Produit vectoriel

Objectif :

Déterminer un vecteur orthogonal à deux vecteurs non colinéaires de l'espace.
Cette notion est hors programme mais pourrait vous sauver un jour dans un exercice.

Méthode :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal$\left(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$, on donne les vecteurs $\vec{u}(x;y\,;z)$ et $\vec{v}(x';y';z')$ non nuls et non colinéaires.

On appelle produit vectoriel de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$ le vecteur, noté $\vec{u}\wedge\vec{v}$, dont les coordonnées sont :

$$\vec{u}\wedge\vec{v}=\begin{pmatrix} yz'-y'z \\ zx'-xz' \\ xy'-yx' \end{pmatrix}$$

On remarque que la coordonnée cherchée n'est pas utilisée…
Présentez-le en colonne en ajoutant des lignes en dessous et tout ira bien.

Exercice 1 :

On donne les vecteurs $\vec{u}(3;-2\,;1)$ et $\vec{v}(1;4\,;0)$

1) Déterminer les coordonnées de $\vec{u}\wedge\vec{v}$.
2) Montrer que $\vec{u}\wedge\vec{v}$ est orthogonal à $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
3) Calculer $\vec{v}\wedge\vec{u}$. Que peut on conclure ?

Exercice 2 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal$\left(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$, on donne les équations paramétriques des droites $(\mathcal{D})$: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=\quad -t \\ z=-2+t \end{cases}$ $,t\in\mathbb{R}$ et $(\mathcal{D}')$: $\begin{cases} x=1+3k \\ y=\quad 3k \\ z=33 \end{cases}$ $,k\in\mathbb{R}$

Existe-t-il une droite qui soit orthogonale simultanément à $(\mathcal{D})$ et à $(\mathcal{D}')$

Exercice 3 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal$\left(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$, on donne les points $A(1;1\,;0)$ $B(0;0\,;-1)$ et $C(1;5\,;3)$.

1) Montrer que ces trois points définissent un plan.
2) Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC)