La Loi Normale

Objectif :

La TI 83 permet de répondre à toutes les questions. Il faut donc bien la maitriser. Cependant, il faut garder en mémoire que certaines questions reposent sur des questions de cours, notamment les critères de normalité. Leur connaissance est indispensable à un élève qui souhaite suivre des études de médecine.
A chaque question, je vous conseille vivement de faire un petit croquis, d'hachurer la probabilité recherchée et d'évaluer la cohérence de votre réponse.

Méthode :

- Lorsqu'on cherche une probabilité du type $P(a \leq X \leq b)$, on utilise :
  `2:normalFRép(` **a, b,** μ, σ)
- Lorsqu'on cherche une probabilité du type $P(X \leq a)$, on utilise :
  `2:normalFRép(` **-10 ^{99}, a,** μ, σ)
- Lorsqu'on cherche à déterminer a tel que $P(X \leq a) = p$, on utilise :
  `3:invNormale(` **p,** μ, σ)


Carl F. GAUSS

Dans la pratique, toute la probabilité est répartie entre $[\mu - 10\sigma; \mu + 10\sigma]$
Il est donc inutile d'écrire des très grands nombres quand on a compris. Avec un peu de calcul mental, on devrait s'en sortir.

Exercice 1 :

Lors d'une course à pied, le temps moyen mis par les participants a été de 3h.
On note T la variable aléatoire qui donne l'écart, en heures, $t - 3$ où t est le temps mis par le participant. On admet par la suite que $T \leadsto N(0; 1)$

1) Donner $P(2 \leq T \leq 4)$
2) Que représente l'évènement $P(T \geq 0{,}25)$?
3) A l'aide de la calculatrice, donner les valeurs de $P(T \geq 0{,}25)$, $P(T \leq -0{,}5)$.

Exercice 2 :

On sait X suit une loi normale centrée réduite. A l'aide de la calculatrice, donner :

- $P(X \leq a) = 0{,}1256$
- $P(X \geq a) = 0{,}2345$,
- $P(0 \leq X \leq a) = 0{,}4988$

Exercice 3 :

On admet que le temps passé chaque jour devant la télévision définit une variable aléatoire suivant une loi normale de moyenne 3 h avec un écart-type de 45 minutes.

1) Déterminer le pourcentage de personnes regardant la télévision entre 2h et 4h par jour.
2) Déterminer le pourcentage de personnes regardant la télévision moins de 1 h30 par jour.
3) Déterminer le nombre a tel que : $P(X \leq a) = 0{,}25$

Exercice 4 :

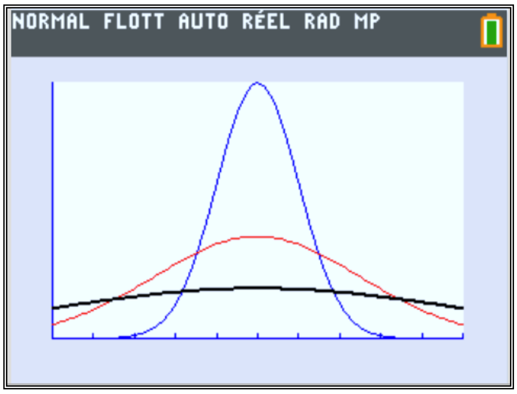
Une assurance s'intéresse aux coûts des sinistres susceptibles d'intervenir en 2013 sur les véhicules qu'elle assure dans un département donné. On note X la variable aléatoire qui à chaque sinistre associe son coût en Euros. L'étude des années précédentes permet de supposer que X suit une loi normale de moyenne 1200 et d'écart-type 200.
Quelle est la probabilité qu'en 2013 un sinistre pris au hasard coûte entre 100 et 1500 Euros ?

Exercice 5 :

X suit une loi normale d'espérance mathématique 100 et d'écart-type 10.
Donner une valeur approchée de $P(80 \leq X \leq 120)$

Exercice 6 :

On a tracé les fonctions densité des lois normales $N(\mu; \sigma^2)$ suivantes à l'aide d'une TI-83:
$N(5; 2{,}5^2)$ $N(5; 5^2)$ et $N(5; 1^2)$.
Retrouver qui est qui.



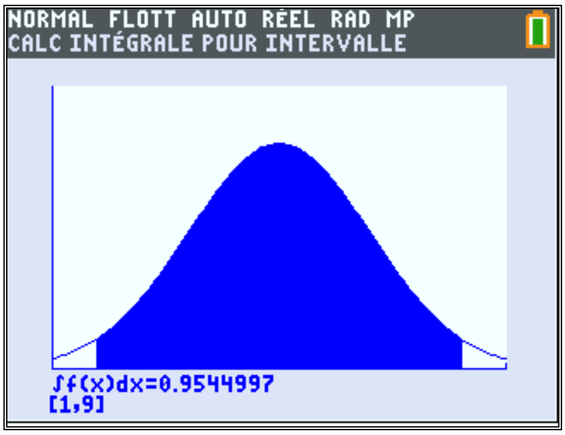
Exercice 7 :

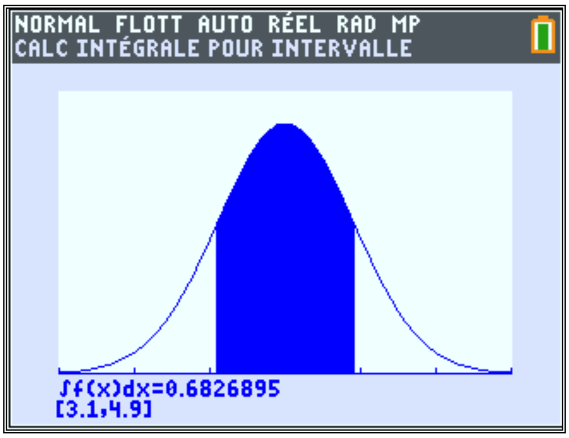
On considère une variable aléatoire X suivant une loi normale $N(5; 1{,}3^2)$

1) Déterminer les probabilités de $P(X \geq 2)$ et $P_{(X\geq 1)}(X \geq 3)$.
2) La loi de X est-elle sans vieillissement ?

Exercice 8 :

On donne les informations suivantes sur une calculatrice. Retrouver alors les paramètres de la loi $N(\mu; \sigma^2)$ dans les 2 cas suivants.





Exercice 9 :

Une entreprise fabrique des rondelles métalliques. Une rondelle est déclarée conforme si son diamètre est compris entre 5 mm et 7 mm
On suppose que le diamètre en mm d'une rondelle suit une loi normale d'espérance 6 mm et d'écart type 0,5 mm

1) Déterminer la probabilité qu'une rondelle soit conforme.
2) Si la production annuelle est de 500 000 rondelles, combien y en a-t-il de non conforme ?
3) Le directeur général souhaite améliorer la qualité de production. Il souhaite diviser par 2 le nombre de rondelles non conforme en utilisant des machines plus régulières. Quelle nouvelle valeur de l'écart type doit-il viser ?