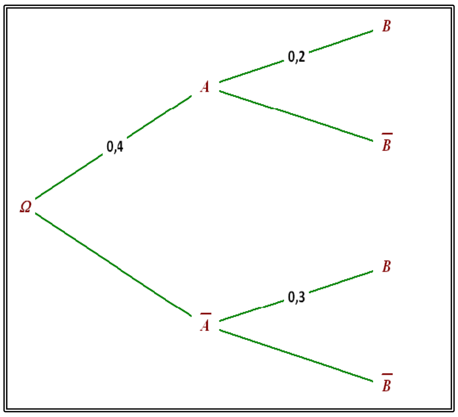
Exercices sur les probabilités conditionnelles

Exercice 1 :

Une expérience aléatoire peut être modélisée par l'arbre ci-contre.



Donner les probabilités suivantes :

$P(A), P(\overline{A}),\ P_A(B), P_{\overline{A}}(B)$

Ainsi que $P(A \cap B)$ et $P(B \cap \overline{A})$

En déduire alors $P(B)$

Exercice 2 :

Pour recruter des stagiaires, une entreprise organise des tests de sélection. Parmi les candidats qui se présentent aux épreuves, il y a 60 % de garçons. Après avoir pris connaissance des résultats aux tests, l'entreprise engage 70 % des garçons candidats et 80 % des filles candidates.

On rencontre au hasard un candidat qui s'était présenté.

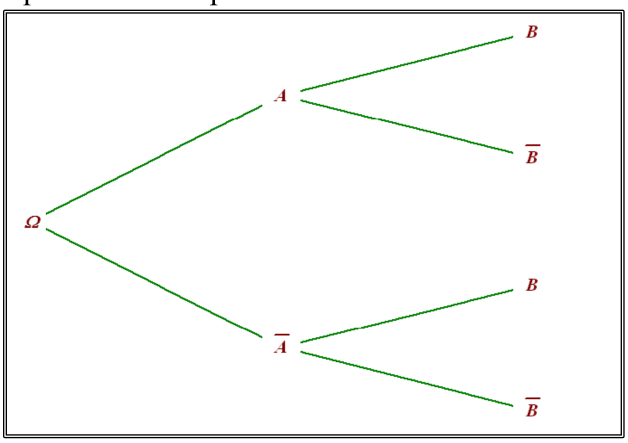
1. Quelle est la probabilité que ce candidat soit un garçon et qu'il soit engagé comme stagiaire ?
2. Quelle est la probabilité que ce candidat soit une fille et qu'elle soit engagée comme stagiaire ?
3. Calculez la probabilité que ce candidat soit engagé ?
4. Le candidat n'a pas été engagé. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

Exercice 3 :

Les données d'un exercice de probabilité ont conduit au tableau suivant :

	B	$\overline{B}$	
A	0,2		0,4
$\overline{A}$			
	0,3		1

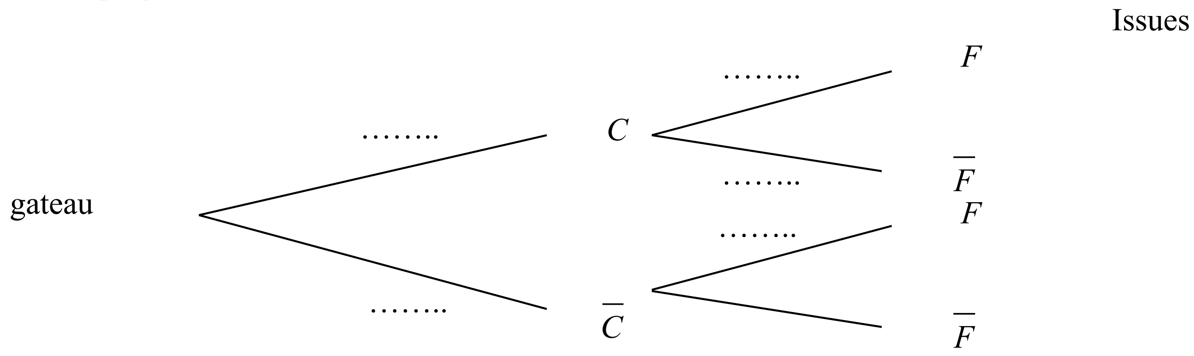
Compléter le tableau ci-dessus puis compléter l'arbre ci-dessous qui traduit la même situation.
Construire ensuite un arbre qui commence par l'évènement *B*.



Exercice 4 :

Dans la vitrine d'une pâtisserie, on trouve 60 % des gâteaux à base de crème. Parmi ceux-là, 30 % ont également des fruits. Parmi les gâteaux sans crème, 80 % ont des fruits.
On prend un gâteau au hasard.

1) Calculer la probabilité de choisir un gâteau à base de crème comportant des fruits ?
2) Calculer la probabilité d'avoir pris un gâteau avec des fruits mais sans crème ?
3) En déduire la probabilité de choisir un gâteau avec des fruits ?
4) Je suis allergique aux fruits. Quelle est la probabilité que je puisse manger le gâteau que j'ai choisi sans être malade ?



Exercice 5 :

Dans une classe de 25 élèves, 15 s'intéressent à la musique, 8 s'intéressent à la danse et 3 s'intéressent à la musique et à la danse.

1. Dresser un tableau représentant la situation.
2. On note respectivement M et D les évènements « l'élève s'intéresse à la musique » et « l'élève s'intéresse à la danse ».
   Que signifient les évènements suivants ? $\overline{M}$, $M \cap D$, $M \cap \overline{D}$,
3. On choisit un élève au hasard. Combien vaut $P(\overline{M} \cap \overline{D})$?
4. On choisit un élève au hasard parmi ceux qui s'intéressent à la musique. Quelle est la probabilité que cet élève s'intéresse à la danse ? On note cette probabilité : $p_M(D)$

Exercice 6 :

Lors d'une enquête réalisée auprès d'élèves de classes de Terminale, on apprend que 60 % des élèves sont des filles. De plus, 40 % des filles et 30 % des garçons fument.
On note F l'évènement « l'élève fume » et G l'évènement « l'élève est un garçon ».
On interroge un élève au hasard. Quelle est la probabilité que cet élève soit :

1. Un garçon ?
2. Une fille qui fume ?
3. Un garçon qui fume ?
4. Déduisez des questions précédentes la probabilité que l'élève fume.

L'enquête permet de savoir de plus que :

- Parmi les élèves fumeurs, la moitié ont des parents qui fument.
- Parmi les élèves non-fumeurs, 65 % ont des parents non-fumeurs.

On note B l'évènement » l'élève choisi a des parents fumeurs »

1. Calculer $P(F \cap B)$ puis $P(\overline{F} \cap B)$. En déduire alors $P(B)$
2. Calculez $P_B(F)$ puis $P_{\overline{B}}(F)$. Ces résultats vous semblent-ils cohérents avec l'idée que l'on se fait du tabagisme ?

Exercice 7 :

Dans un centre de vacances accueillant 120 personnes, on sait que 24 font du tennis et 15 du canoë. Six personnes pratiquent à la fois tennis et canoë. Combien de personnes ne pratiquent aucun des deux sports ?

Exercice 8 :

Lors d'un référendum, 65 % des personnes ont déclaré aimer le ski alpin, 51 % ont déclaré aimer le ski de fond et 46 % ont déclaré aimer les deux activités.

1) Construire un tableau à double-entrée représentant cette situation.
2) Construire un arbre commençant par A (pour ski alpin)
3) Quel est le pourcentage de personnes qui n'aiment aucune des deux activités ?

Exercice 9 :

Dans une assemblée de 250 personnes, on ne remarque que les hommes portant la cravate ou ayants les yeux bleus. Il y a 120 hommes qui portent la cravate, 85 ont les yeux bleus dont 50 portent la cravate.

1) Construire un diagramme de Venn traduisant cette situation.

On discute avec une personne choisie au hasard dans cette assemblée.

2) Quelle est la probabilité que ce soit un homme portant une cravate ?
3) Quelle est la probabilité que ce soit un homme aux yeux bleus et portant une cravate ?
4) Quelle est la probabilité de parler avec un homme qui ne porte pas de cravate et qui n'a pas les yeux bleus ?

Exercice 10 :

Lors de l'année de Terminale, les trois quarts des élèves travaillent sérieusement tout au long de l'année scolaire.
Un candidat au bac a une probabilité de 0,9 d'obtenir son bac s'il travaille sérieusement et une probabilité de 0,2 s'il n'a pas travaillé sérieusement pendant l'année scolaire.
Un candidat est dit surpris s'il est admis alors qu'il n'a pas travaillé sérieusement pendant l'année scolaire ou bien s'il est refusé et qu'il a travaillé sérieusement pendant l'année.
On note :

- T l'évènement « le candidat a travaillé sérieusement »
- A l'évènement » le candidat est admis au bac »
- S l'évènement « le candidat est surpris »

On interroge au hasard un candidat au bac (résultats donnés au centième)

1) Construire un arbre pondéré qui traduit cette situation.
2) Déterminer les probabilités : $P(T \cap A)$, $P(T \cap \overline{A})$, $P(\overline{T} \cap A)$et $P(\overline{T} \cap \overline{A})$
3) En déduire la probabilité que le candidat soit admis.
4) Le candidat est admis. Déterminer la probabilité que ce candidat ai travaillé sérieusement pendant toute l'année.
5) Démontrer que la probabilité de l'évènement S est 0,125

Exercice 11 :

Une entreprise produisant des pellicules pour le cinéma dispose de 3 ateliers n°1, n°2, n°3, qui fabriquent respectivement 20%, 50% et 30% de la production de l'entreprise. Pour chaque pellicule on note :

- E l'événement : la pellicule est produite par l'entreprise (E est l'événement certain).
- B1 (resp. B2, B3) l'événement : la pellicule est produite par l'atelier n°1 (resp. n°2, n°3).
- D l'événement : la pellicule est défectueuse.

Sachant que les proportions des pellicules défectueuses fabriquées par les ateliers n°1, n°2, n°3 sont respectivement égales à 0,05 ; 0,03 et 0,04 ; Calculer la probabilité pour qu'une pellicule produite soit défectueuse puis la probabilité pour qu'une pellicule défectueuse provienne de l'atelier n°1.

Exercice 12 :

Un match de football doit opposer dimanche l'équipe des Joyeux démolisseurs à celle des Artistes inconscients. Par temps sec, la probabilité de victoire des Artistes inconscients est 0,6. Par temps de pluie elle tombe à 0,3. Hélas pour les Artistes, le match se déroule à Londres et la probabilité pour qu'il pleuve dimanche est de 0,9 (seulement 0,9 car c'est la saison sèche en Angleterre).

A. Quelle est la probabilité de victoire pour les Artistes inconscients ?
B. En fait on apprend en lisant le journal le lundi, que les Artistes inconscients ont gagné le match. Quelle est la probabilité pour qu'il ai plu le dimanche ?

Exercice 13 :

Le but de cet exercice est de vérifier l'efficacité d'un vaccin sur une population donnée. On dispose pour cela des données suivantes :

- Un quart de la population a été vaccinée contre la maladie.
- Au cours d'une épidémie, on constate qu'il y a un vacciné sur treize parmi les malades.
- La probabilité qu'un individu soit malade sachant qu'il est vacciné est égale à 0,1.

Pour une personne rencontrée au hasard, on note :
M l'événement « être malade » et V l'événement « être vacciné ».

1. On rencontre par hasard une personne dans la rue. Dessinez un arbre traduisant l'énoncé.
2. Calculez la probabilité de l'événement « M et V ».
3. En déduire alors que $P(M) = \dfrac{13}{40}$
4. Calculez $P(M \cap \overline{V})$
5. En déduire alors $P_{\overline{V}}(M)$
6. Déterminez le réel k tel que $P_V(M) = kP_{\overline{V}}(M)$. Enoncez alors ce dernier résultat en langage courant.

Exercice 14 :

Une personne propose un jeu d'argent avec un dé truqué selon les caractéristiques suivantes :

Numéro	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{48}$

La partie coûte 5 euros. Le joueur gagne 50 euros s'il obtient 6, il gagne 20 euros s'il obtient 5 ou 4, il gagne 10 euros s'il obtient 3 et perd sinon.
On note X la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur.

a) Donner la loi de probabilité de X.
b) Calculer son espérance mathématique. A-t-on intérêt à jouer à ce jeu ?

Exercice 15 : Bac 2013

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires. L'enquête révèle que 55% des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.
On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

— L: l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi;
— C : l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer $P(L \cap C)$ la probabilité de l'événement $L \cap C$.
3. Montrer que $P(C) = 0{,}5675$.
4. Calculer $P_C(L)$, la probabilité de l'évènement L sachant l'évènement C réalisé.

En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.

Exercice 16 :

Une personne propose un jeu d'argent avec un dé truqué selon les caractéristiques suivantes :

Numéro	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{48}$

La partie coûte 5 euros. Le joueur gagne 50 euros s'il obtient 6, il gagne 20 euros s'il obtient 5 ou 4, il gagne 10 euros s'il obtient 3 et perd sinon.
On note X la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur.

c) Donner la loi de probabilité de X.
d) Calculer son espérance mathématique. A-t-on intérêt à jouer à ce jeu ?

Exercice 17 :

Un club de natation propose à ses adhérents trois types d'activités : la compétition, le loisir ou l'aquagym. Chaque adhérent ne peut pratiquer qu'une seule des trois activités.

- 30 % des adhérents pratiquent la natation en loisirs.
- 20 % des adhérents pratiquent l'aquagym.
- Le reste des adhérents pratiquent la natation en compétition.

Le club organise une journée de rencontre pour tous ses adhérents.
20 % des adhérents de la section natation en loisir y sont présents ; un quart des adhérents de l'aquagym y sont présents et 30 % des adhérents de la section natation en compétition n'y participent pas.

1) Compléter le tableau ci-dessous.

Activité / Présent	Loisir	Aquagym	Compétition	Total
Oui				
Non				
Total				

2) Avant la journée de rencontre, on interroge au hasard un membre du club.
   a) Donner la probabilité que la personne interrogée pratique la natation en compétition et qu'elle participe à la rencontre.

b) Le président du club déplore que plus de la moitié des adhérents ne participe pas à la rencontre. Justifier cette affirmation.

3) On interroge au hasard une personne lors de la journée de rencontre. Calculer la probabilité qu'elle soit dans la section compétition. Donner une valeur approchée du résultat à 10^{-2} près.

4) Les tarifs du club pour l'année sont les suivants : l'adhésion à la section compétition est de 100 Euros, et l'adhésion à la section loisir ou à l'aquagym est de 60 Euros. De plus, une somme de 15 Euros est demandée aux adhérents qui participent à cette rencontre.
On note S la somme annuelle payée par un adhérent de ce club (adhésion et participation éventuelle à la rencontre)
a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de S.

Valeur de S	60				TOTAL
Probabilité					

b) Calculer l'espérance mathématique de S et interpréter le résultat

Exercice 18 :

Dans une réserve zoologique, il y a 20 % de lions, 30 % d'éléphants et 50 % de zèbre. Parmi les lions, il y en a 50 % qui sont affamés. 20 % des éléphants sont affamés et la proportion est de 30 % pour les zèbres.
Déterminer la probabilité de croiser un animal affamé.

Exercice 19 :

Dans une population, on sait que 1 % des habitants est atteint d'une maladie génétique rare.
On dispose de test de dépistage qui ont établi que :

- Parmi les personnes atteintes de la maladie, 90 % ont eu un test positif.
- 5 % des personnes non malades ont reçu quand même un test positif.

Déterminer la probabilité qu'une personne soit réellement atteinte de la maladie sachant que son test est positif.

Exercice 20 :

Un patineur participe à une compétition. Ses deux premiers sauts l'inquiètent. Il réussit en moyenne son premier saut dans 95% des cas.
Comme il est émotif, s'il ne réussit pas son premier saut, il échoue au second trois fois sur dix. Mais si tout va bien lors du premier saut, il réussit le second dans 90% des cas.
On note R_1 et R_2 les évènements respectifs « le patineur réussit son premier saut » et « le patineur réussit son deuxième saut ».
1) Déterminer les probabilités conditionnelles $P_{R_1}(R_2)$ et $P_{\overline{R_1}}(R_2)$.
2) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
3) Calculer la probabilité que le patineur réussisse ses deux premiers sauts.
4) Calculer la probabilité que le patineur échoue à ses deux premiers sauts.

Exercice 21:

A et B sont deux évènements d'un univers Ω.
On dispose du tableau de probabilités ci-dessous.
a) Interpréter les nombres 0,26 et 0,35 du tableau.
b) Reproduire et compléter le tableau précédent.
c) Les évènements A et B sont-ils indépendants ?
d) Les évènements A et $\overline{B}$sont-ils indépendants ?

	A	$\overline{A}$	TOTAL
B			0,35
$\overline{B}$	0,26		
TOTAL		0,6	1