Exercices sur la dérivation

Pour les treize premiers exercices, aucun calcul de fonctions dérivées n'est autorisé.

Exercice 1 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 8x + 5$
Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = 1$

Exercice 2 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 7x + 3$
Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = -1$

Exercice 3 :

On donne la fonction f définie sur $[1\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = 2\sqrt{x-1} + 3$
Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = 1$

Exercice 4 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par : $f(x) = \frac{x+7}{x-1}$
Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = 2$

Exercice 5 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-3\}$ par : $f(x) = \frac{2x-5}{x+3}$
Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = -1$

Exercice 6 :

On donne la fonction f définie sur $[3\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x-3} - 5$
Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = 4$

Exercice 7 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 5x^2 - 3x + 2$
Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x_0 = 1$

Exercice 8 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -3x^2 + x - 5$
Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x_0 = -1$

Exercice 9 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par : $f(x) = \frac{-x+7}{x-2}$
Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x_0 = 1$

Exercice 10 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{5\}$ par : $f(x) = \frac{-2x+9}{x-5}$
Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x_0 = 4$

Exercice 11 :

On donne la fonction f définie sur $[-1\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x+1} - 2$
Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x_0 = 3$

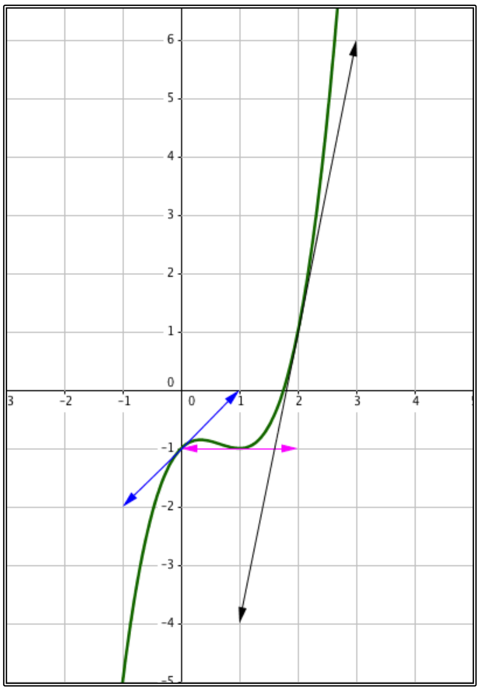
Exercice 12 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 + 7x + 2$
Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x_0 = -5$

Exercice 13 :

L'expression de la fonction est ici inconnue. On va chercher graphiquement les différentes informations. On donne en vert la représentation graphique d'une fonction *f*.

1) Lire sur le graphique ci-contre les nombres $f'(1)$ puis $f'(0)$ puis $f'(2)$
2) Quel est le signe de $f'(0{,}5)$?
3) Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse $x_0 = 2$
4) Donner la valeur de $f(-1)$
5) Construire le tableau de variation de la fonction *f*.
6) Résoudre l'inéquation $f(x) < 1$



Exercice 14 :

Soit la fonction $f(x) = -5x^2 + 7x - 8$ définie sur $\mathbb{R}$.

Déterminer l'expression de sa dérivée.

Exercice 15 :

Soit la fonction $f(x) = (1 - x^2)(3x + 5)$ définie sur $\mathbb{R}$.

Déterminer l'expression de sa dérivée.

Exercice 16 :

Soit la fonction $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$.

Déterminer l'expression de sa dérivée.

Exercice 17 :

Soit la fonction $f(x) = \frac{3+2x}{1+x^2}$ définie sur $\mathbb{R}$.

Déterminer l'expression de sa dérivée.

Exercice 18 :

Calculer l'expression de la dérivée de toutes les fonctions ci-dessous.

- $f(x) = 7x^3 - 5x^2 - 8x + 7$
- $f(x) = 12x^5 + \pi x - \sqrt{2}$
- $f(x) = \frac{5}{6}x^6 + \frac{3}{4}x^4 - \frac{7}{3}x^2 + 8$
- $f(x) = (5 + 3x^2)(x - 7)$
- $f(x) = -7\sqrt{x} + \frac{-5}{x^3} + 9x$
- $f(x) = \frac{-1}{3}x^6 + \frac{1}{x^4} - \frac{5}{4}x^2 + 8x$

Exercice 19 :

Soit la fonction $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 1$ définie sur $\mathbb{R}$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de *f* au point d'abscisse $x_0 = 1$

Exercice 20 :

Soit la fonction $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de *f* au point d'abscisse $x_0 = -2$

Exercice 21 :

Soit la fonction $f(x) = \frac{5+2x}{1+x}$ définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$.
Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x_0 = 1$

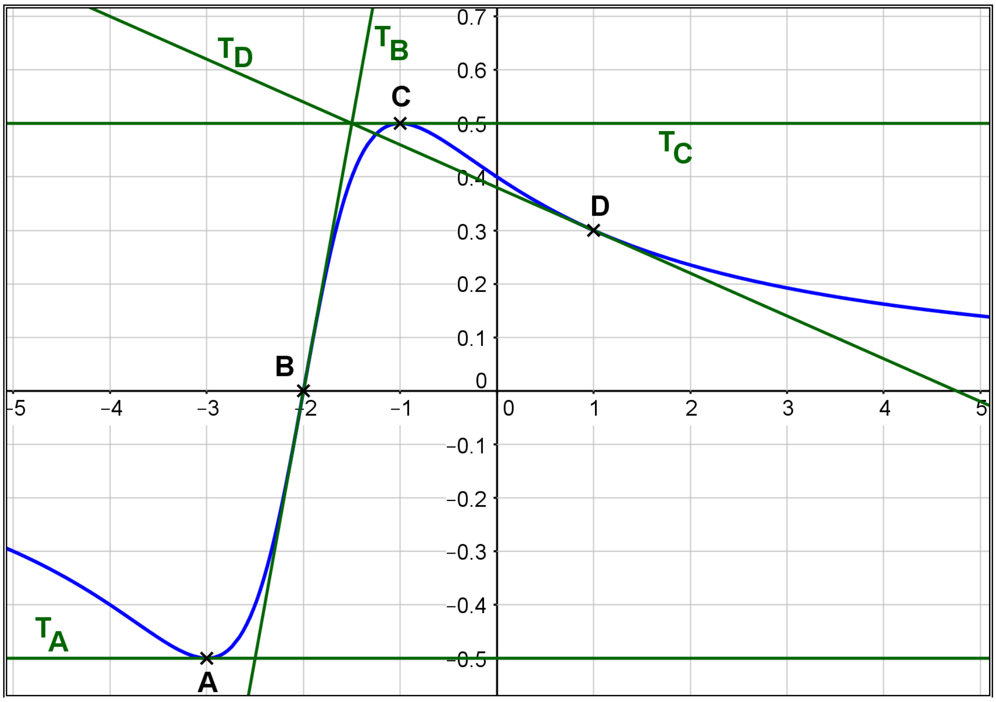
Exercice 22 :

Soit la fonction $f(x) = (1 - 5x^2)(7x - 1)$ définie sur $\mathbb{R}$.
Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x_0 = 0$

Exercice 23 :

On a représenté la courbe d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par $f(x) = \frac{x+2}{x^2+4x+5}$

T_A est la tangente à la courbe au point A d'abscisse -3.
T_B est la tangente à la courbe au point B d'abscisse -2.
T_C est la tangente à la courbe au point C d'abscisse -1.
T_D est la tangente à la courbe au point D d'abscisse 1.
La fonction tracée ci-dessous est définie sur l'intervalle $[-5;5]$.



1) Lire sur le graphique les équations des quatre tangentes.
2) Déterminer par le calcul et comparer les résultats.

Exercice 24 :

Pour chaque fonction ci-dessous, donner son domaine de définition, son domaine de dérivabilité puis calculer sa dérivée.

- $f(x) = (1 - x)^2$
- $f(x) = 7x - 5\sqrt{x}$
- $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$
- $f(x) = (1 - \sqrt{x})(4x + 7)$
- $f(x) = (x^3 - x^2)(x^2 - 1)$
- $f(\omega) = \frac{R\omega}{1-\omega^2}$

Exercice 25 :

Soit la fonction $f(x) = -x^2 + bx + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ ou b est un réel.
On donne également la droite $(d): y = -4x + 10$

1) Existe-t-il un réel b tel que *(d)* soit tangente à la représentation graphique de f ?
2) A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, créer un curseur pour b. Tracer (d) et la représentation graphique de f. Emettre une conjecture quant au problème posé.

Exercice 26 :

Soit la fonction $f(x) = ax + b\sqrt{x}$ définie sur $\mathbb{R}^+$ ou a et b sont deux réels non nul.
Si la tangente à la représentation graphique de f au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses, quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$?

Exercice 27 :

Soit la fonction $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ définie sur $\mathbb{R}^*$ ou a et b sont deux réels non nul.
Déterminer les valeurs de a et b dans chacun des deux cas suivants.

1) La tangente à la représentation graphique de f au point d'abscisse 1 a pour équation $T: y = 3x - 2$.
2) La tangente à la représentation graphique de f au point d'abscisse 1 coupe l'axe des ordonnées en -1 et l'axe des abscisses en -2.

Exercice 28 :

Un véhicule roule en ligne droite. La distance $d(t)$, exprimée en mètres, parcourue par le véhicule en fonction du temps est donnée par la formule $d(t) = 2t^2 + t$, où t est exprimé en secondes.

1) Quelle distance le véhicule a-t-il parcourue à l'instant$t = 10$?
2) Pour $h \neq 0$, calculer la vitesse moyenne du véhicule entre les instants 10 et $10 + h$
3) Déterminer, en utilisant le dernier calcul, la vitesse instantanée du véhicule à l'instant $t = 10$.

Exercice 29 :

On considère la courbe (C) représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression :
$f(x) = -5x^3 + x^2 + 10x - 4$
Déterminer les abscisses des points ou la courbe (C) admet des tangentes parallèles à la droite $(d): y = -3x + 7$