Exercices sur application à la dérivation

Exercice 1 :

Résoudre les inéquations suivantes :

- $3x - 27 > 0$
- $-2x - 12 > 0$
- $\frac{3x-15}{1-4x} \leq 0$
- $-2x^2 + 9x - 7 < 0$
- $3x^2 + 7x - 10 \geq 0$
- $\frac{x^2+9x-10}{1-x^2} \leq 0$

Exercice 2 :

Pour chaque fonction ci-dessous, donner son domaine de définition

- $f(x) = (1-x)^2$
- $f(x) = 7x - 5\sqrt{1-x}$
- $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$
- $f(x) = (1-\sqrt{x})(4x+7)$
- $f(x) = (x^3 - x^2)(x^2 - 1)$
- $f(\omega) = \frac{R\omega}{1-\omega^2}$

Exercice 3 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 8x + 5$
Après avoir dérivé la fonction, construire son tableau de variation

Exercice 4 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 - 7x + 6$
Après avoir dérivé la fonction, construire son tableau de variation

Exercice 5 :

On donne la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$
Après avoir dérivé la fonction, construire son tableau de variation

Exercice 6 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par : $f(x) = \frac{x+7}{x-1}$
Après avoir dérivé la fonction, construire son tableau de variation

Exercice 7 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-3\}$ par : $f(x) = \frac{2x-5}{x+3}$
Après avoir dérivé la fonction, construire son tableau de variation

Exercice 8 :

Soit la fonction $f(x) = -5x^3 + 7x^2 + x - 7$ définie sur $\mathbb{R}$.
Après avoir dérivé la fonction, construire son tableau de variation

Exercice 9 :

Soit la fonction $f(x) = (1-x^2)(3x+5)$ définie sur $\mathbb{R}$.
Après avoir dérivé la fonction, construire son tableau de variation

Exercice 10 :

Soit la fonction $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$.
Après avoir dérivé la fonction, construire son tableau de variation

Exercice 11 :

Soit la fonction $f(x) = \frac{3+2x}{1+x^2}$ définie sur $\mathbb{R}$.
Après avoir dérivé la fonction, construire son tableau de variation

Exercice 12 :

On donne la fonction *f* définie sur ℝ par : $f(x) = ax^3 + 2x^2 - 1$
Existe-t-il des valeurs de *a* telles que la fonction *f* admette un extremum en 1 ?
Si oui, est-ce un maximum ou un minimum ?

Exercice 13 :

Soit la fonction $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ définie sur ℝ.

Donner les valeurs du maximum et du minimum de *f*.

Exercice 14 :

Le bénéfice (en centaines d'euros) réalisé par une entreprise pour la production et la vente de *x* tonnes d'un produit chimique est donné par : $B(x) = -0{,}01x^3 + 0{,}084x^2 + 4{,}68x - 10$ pour *x* variant de 0 à 28.
Déterminer le nombre de tonnes de produit que l'entreprise doit vendre et produire pour réaliser un bénéfice maximal. Quel est alors ce bénéfice ?

Exercice 15 :

Quelles doivent être les dimensions d'un rectangle dont l'aire est égale à 64 cm^2 pour que son périmètre soit minimal ?

Exercice 16 :

On a modélisé l'évolution d'une épidémie de grippe de la façon suivante : si *t* est le temps(en jours) écoulé depuis le début de l'épidémie, le nombre de cas en milliers est donné par :

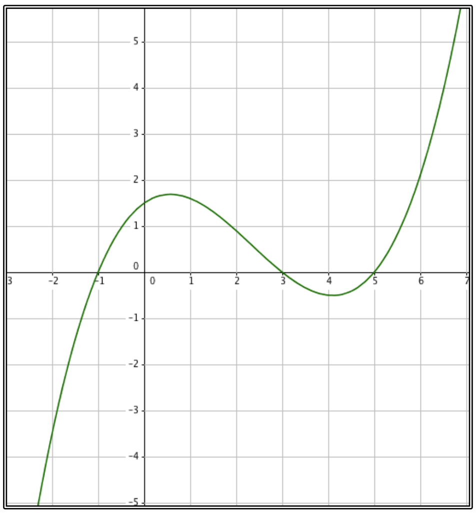
$$f(t) = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 28t$$

a) Combien de malades compte-t-on au bout de 5 jours ? Au bout de 20 jours ?
b) Donner l'expression de la dérivée de *f*.
c) On appelle vitesse instantanée d'évolution de la maladie au temps *t* le nombre dérivé de la fonction *f* en *t*. Déterminer la vitesse instantanée d'évolution de la maladie au début de l'épidémie.
d) Déterminer la vitesse instantanée d'évolution pour $t = 3$ jours
e) Déterminer le nombre de jours pour atteindre le pic de l'épidémie.
f) Quelle est alors la vitesse d'évolution de la maladie au moment du pic ?

Exercice 17 :

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction *f'*.

1) Construire le tableau de signe de *f'*.
2) Donner les abscisses des points ou la fonction *f* admet des extremums.
3) Construire le tableau de variation de *f*.
4) On sait de plus que $f(4) = 7$.
   Donner alors l'équation de la tangente en $x_0 = 4$



Exercice 18 :

Un entrepreneur souhaite construire le patron d'une boite de lait dans une feuille carrée de 30 cm de côté. La figure 1 représente le patron et la figure 2 la boite qui est un parallélépipède rectangle.
Il souhaite trouver la valeur de x_0 qui permet que le volume de la boite soit maximal.

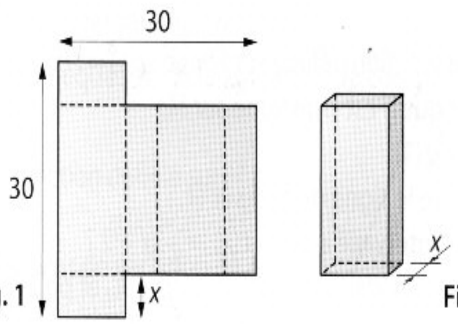


Fig. 1 Fig. 2

1) Expliquer pourquoi les valeurs prises par x appartiennent à l'intervalle $]0; 15[$.

2) a) Soient h la hauteur de la boite et l sa largeur. Exprimer l et h en fonction de x.
   b) Montrer que le volume de la boite en fonction de x est donné par :
$$V(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$$
3) Répondre au problème posé.