

Fluctuation et Estimation

Méthode :

Deux cas sont possibles :

- La proportion p est **connue** et on cherche à valider cette proportion en recherchant un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de confiance de 95 %.

Exemple :

Fin 2010, le taux de chômage en France s'élevait, selon l'INSEE, à 9,7% de la population active. Lors d'un reportage, un journaliste a interrogé 100 personnes au hasard sur un marché de Bergerac. 15 sont au chômage. Il affirme alors que Bergerac est plus touchée par le chômage. Son raisonnement est-il satisfaisant ?

Solution :

Ici, $n = 100$ et $p = 0,097$.

A l'aide de la formule, $I_F = [0,0389; 0,1551]$

La fréquence observée est donnée par: $f_{obs} = 0,15$



On peut donc affirmer que son raisonnement n'est pas satisfaisant.

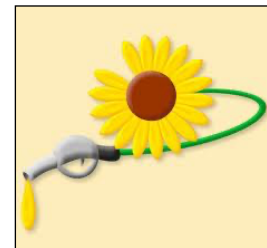
- La proportion p est **inconnue** et on cherche donc à obtenir un intervalle de confiance qui contiendra cette proportion. On cherche à estimer une proportion dans une population à partir d'un échantillon de cette population.

A chaque exercice, il faut se demander si la proportion est connue et être capable d'extraire les données de l'énoncé et de les identifier. Ce travail préliminaire est indispensable afin de choisir le bon chemin, Fluctuation ou Estimation.

Exemple :

Sur 980 conducteurs français interrogés, 850 sont prêts à utiliser les biocarburants.

1. Donner une estimation ponctuelle de la proportion p des conducteurs français prêts à utiliser les biocarburants.
2. Déterminer l'intervalle de confiance de p au niveau de confiance 0,95.
3. Quelle devrait être la taille de l'échantillon pour obtenir une précision inférieure à 1%



Solution :

1. L'estimation ponctuelle de la proportion est un synonyme de la fréquence observée.

On a ici : La fréquence observée est donnée par $f_{obs} = \frac{850}{980} \approx 0,867$.

2. L'intervalle de confiance est donné par : $I_C = \left[f_{obs} - \frac{1}{\sqrt{n}}; f_{obs} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Ici $\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{980}} = 0,032$ on obtient alors $I_C = [0,835; 0,899]$

3. Je cherche n afin que : $\frac{2}{\sqrt{n}} \leq 0,01$ soit alors $n \geq 40000$.

Vous avez sur la page Fluctuation et Estimation des exercices corrigés. Attention à la rédaction et à ne pas dire de bêtises...



Exercice 1 :

On veut estimer la proportion p de foyer disposant en France d'un abonnement internet. On sait que p est compris entre 50 % et 70 %.

1. Quelle doit être la taille minimale de l'échantillon pour obtenir un résultat avec une précision de 3% ?
2. Quelle doit être la taille minimale de l'échantillon pour obtenir un résultat avec un niveau de confiance de 99 % ?

Exercice 2 :

On admet que dans la population d'enfants de 11 à 14 ans d'un département français, le pourcentage d'enfants ayant eu une crise d'asthme dans leur vie est de 13 %.

Un médecin d'une ville de ce département est surpris du nombre important d'enfants le consultant ayant des crises d'asthme et en informe les services sanitaires. Ceux-ci décident d'entreprendre une étude et d'évaluer la proportion d'enfants de 11 à 14 ans ayant déjà eu des crises d'asthme.

Il sélectionne de manière aléatoire 100 jeunes de 11 à 14 ans de la ville.

La règle de décision est la suivante : Si la proportion observée est supérieure à la borne supérieure de l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, alors une investigation plus complète sera mise en place afin de rechercher les facteurs de risque pouvant expliquer cette proportion élevée.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% de la proportion des jeunes de 11 ans à 14 ans ayant eu une crise d'asthme dans un échantillon de taille 100.
2. L'étude réalisée auprès des 100 personnes a dénombré 19 jeunes ayant déjà eu des crises d'asthme. Que pouvez-vous en conclure ?
3. Le médecin n'est pas convaincu par cette conclusion et déclare que le nombre de personnes interrogées était insuffisant pour mettre en évidence qu'il y avait plus de jeunes ayant eu des crises d'asthme que dans le reste du département.
Combien faudrait-il prendre de sujets pour qu'une proportion observée de 19 % soit en dehors de l'intervalle de fluctuation asymptotique ?

Exercice 3 :

On se propose de comparer la sensibilité aux allergies printanières entre la population urbaine et la population rurale.

Dans un échantillon de 320 personnes vivant en zone urbaine, 121 sont allergiques. Dans un échantillon de 296 personnes de la population rurale, on a trouvé 126 personnes allergiques.

1. Donnez, pour chacune des deux populations, un intervalle de confiance au niveau de confiance de 0,95 pour le pourcentage de personnes allergiques.
2. Peut-on, au niveau de confiance de 0,95, déduire des résultats des échantillons que la population rurale est plus sensible que la population urbaine ?

Exercice 4 :

L'audience d'une chaîne de télévision pour les informations de 20 h de lundi dernier a été mesurée sur 1500 appareils : 28 % de l'ensemble des téléspectateurs ont regardé le journal télévisé de cette chaîne.

Déterminez l'intervalle de confiance au seuil de 95 % des audiences de la chaîne lors de ce journal de 20 h.