



## Exercices sur Manipuler des réels

### Exercice 1 : Organisation des calculs

Calculer à la main les expressions suivantes

$$A = -3^2 + \sqrt{(-5)^2 - 2^4} + 2^3 - 5\sqrt{4+5} \quad B = 3 - \frac{2\sqrt{9-5-2^2}}{5 \times 2}$$

### Exercice 2 : Dénominateur commun et fractions

Commencer par rechercher un dénominateur commun puis écrire l'expression sous forme de quotient.

$$C = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} + c \quad D = \frac{x}{2} - \frac{7}{5} + \frac{x}{3} \quad E = \frac{7}{2} + \frac{5}{a} \quad F = 3x + \frac{x}{2} + \frac{5}{x} \quad G = \frac{5}{2x} + \frac{4}{y} - \frac{2}{xy}$$

### Exercice 3 : Ordre de grandeur et écriture scientifique

Donner un ordre de grandeur des nombres suivants :

$$H = 380000 \times 0,0002 \times 4000 \quad I = \frac{3900 \times 400}{0,0000012 \times 0,0004} \quad J = 0,00028 \times 300000^2$$

$$K = 5 \times 10^{-7} + 45 \times 10^{-5} + 2 \times 10^2 \quad L = (3 \times 10^{-5})^2 + (4 \times 10^4)^3$$

### Exercice 4 : Encore des ordres de grandeur

Donner un ordre de grandeur pour chacun des nombres suivants :

$$\triangleright \frac{1}{3} \pi R^2 \text{ pour } R = 4100 \quad \triangleright \frac{1}{2} m^2 g \text{ pour } m = 0,0043 \text{ et } g = 9,1 \quad \triangleright \frac{4}{3} \pi R^3 \text{ pour } R = 0,00125$$

### Exercice 5 : Français et mathématiques

Soit  $x$  un nombre. Traduire par une expression mathématique les expressions françaises suivantes et Simplifier si possible :

- |  |  |   |
|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> L'opposé du double de $x$ | <input type="checkbox"/> Le cube du cube de $x$      | <input type="checkbox"/> Le cube du double de $x$ |
| <input type="checkbox"/> Le carré du double de $x$ | <input type="checkbox"/> Le carré de l'opposé de $x$ | <input type="checkbox"/> L'opposé du carré de $x$ |

### Exercice 6 : Encore des histoires d'ensembles de nombres

Dire (en expliquant) à quel ensemble appartiennent les nombres suivants (certains calculs seront à faire pour justifier)

$$A = 1 + \frac{2}{3} \quad B = \frac{5\pi}{3} - 1 \quad C = \frac{5\sqrt{3} - 7\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \quad D = \frac{\sqrt{5} + 3}{4}$$

$$E = 6,5 - \frac{7}{2} \quad F = 3\sqrt{3} - \sqrt{27} \quad G = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \quad H = \frac{1}{15} - \frac{1}{3}$$

$$I = \sqrt{1 + \frac{12}{13}} \times \sqrt{1 - \frac{12}{13}} \quad J = -\sqrt{\frac{16}{225}} \quad K = (6 - 5\sqrt{7})(6 + 5\sqrt{7})$$

### Exercice 7 : La calculatrice ferait-elle des erreurs ?

Calculer à la main puis à la calculatrice et commenter ce que vous constatez.

- $10^9 + 1$  puis  $10^{10} + 1$
- $10^{25} - 10^{25} + 1$  puis  $1 + 10^{25} - 10^{25}$
- $2 \times 999999999999$  puis  $2 \times 1000000000000$
- $999999999999999 - 999999999999998$



**Exercice 8 :** A l'aide de la décomposition en produit de facteurs premiers, écrire les racines carrées sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  et  $b$  sont des entiers naturels et  $a$  est le plus grand possible :

$$\sqrt{252} \qquad \sqrt{1584} \qquad \sqrt{8820}$$

**Exercice 9 :** Écrire sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  et  $b$  sont des entiers,  $b$  étant le plus petit possible :

$$\sqrt{200} \qquad \sqrt{75} \qquad \sqrt{45} + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{20} \qquad \sqrt{63} + 3\sqrt{28} - \sqrt{700} \qquad \sqrt{8} \times \sqrt{50} \times \sqrt{18}$$

$$\sqrt{2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7} \qquad \sqrt{1584} \qquad \sqrt{8820} \qquad \sqrt{24200}$$

**Exercice 10 :** Simplifier les expressions suivantes :

$$\frac{\sqrt{2^2 + 3^2}}{13} \qquad (\sqrt{5} + 2)^2 \qquad (3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) \qquad (5 - \sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3}(4\sqrt{3} - 5)$$

$$\frac{2\sqrt{3} + (\sqrt{3} - 1)^2}{50} \qquad (\sqrt{3} + 4)(\sqrt{3} - 4) - (2\sqrt{5})^2$$

**Exercice 11 :** Écrire les expressions suivantes sans radical au dénominateur :

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \qquad \frac{3}{2\sqrt{7}} \qquad \frac{\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \qquad \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$$

Dans certains exercices, il est demandé de démontrer que deux nombres A et B sont égaux. Divers procédés peuvent être utilisés : en voici deux.

□ **Partir de l'un des deux nombres pour obtenir l'autre.**

**Exemple 1 :** Démontrer que l'on a :  $\frac{7}{6} = \frac{0,6 \times 10^3}{1200} + \frac{2}{3}$

On part du membre de droite car c'est le seul où on peut avancer dans les calculs.  
On le calcule, on le simplifie et on obtient le membre de gauche.

□ **Montrer que les deux nombres sont égaux à un même troisième.**

**Exemple 2 :** Démontrer que  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$

On calcule séparément chacun des deux membres.  
On constate que l'on obtient le même résultat.  
On conclut.

**Exercice 12 :** démontrer à l'aide du procédé de votre choix les égalités suivantes :

1.  $\frac{1}{1 - 0,5} = 2^3 - 6$

2.  $(3\sqrt{5} - 3)(3\sqrt{5} + 3) - \sqrt{5} = 36 - \sqrt{5}$

3.  $1 + 3 + 3^2 + 3^3 = \frac{3^4 - 1}{2}$

4.  $2 - \frac{1}{5} = \left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{5}}{5}\right)\left(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$

5.  $(x + 3)^2 + x^2 = 2x(x + 3) + 9$  pour tout réel  $x$

6.  $\sqrt{6} + \sqrt{10} = \frac{2(\sqrt{3} + \sqrt{5})}{\sqrt{2}}$

7.  $(\sqrt{2} - 1)(10\sqrt{2} + 14) = (\sqrt{2} + 2)^2$

8.  $\sqrt{2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$

9.  $\frac{1}{x+1} - \frac{9}{x-1} = \frac{-8x-10}{x^2-1}$  pour tout réel  $x$

différent de 1 et de -1.



**Exercice 13 :**

On donne  $I = ]-5; 2]$  et  $J = [1; 4[$ .

Après avoir représenté ces deux intervalles, déterminer leur intersection et leur réunion.

**Exercice 14 :**

On donne  $I = ]-\infty; 2]$  et  $J = [-2; 5[$ .

Après avoir représenté ces deux intervalles, déterminer leur intersection et leur réunion.

**Exercice 15 :**

On donne  $I = ]-8; -1]$  et  $J = [-1; 4[$ .

Après avoir représenté ces deux intervalles, déterminer leur intersection et leur réunion.

**Exercice 16 :**

On donne  $I = ]-2; 5[$  et  $J = [1; 4[$ .

Après avoir représenté ces deux intervalles, déterminer leur intersection et leur réunion.

**Exercice 17 :**

Calculer la valeur exacte de :

- $S = |3 - \pi| + 5|2\pi + 1|$
- $S = |\sqrt{3} - \pi| + \sqrt{3}|1 - \sqrt{3}|$

**Exercice 18 :**

Écrire les nombres suivants sous forme scientifique :

- $A = 5678$
- $B = 0,0076$
- $C = 245 \times 10^7$
- $D = 4321 \times 10^{-7}$

**Exercice 19 :**

Résoudre les équations suivantes :

- $|x - 7| = 3$
- $|x + 4| = 1$
- $|2x - 12| = 4$
- $|x + 1| = -3$

**Exercice 20 :**

Résoudre les inéquations suivantes :

- $|x - 4| \leq 3$
- $|x + 7| \geq 3$
- $|3x - 9| \leq 21$
- $|4 - x| > 3$

**Exercice 21 :**

Simplifier les expressions suivantes (sans calculatrice) :

- $A = \sqrt{44}$
- $B = \sqrt{63}$
- $C = \sqrt{98}$
- $D = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{8}$
- $E = -5\sqrt{12} + \sqrt{27}$
- $F = \sqrt{45} - 2\sqrt{20}$