Exercices sur somme de variables aléatoires

Exercice 1 :

Si $E(X) = 5$ et $E(X+Y) = 12$, calculer $E(Y)$

Exercice 2 :

Si X et Y sont deux variables aléatoires, exprimer $E(2X + 3Y)$ en fonction de $E(X)$ et $E(Y)$

Exercice 3 :

Si X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes telles que $V(X) = 12{,}33$ et $V(X+Y) = 15{,}26$, calculer alors $V(Y)$.

Exercice 4 :

X suit une loi de Bernoulli de paramètre 0,6 et Ysuit une loi de Bernoulli de paramètre 0,33.
On suppose que ces deux variables aléatoires X et Y sont indépendantes.
Calculer :

- $E(X+Y)$
- $V(X+Y)$
- $E(2X+3Y)$

Exercice 5 :

On tire au hasard et avec remise 3 cartes dans un jeu de 52 cartes. On gagne 10 euros par As obtenu, 5 euros par figure obtenu (Valet, Dame ou Roi) et on perd 2 euros pour toutes les autres cartes obtenues.
On note Z la variable aléatoire donnant le gain algébrique total à ce jeu.
Décomposer Z sous forme de trois variables aléatoires que l'on définira puis calculer $E(Z)$.

Exercice 6 :

En tant qu'expert du bowling, Jean-Claude a une probabilité de 0,7 de faire un strike.
Il lance 10 fois la boule de manière indépendante. Pour tout entier i compris entre 1 et 10, X est la variable aléatoire prenant 1 si Jean-Claude fait un strike et 0 sinon, au $ième$ lancer.

1) Que peut-on dire de la variable aléatoire X définie par $X = X_1 + X_2 + X_3 + \ \dots + X_{10}$
2) Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice 7 :

On lance 100 dés cubiques équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. X est la variable aléatoire donnant la somme des résultats de tous les dés.

1) Décomposer X en une somme de variables aléatoires indépendantes suivant toutes une même loi de probabilité que l'on précisera.
2) Calculer $E(X)$ et interpréter ce résultat.

Exercice 8 :

X est une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètre $n = 13$ et $p = 0{,}6$. On considère un échantillon $(X_1; X_2; X_3; \dots.; X_{50})$ de la loi suivie par X ainsi que les variables aléatoires $S_{50} = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_{50}$ et $M_{50} = \frac{X_1+X_2+X_3+\cdots+X_{50}}{50}$
Déterminer les espérances et les variances de S_{50} et M_{50} au centième près.

Exercice 9 :

X est une variable aléatoire d'espérance 6 et d'écart-type 0,49. On considère un échantillon de taille n $(X_1; X_2; X_3; \dots.; X_n)$ de variables aléatoires suivant la loi de X ainsi que les variables aléatoires $S_n = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n$ et $M_n = \frac{X_1+X_2+X_3+\cdots+X_n}{n}$
Déterminer les espérances et les variances de S_n et M_n en fonction de n.