de savoir est l'intégration des fonction affines.
Trois articles sont fréquemment utilisés dans l'intégration : une primitive, la primitive ou les primitives.
On cherche d'abord les primitives d'une fonction, c'est-à-dire à une constante près avant de déterminer la primitive en trouvant la valeur de la constante d'intégration grâce aux conditions initiales.
Pour une fonction constante :$f(t) = a \Longrightarrow F(t) = at + b$
Pour une fonction affine :$f(t) = at + b \Longrightarrow F(t) = a\frac{t^2}{2} + bt + c$
Où a, b et c sont des constantes d'intégration.

Pour en revenir à notre vecteur accélération, on peut alors obtenir les composantes du vecteur vitesse en intégrant les composantes du vecteur accélération sur chacun des deux axes. Puisque la dérivée d'une constante est nulle, l'intégration s'effectue à une constante près.

Ainsi $\vec{v}:\begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -gt + C_2 \end{cases}$ soit alors $\vec{v}:\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$

v_0 représentant la vitesse initiale de la balle au moment de la frappe par la raquette. On considère ici que le serveur frappe « à plat », c'est-à-dire sans donner d'effet avec un vecteur vitesse initiale horizontale. Le vecteur vitesse initiale a donc une composante verticale nulle ce qui correspond à $C_2 = 0$ et une composante horizontale non nulle, notée v_0.

En intégrant de nouveaux les composantes du vecteur vitesse, on obtient les composantes du vecteur position de la balle. De la même manière, des constantes apparaissent.
Ainsi $\overrightarrow{OB}:\begin{cases} x(t) = v_0 t + C_3 \\ y(t) = -g\frac{t^2}{2} + C_4 \end{cases}$ soit alors $\overrightarrow{OB}:\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -g\frac{t^2}{2} + h \end{cases}$

$C_3 = 0$ car on a placé l'origine du repère sur le serveur. La hauteur h correspond alors à la hauteur à laquelle est frappée la balle (taille du jouer ajoutée à la taille de la raquette ajoutée à l'extension). Cette hauteur h dépend donc de nombreux paramètres, elle varie évidemment de manière plus significative entre les hommes et les femmes. On a donc obtenu les équations horaires de la balle de tennis au service.

On peut alors faire disparaitre la variable temps en procédant par substitution. On isole alors la variable t dans la première ligne et on injecte dans la seconde. On obtient ainsi l'équation de la trajectoire du mouvement de la balle.
$\forall x > 0, y(x) = -\frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 + h$ où h représente la hauteur à laquelle la balle est frappée.

On peut estimer cette valeur à 250 cm (taille du joueur, bras tendu, longueur de la raquette et détente du joueur) pour un homme de taille moyenne.

Maintenant que nous avons l'équation de la trajectoire, on peut s'intéresser à la vitesse que le joueur doit imprimer initialement à la balle pour que le service soit bon. Entre d'autres termes, deux conditions doivent être vérifiées :

- Passer le filet. La condition s'énonce alors $y(11{,}90) > 0{,}91.$ 11,90 correspond alors à la distance entre le serveur et le filet. Tout ceci correspond bien à la situation où la balle passe au-dessus du filet.
- Rebondir dans le carré de service, c'est-à-dire que la solution de l'équation $y(x) = 0$ doit être inférieure à 18,28 m. En d'autres termes, la balle doit toucher le sol au maximum à 18, 28 m du serveur, ce qui correspond à la distance entre le serveur, sa partie de terrain et le carré de service adverse.

On utilise alors ici de nouveaux outils mathématiques qui vont nous donner un encadrement pour la valeur de v_0. On doit résoudre une inéquation du second degré, notion apprise en classe de première spécialité.

La première condition énoncée se traduit mathématiquement par :

$$-\frac{9{,}81}{2}\left(\frac{11{,}9}{v_0}\right)^2 + 2{,}5 > 0{,}91$$

On doit donc résoudre une inéquation de la variable v_0. Naturellement, la vitesse v_0 est minorée par une valeur afin de franchir le filet.

On isole alors l'inconnue v_0 et on prend sa racine carrée.

$$-\frac{9{,}81}{2}\left(\frac{11{,}9}{v_0}\right)^2 + 2{,}5 > 0{,}91 \Leftrightarrow \left(\frac{11{,}9}{v_0}\right)^2 < 0{,}324159 \Leftrightarrow v_0 > 20{,}9\ m/s$$

Et on obtient une valeur de $v_0 > 20{,}9\ m/s$
On peut alors changer d'unité et passer en km/h. Pour cela, on applique un coefficient de 3,6. Ainsi $v_0 > 75{,}24\ km/h.$
On peut s'étonner de la faible valeur de cette vitesse initiale mais c'est la vitesse minimale pour que le service franchisse le filet.

La deuxième condition énoncée se traduit mathématiquement par :

$y(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{9{,}81}}v_0.$ En d'autres termes, on veut que la balle ait une altitude nulle.

$y(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 + 2{,}5 = 0$ soit alors en isolant $y(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{9{,}81}}v_0$

Puisqu'on souhaite que $x < 18{,}28$ on doit alors résoudre :

$$\sqrt{\frac{5}{9{,}81}}v_0 < 18{,}28 \Leftrightarrow v_0 < 25{,}6\ m/s$$

De la même manière, on applique le coefficient multiplicateur et on obtient une vitesse de $92{,}16\ km/h$

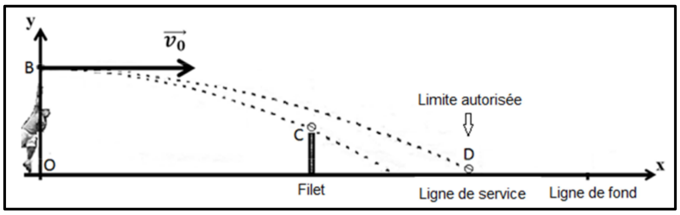
Pour que notre service soit valable, il faut que la vitesse initiale soit comprise entre 75, 24 km/h et 92,16 km/h.
Pour regarder fréquemment le tennis à la télévision, je m'étonne de ces faibles valeurs. En effet, en 2009, Ivo Karlovic a enregistré le service le plus rapide du monde à 251 km/h, bien plus rapide que ce que nous avons établi.
Plusieurs remarques sont à relever.

Tout d'abord Ivo Karlovic était surnommé le géant croate et mesurait 2,11 m. en rajoutant la longueur du bras, la raquette et la détente, il frappait la balle vers 3,40 m de haut. Bien plus que les 250 centimètres que nous avons pris pour notre étude.
L'autre point essentiel est que dans notre étude, la balle était frappée à plat, c'est-à-dire avec une vitesse initiale horizontale. Avec une telle taille, la balle est frappée de haut en bas ce qui induit la présence d'une composante horizontale mais aussi verticale. Ainsi, la balle plonge plus rapidement après le filet et peut être frappée bien plus fort au départ.
Enfin , les joueurs professionnels ont une maitrise des effets qui permettent d'accélérer leur balle comme le lift par exemple. Ce qui leur permet des trajectoires différentes mais qui sortent de notre étude.

<u>Conclusion :</u>

Grâce aux mathématiques et à la physique, nous avons obtenu les valeurs nécessaires à fournir à Carlos Alcaraz pour qu'il réussisse au mieux ses services et conserve ses titres du grand chelem.
La vitesse initiale de sa frappe de balle doit avoir une vitesse maximale de 92 km/h. Ceci ne correspond pas à la réalité car les joueurs utilisent des techniques pour frapper plus fort leur mise en jeu. On peut s'interroger sur la vitesse maximale possible d'une frappe de balle au service. Les 251 km/h de Ivo Karlovic seront-ils battus un jour. Seul l'avenir nous le dira.

<u>Document support</u>



<u>2ème loi de Newton :</u> $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Ainsi $\vec{a}: \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$, Le poids est orienté vers le bas.

<u>Par intégration :</u>

$\vec{v}: \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -gt + C_2 \end{cases}$ soit alors $\vec{v}: \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$

<u>Par intégration :</u>

$\overrightarrow{OB}: \begin{cases} x(t) = v_0 t + C_3 \\ y(t) = -g\frac{t^2}{2} + C_4 \end{cases}$ soit alors $\overrightarrow{OB}: \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -g\frac{t^2}{2} + 2{,}5 \end{cases}$

<u>Équation de la trajectoire :</u>

$\forall x > 0, y(x) = -\frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 + 2{,}5$

<u>Les contraintes :</u>

Passer au-dessus du filet : $y(11{,}90) > 0{,}91$

$$-\frac{9{,}81}{2}\left(\frac{11{,}9}{v_0}\right)^2 + 2{,}5 > 0{,}91 \Leftrightarrow \left(\frac{11{,}9}{v_0}\right)^2 < 0{,}324159 \Leftrightarrow v_0 > 20{,}9\ m/s$$

Rebond dans le carré de service : $y(x) = 0 \Leftrightarrow x_0 = \sqrt{\frac{5}{9{,}81}}v_0$

$$x_0 < 18{,}28 \text{ soit alors } \sqrt{\frac{5}{9{,}81}}v_0 < 18{,}28 \Leftrightarrow v_0 < 25{,}6\ m/s$$