



Exercices sur nombres premiers

Exercice 1 :

Sans calculatrice, discuter sur la primalité des nombres suivants.

- 24
- 105
- 113
- 1331
- 257
- 1155

Exercice 2 :

Écrire la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants, à la main.

- 68
- 156
- 44
- 225
- 120
- 256

Exercice 3 :

En utilisant les résultats des exercices 1 et 2, déterminer le PGCD et le PPCM des couples suivants

- (24; 68)
- (120; 105)
- (1331; 44)
- (156; 256)
- (1155; 105)
- (24; 17)

Exercice 4 :

Démontrer que la somme de trois entiers naturels impairs consécutifs n'est jamais un nombre premier.

Exercice 5 :

Répondre par VRAI ou Faux en donnant un contre-exemple ou une démonstration.

- 1) Tous les nombres pairs ne sont pas premiers.
- 2) Tous les nombres impairs sont premiers.
- 3) La somme de deux nombres premiers consécutifs est un nombre premier.
- 4) La différence de deux nombres premiers consécutifs vaut toujours 2.
- 5) Le produit de deux nombres premiers est un nombre premier.

Exercice 6 :

On donne les deux nombres $a = 5^3 \times 7^2 \times 11^7 \times 13$ et $b = 5^5 \times 7^2 \times 11^9 \times 13^7$
Quel est le quotient de la division euclidienne de b par a .

Exercice 7 :

Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres 1960 et 1120

En déduire alors la fraction irréductible égale à $\frac{1120}{1960}$

Exercice 8 :

Montrer que, quel que soit l'entier naturel n , $n^{11} - n$ est divisible par 33.

Exercice 9 :

Montrer que, quel que soit l'entier naturel n , 7 est un diviseur de $3^{6n} - 1$

Exercice 10 :

Soient a et b deux entiers relatifs et p un entier naturel premier.

Montrer que $(a + b)^p \equiv a^p + b^p [p]$