



## EXERCICES SUR ORTHOGONALITE

Dans toute la feuille, l'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

### Exercice 1 :

On donne le point  $A(5 ; 3 ; -4)$  et le vecteur  $\vec{n}(1 ; 2 ; 3)$ , normal à  $\mathcal{P}$ .  
Déterminer une équation cartésienne du plan  $\mathcal{P}(A; \vec{n})$

### Exercice 2 :

On donne les points  $A(5 ; 3 ; -4)$ ,  $B(2 ; 1 ; -5)$  et  $C(0 ; 2 ; 1)$   
Après avoir vérifié que  $(ABC)$  est bien un plan, déterminer par le calcul un vecteur normal à ce plan. En déduire une équation cartésienne de ce plan.

### Exercice 3 :

On donne les points  $A(1 ; 2 ; 3)$ ,  $B(2 ; 1 ; 1)$ ,  $C(3 ; -1 ; -2)$  et  $D(-1 ; 3 ; 2)$

- 1) Calculer les coordonnées de  $\vec{AB}$  puis les coordonnées de  $\vec{AC}$
- 2) Vérifier que  $\vec{n}(1 ; -1 ; 1)$  est normal au plan  $(ABC)$
- 3) Déterminer une équation cartésienne du plan  $(ABC)$ .
- 4) Déterminer une équation cartésienne du plan parallèle à  $(ABC)$  qui passe par  $D$

### Exercice 4 :

On donne les points  $A(5 ; 3 ; 1)$  et  $B(1 ; -4 ; 2)$ .

1. Déterminer une équation de la sphère  $(\mathcal{S})$  de diamètre  $[AB]$ .
2. Soient  $(\mathcal{P}_A)$  le plan tangent à la sphère  $(\mathcal{S})$  en  $A$ . Déterminer une équation de ce plan.

### Exercice 5 :

On donne une droite définie par  $(\mathcal{D}) : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 - t, t \in \mathbb{R} \text{ et un plan défini à l'aide d'une} \\ z = 7 + t \end{cases}$   
équation cartésienne  $(\mathcal{P}) : 2x + y - z + 7 = 0$

Déterminer soigneusement la position relative de  $(\mathcal{D})$  et de  $(\mathcal{P})$

### Exercice 6 :

On donne une droite définie par  $(\mathcal{D}) : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 5 + 3t, t \in \mathbb{R} \text{ et un plan défini à l'aide d'une} \\ z = 7 + t \end{cases}$   
équation cartésienne  $(\mathcal{P}) : x - 2y + 3z + 7 = 0$

Déterminer soigneusement la position relative de  $(\mathcal{D})$  et de  $(\mathcal{P})$

### Exercice 7 :

On donne une droite définie par  $(\mathcal{D}) : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 2t, t \in \mathbb{R} \text{ et un plan défini à l'aide d'une} \\ z = 7 - t \end{cases}$   
équation cartésienne  $(\mathcal{P}) : 5x - 2y + z - 7 = 0$

Déterminer soigneusement la position relative de  $(\mathcal{D})$  et de  $(\mathcal{P})$

### Exercice 8 :

On donne les points  $A(5 ; 2 ; 3)$  et  $B(-1 ; 2 ; 1)$ .

Déterminer l'équation cartésienne du plan qui passe par  $A$ , perpendiculaire à la droite  $(AB)$

Déterminer l'équation cartésienne du plan qui passe par  $B$ , perpendiculaire à la droite  $(AB)$



### Exercice 9 :

On donne  $A(5; -1; 4)$  et  $B(1; 2; -3)$  et  $\mathcal{P}(B, \vec{n}) : 2x + y - 3z - 13 = 0$   
Déterminer la distance du point  $A$  au plan  $\mathcal{P}$ .

### Exercice 10 :

On donne la sphère d'équation cartésienne  $(\mathcal{S}) : (x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 10$  et la

droite définie par  $(\mathcal{D}) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de la droite et de la sphère s'ils existent.

### Exercice 11 :

On donne  $A(5; -6; 7)$  et  $B(1; 2; -3)$

Déterminer par le calcul l'équation cartésienne du plan médiateur de  $[AB]$ .

### Exercice 12 :

On donne  $(\mathcal{P}_1) : x + 5y - 22z - 7 = 0$  et  $(\mathcal{P}_2) : 2x + 4y + z + 1 = 0$

Discutez la position de ces deux plans et en déduire leur intersection.

### Exercice 13 :

On donne  $\vec{u}(1; 7; 3)$  et  $\vec{v}(2; 1; 5)$ .

Déterminer à l'aide du produit vectoriel un vecteur normal à  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$

En déduire l'équation cartésienne d'un plan passant par  $A(1; -3; 2)$  et dirigé par  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

### Exercice 14 :

On donne les points  $A(1; 3; -2)$ ,  $B(-3; 4; -2)$  et  $C(1; 2; -1)$

Déterminer par le calcul :

- Les coordonnées de  $\overrightarrow{AB}$  puis les coordonnées de  $\overrightarrow{AC}$ .
- Les coordonnées du milieu  $I$  de  $[AB]$ .
- La norme de  $\overrightarrow{CB}$ .
- Un vecteur normal à  $\overrightarrow{AB}$ .
- Un vecteur normal à  $\overrightarrow{AC}$ .
- Un vecteur normal à  $\overrightarrow{AB}$  et à  $\overrightarrow{AC}$ .
- Une équation cartésienne au plan  $(ABC)$
- Une équation cartésienne du plan médiateur à  $[AB]$ .

### Exercice 15 :

On donne les points  $A(3; 1; -2)$ ,  $B(-1; 4; 1)$  et  $C(2; 2; -1)$

Déterminer par le calcul :

- Les coordonnées de  $\overrightarrow{AB}$  puis les coordonnées de  $\overrightarrow{AC}$ .
- Les coordonnées du milieu  $I$  de  $[AB]$ .
- La norme de  $\overrightarrow{CB}$ .
- Un vecteur normal à  $\overrightarrow{AB}$ .
- Un vecteur normal à  $\overrightarrow{AC}$ .
- Un vecteur normal à  $\overrightarrow{AB}$  et à  $\overrightarrow{AC}$ .
- Une équation cartésienne au plan  $(ABC)$
- Une équation cartésienne du plan médiateur à  $[AB]$ .