



Exercices sur Variables aléatoires

Exercice 1 :

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie. X est la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où Face est sorti sur les trois lancers.

Quelles sont les valeurs possibles pour X ?

Exercice 2 : Avec un arbre ou un tableau

Dans un restaurant d'entreprise, le consommateur a le choix entre : trois entrées à 2, 3 et 4 euros, trois plats principaux à 5, 6 et 7 euros, et deux desserts à 3 euros chacun.

Un consommateur choisit au hasard, une entrée, un plat et un dessert.

On note X la variable aléatoire donnant le prix de son repas.

- Quelles sont les valeurs prises par X ?
- Quelles sont les issues correspondant à $X = 12$?
- Donner la loi de probabilité de X
- Calculer son espérance mathématique.

Exercice 3 :

Une personne propose un jeu d'argent avec un dé truqué selon les caractéristiques suivantes :

Numéro	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{48}$

La partie coûte 5 euros. Le joueur gagne 50 euros s'il obtient 6, il gagne 20 euros s'il obtient 5 ou 4, il gagne 10 euros s'il obtient 3 et perd sinon.

On note X la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur.

- Donner la loi de probabilité de X .
- Calculer son espérance mathématique. A-t-on intérêt à jouer à ce jeu ?

Exercice 4 : répétitions d'épreuves

Deux amis, Alban et Jean-Jacques s'affrontent durant trois parties de tennis de table.

On admet que les parties sont indépendantes et que, sur une partie, Alban a deux fois plus de chances de gagner que Jean-Jacques.

On note A l'événement : « Alban gagne la partie »

- Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
- On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de parties gagnées par Alban. Donner la loi de probabilité de X .
- Calculer $P(X \geq 1)$ et interpréter ce résultat.

Exercice 5 :

n désigne un entier supérieur ou égal à 4. Dans une urne, on place n jetons : un rouge et tous les autres blancs. On choisit, au hasard, un jeton dans l'urne.

R est l'événement « le jeton tiré est rouge » et B l'événement « le jeton tiré est blanc »

- Exprimer $P(R)$ et $P(B)$ en fonction de n .
- On choisit maintenant successivement deux jetons dans l'urne, avec remise entre les deux tirages, et on définit le jeu suivant.

On gagne 16 points si l'on obtient deux fois le jeton rouge, on gagne 1 point si l'on obtient deux fois le jeton blanc, et on perd 5 points sinon.

X est la variable aléatoire correspondant au gain.

- Représenter cette situation par un arbre pondéré.
- Déterminer, en fonction de n , la loi de probabilité.
- Exprimer l'espérance de X en fonction de n .



- d) Existe-t-il des valeurs de n pour lesquelles le jeu est équitable ?
 e) Pour quelles valeurs de n le jeu est favorable au joueur ?

Exercice 6 :

Un club de natation propose à ses adhérents trois types d'activités : la compétition, le loisir ou l'aquagym. Chaque adhérent ne peut pratiquer qu'une seule des trois activités.

- 30 % des adhérents pratiquent la natation en loisirs.
- 20 % des adhérents pratiquent l'aquagym.
- Le reste des adhérents pratiquent la natation en compétition.

Le club organise une journée de rencontre pour tous ses adhérents.

20 % des adhérents de la section natation en loisir y sont présents ; un quart des adhérents de l'aquagym y sont présents et 30 % des adhérents de la section natation en compétition n'y participent pas.

- 1) Compléter le tableau ci-dessous.

Activité \ Présent	Loisir	Aquagym	Compétition	Total
Oui				
Non				
Total				

- 2) Avant la journée de rencontre, on interroge au hasard un membre du club.
- a) Donner la probabilité que la personne interrogée pratique la natation en compétition et qu'elle participe à la rencontre.
 - b) Le président du club déplore que plus de la moitié des adhérents ne participe pas à la rencontre. Justifier cette affirmation.
- 3) On interroge au hasard une personne lors de la journée de rencontre. Calculer la probabilité qu'elle soit dans la section compétition. Donner une valeur approchée du résultat à 10^{-2} près.
- 4) Les tarifs du club pour l'année sont les suivants : l'adhésion à la section compétition est de 100 Euros, et l'adhésion à la section loisir ou à l'aquagym est de 60 Euros. De plus, une somme de 15 Euros est demandée aux adhérents qui participent à cette rencontre.

On note S la somme annuelle payée par un adhérent de ce club (adhésion et participation éventuelle à la rencontre)

- a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de S .

Valeur de S	60				TOTAL
Probabilité					

- b) Calculer l'espérance mathématique de S et interpréter le résultat

Exercice 7 :

On lance deux fois un dé équilibré à 6 faces. A chaque lancer, on gagne 2 Euros si le résultat est un nombre pair et on perd 1 euro sinon.

On appelle G la variable aléatoire égale au gain algébrique en fin de partie.

Quelle mise faut-il prévoir afin d'avoir un jeu équitable ?

Exercice 8 :

On lance deux dés tétraédriques équilibrés. On s'intéresse au numéro inscrit sur la face du dessous. On note Z la VAR égale au plus grand résultat obtenu. Donner la loi de Z .



Exercice 9 :

On considère une population dans laquelle la proportion de garçons à la naissance est de 48 %
On s'intéresse aux familles de trois enfants. On note R le rang de la première fille.
Déterminer la loi de probabilité de R .

Exercice 10 :

Une urne contient 5 boules numérotées de 1 à 5. On tire au hasard successivement et avec remise deux boules de l'urne. On note S la variable aléatoire égale à la somme des deux numéros obtenus.
Déterminer la loi de probabilité de S .

Exercice 11 :

X est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée dans le tableau suivant.

$X = x_i$	2	4	7	9	TOTAL
$p_i = P(X = x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	1

On pose $Y = 4X$ et $Z = -2X + 3$

- 1) Déterminer les espérances de X , Y et Z .
- 2) Déterminer la variance et l'écart-type de Y .

Exercice 12 :

Un forain dispose d'une roue partagée en 8 secteurs angulaires égaux : 3 bleus, un vert et 4 rouges. Il décide d'inventer un jeu. Le joueur lance la roue : s'il obtient vert, il gagne 11€, s'il obtient bleu, il perd et s'il obtient rouge, il peut relancer la roue. S'il obtient au deuxième lancer vert, il gagne 3 €, s'il obtient bleu, il gagne 6 € et s'il obtient rouge, il perd.
Quelle mise le forain doit-il demander aux joueurs pour que chaque partie lui rapporte en moyenne 2 € ?

Exercice 13 :

Une urne contient n jetons avec $n \geq 7$ indiscernables au toucher dont 7 sont noirs et les autres sont blancs. On tire successivement et avec remise deux jetons de cette urne. On note X la variable aléatoire comptant le nombre de couleurs différentes dans un tirage.
Déterminer la valeur de n afin que l'espérance soit maximale.

Exercice 14 :

Un jeu consiste à miser une somme d'argent notée m puis à tirer au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes.

- Si le joueur tire un as, il gagne 4 fois sa mise.
- Si le joueur tire un roi, il gagne 2 fois sa mise.
- Si le joueur tire une dame ou un valet, il gagne 10 euros.
- Si le joueur tire une autre carte, il ne gagne rien.

Soit G la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur. Déterminer la valeur de la mise afin que le jeu soit équitable.

Exercice 15 :

Une machine contenant 50 billets de 10 €, 30 billets de 20 € et 10 billets de 50 € délivre au hasard et successivement deux billets. On note S la somme d'argent ainsi obtenue. Déterminer la loi de probabilité de S .



Exercice 16 :

Dans une urne opaque, on met deux billets de 5 €, un billet de 10 € et deux billets de 20 €. Tous les billets sont indiscernables au toucher. Pour avoir le droit de jouer, il faut payer 20 €. On tire successivement et sans remise deux billets dans l'urne. On note G la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur. Le jeu est-il favorable au joueur ?

Exercice 17 :

On dispose d'un cube de côté 3 cm que l'on peint en doré blingbling. On découpe alors ce cube en 27 petits cubes de 1 cm de côté. On les place tous dans un sac opaque. On tire un cube de ce sac. On note X la VAR qui donne le nombre de faces dorées sur le petit cube. Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.



Exercice 18 :

Un joueur mise 1€ et tire une carte dans un jeu de 52 cartes. S'il obtient une carte rouge, il ne gagne rien et le jeu s'arrête. Sinon, il remet la carte dans le jeu et pioche une deuxième carte. Si c'est un as, il gagne 5 €, si c'est une figure, il gagne 2€. Dans tous les autres cartes, il perd 1€. On note X la VAR qui donne le gain algébrique du joueur. Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique