Copyright © Tous droits réservés.
Ce document, ou toute partie de celui-ci ne peut être reproduit ou utilisé de quelque manière que ce soit sans l'autorisation écrite expresse du propriétaire.

Composition de fonctions

Objectif :

Etre capable de composer et décomposer des fonctions à l'aide des fonctions usuelles est indispensable dans le chapitre.
Attention cependant, d'une manière générale, la composition n'est pas commutative.
Dans uov, on commence par appliquer la fonction la plus intérieure, aussi appelée la plus proche de la variable, c'est-à-dire ici v. On commence donc par la fonction écrite la deuxième ou encore celle la plus proche de x.

Méthode :

Modèle de composition :

Soient $u(x) = 3x - 2$ et $v(x) = x^2$ deux fonctions. Donner l'expression de uov et vou.

- $uov : x \overset{v}{\mapsto} x^2 \overset{u}{\mapsto} 3x^2 - 2$ Donc $uov(x) = 3x^2 - 2$
- $vou : x \overset{u}{\mapsto} 3x - 2 \overset{v}{\mapsto} (3x-2)^2$ Donc $vou(x) = (3x-2)^2$

Modèle de décomposition :

Soit $f(x) = \frac{1}{3x+5}$. Déterminer deux fonctions telles que $f(x) = uov(x)$

On pose $u(x) = \dfrac{1}{x}$ et $v(x) = 3x + 5$

Ainsi $uov : x \overset{v}{\mapsto} 3x+5 \overset{u}{\mapsto} \dfrac{1}{X}$ soit alors $uov(x) = \frac{1}{3x+5}$

Remarque :

Attention, l'ordre dans la composition est capital et non naturel.
Sans une bonne dose de flair, la décomposition peut s'avérer rapidement compliquée.
On ne s'intéresse pas au domaine de définition de la fonction composée ici.

Exercice 1 :

Pour chaque couple de fonctions, donner les composées uov et vou

- $u(x) = 5x + 7$, $v(x) = x^2$
- $u(x) = \dfrac{1}{x}$, $v(x) = 2x + 1$
- $u(x) = \sqrt{x}$, $v(x) = 5x^2 + 1$

Exercice 2 :

Pour chaque fonction, décomposez-la en deux fonctions usuelles.

- $f(x) = \dfrac{1}{3x^2 + 2}$
- $f(x) = \dfrac{3x^2 - 1}{7x^2 + 5}$
- $f(x) = \dfrac{1}{e^x + 5}$

Exercice 3 :

Décomposez chacune des fonctions $f(x) = \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}+2x}$ puis $g(x) = \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}$ à l'aide de fonctions usuelles.