Correction exercice échantillonnage

Voici quelques exercices corrigés de la feuille en ligne. Soyez rigoureux sur la rédaction car on peut dire des bêtises sur ce chapitre

Préambule :

Voici un programme qui permet de calculer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % ;
Il permet de vérifier les conditions requises pour utiliser un tel intervalle.
La pause permet d'avoir un affichage sur un écran avant de passer à l'écran suivant.
Il faut arrondir les bornes en fonction de la précision demandée.

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
PROGRAM:FLUCTERM
:Input "N=",N
:Input "P=",P
:NP→Q
:N(1-P)→R
:Disp "NP=",Q
:Disp "N(1-P)=",R
:Pause
:If N≥30 et R≥5 et Q≥5
:Then
:P-1.96√(P(1-P)/N)→I
:P+1.96√(P(1-P)/N)→J
:Disp "BORNE INF=",I
:Disp "BORNE SUP=",J
:Else
:Disp "METHODE PREMIERE"
:End
```

Correction exercice 12 :

On suppose que la proportion des enfants prématurés est connue et vaut 0,06 ;
Comme 400 naissances ont été étudiées, la taille de l'échantillon considéré est $n = 400$.
Comme $n = 400$ et $p = 0{,}06$, $n\times p = 24$ et $n\times(1-p) = 376$, les conditions sur les paramètres n et p sont vérifiées. On peut ainsi définir l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 dans un échantillon de taille $n = 400$:

$$\left[0{,}06-1{,}96\times\frac{\sqrt{0{,}06\times0{,}94}}{\sqrt{400}};0{,}06+1{,}96\times\frac{\sqrt{0{,}06\times0{,}94}}{\sqrt{400}}\right]\approx[0{,}036;0{,}084]$$

La fréquence observée, fréquence des prématurés dans l'échantillon considéré, est égale à :

$$f_{obs}=\frac{50}{400}=0{,}125$$

Comme cette fréquence n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95, l'hypothèse selon laquelle 6 % des naissances sont des prématurés est rejetée.
D'après l'hypothèse émise par les chercheurs, il y a plus de risque d'avoir un enfant prématuré lorsque la mère effectue un travail pénible.

Correction exercice 13 :

On s'intéresse à la proportion des votes pour le candidat. Cette proportion p est inconnue
Comme le sondage porte sur 100 électeurs, la taille de l'échantillon considéré est $n = 100$.
La fréquence observée f_{obs} d'électeurs votants pour le candidat dans cet échantillon est égale à : $f_{obs}=\frac{63}{100}=0{,}63$

Comme $n = 100$, $n\times f = 63$ et $n\times(1-f) = 37$, les conditions sur les paramètres n et f sont vérifiées. On peut ainsi définir l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95, qui est donné par :

$$\left[f-\frac{1}{\sqrt{n}};f+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]=\left[0{,}63-\frac{1}{\sqrt{100}};0{,}63+\frac{1}{\sqrt{100}}\right]=[0{,}53;0{,}73]$$

<u>A 95%, le candidat va gagner l'élection.</u>

<u>Correction exercice 14 :</u>

On s'intéresse à la proportion des votes pour le candidat A. Cette proportion p est inconnue
Comme le sondage porte sur 100 électeurs, la taille de l'échantillon considéré est $n = 100$.
La fréquence observée f_{obs} d'électeurs votants pour le candidat A dans cet échantillon est égale à : $f_{obs} = \frac{45}{100} = 0,45$

Comme $n = 100$, $n \times f = 45$ et $n \times (1-f) = 55$, les conditions sur les paramètres n et f sont vérifiées. On peut ainsi définir l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95, qui est donné par :

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,45 - \frac{1}{\sqrt{100}} ; 0,45 + \frac{1}{\sqrt{100}}\right] = [0,35 ; 0,55]$$

<u>On ne peut pas affirmer que le candidat A ne sera pas élu.</u>

Je cherche n afin que : $\frac{1}{\sqrt{n}} \leq 0,05$ soit alors $n \geq 400$. Ainsi, l'intervalle ne dépassera pas 0,5.

<u>Correction exercice 15:</u>

On suppose que la proportion des skieurs habitants hors du département est connue et vaut 0,25 ;
Comme 500 skieurs ont été interrogés, la taille de l'échantillon considéré est $n = 500$.
Comme $n = 500$, $n \times p = 125$ et $n \times (1-p) = 375$, les conditions sur les paramètres n et p sont vérifiées.
On peut ainsi définir l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 dans un échantillon de taille $n = 500$:

$$\left[0,25 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,25 \times 0,75}}{\sqrt{500}} ; 0,25 + 1,96 \times \frac{\sqrt{0,25 \times 0,75}}{\sqrt{500}}\right] \approx [0,212 ; 0,288]$$

La fréquence observée, fréquence des skieurs interrogés hors du département dans l'échantillon considéré, est égale à : $f_{obs} = \frac{172}{500} = 0,344$

Comme cette fréquence n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95, l'hypothèse selon laquelle 25 % des skieurs ne sont pas issus du département est rejetée.

<u>On peut donc affirmer que quelque chose a changé.</u>

Attention, On ne peut pas affirmer que les travaux exercent une influence. Il peut y avoir eu d'autres facteurs : plus de neige, zone de vacances scolaires, plus de soleil, etc…
<u>On peut juste dire qu'il n'y a pas 25 % de skieurs qui viennent d'un autre département.</u>

<u>Correction exercice 10:</u>

On suppose que la proportion de réussite au bac L est de 0,856
Comme $n = 35$, $n \times p = 29,96$ et $n \times (1-p) = 5,04$, les conditions sur les paramètres n et p sont vérifiées.
On peut ainsi définir l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 dans un échantillon de taille $n = 35$:

$$\left[0,856 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,856 \times 0,144}}{\sqrt{35}} ; 0,856 + 1,96 \times \frac{\sqrt{0,856 \times 0,144}}{\sqrt{35}}\right] \approx [0,7397 ; 0,9723]$$

On suppose que la proportion de réussite au bac S est de 0,882
Comme $n = 35$, $n \times p = 30,87$ et $n \times (1-p) = 4,13$, les conditions sur les paramètres n et p ne sont pas vérifiées.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de réussite au BAC parmi les 35 ;
La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 35$et $p = 0,882$.
On lit sur le tableur que le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$ est $a = 27$ et le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$est $b = 34$.
En divisant par n, on obtient $\left[\frac{a}{n}; \frac{b}{n}\right] = \left[\frac{27}{35}; \frac{34}{35}\right] \approx [0,771; 0,972]$.
L'intervalle de fluctuation est donc: $I_F = [0,771; 0,972]$.