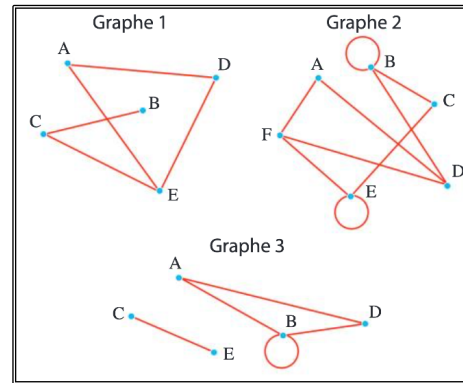


Les graphes orientés

Exercice 1 :

Pour chacun des graphes ci-contre, répondre aux questions :

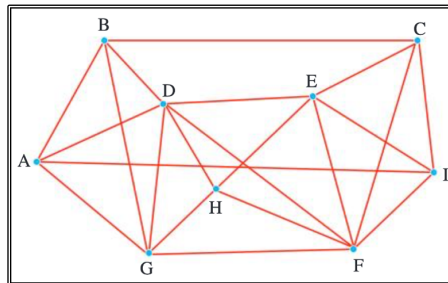
- Quel est l'ordre du graphe ?
- Quel est le degré de chacun des sommets ?
- Quel est le nombre d'arêtes ?
- Le graphe est-il connexe ?
- Les sommets A et E sont-ils adjacents ?



Exercice 2 :

On considère le graphe ci-dessous.

- 1) Quel est l'ordre du graphe ?
- 2) Déterminer le degré de chacun des sommets puis en déduire le nombre d'arêtes du graphe.



Exercice 3 :

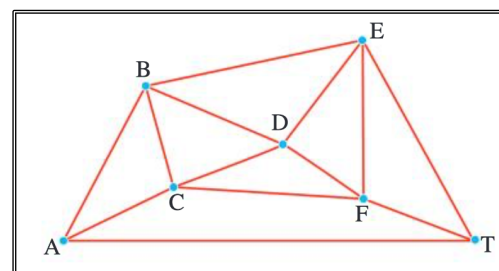
Un voyageur visite ces 6 pays d'Asie du sud-est. Il souhaite traverser une fois et une seule chaque frontière. Pensez-vous que cela soit possible ?



Exercice 4 :

Le graphe ci-contre représente dans un certain aéroport toutes les voies empruntées par les avions au roulage.

Ces voies, sur lesquelles circulent les avions avant ou après atterrissage, sont appelées taxiways. Les arêtes du graphe représentent donc les taxiways et les sommets les points d'intersection.



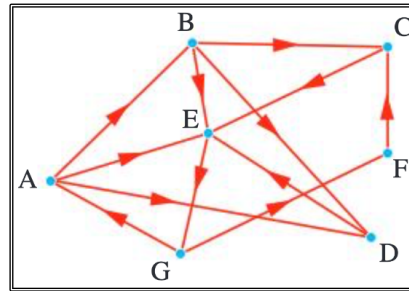
- 1) Déterminer le nombre de voie de circulation au total.
- 2) Afin que l'aéroport soit déneigé le plus rapidement possible, est-il possible de planifier un parcours pour que le chasse-neige passe par toutes les voies sans emprunter plusieurs fois la même route ? Justifier et donner un tel parcours.

Exercice 5 :

Pour chacun des graphes des exercices ci-dessus, construire sa matrice d'adjacence.

Exercice 6 :

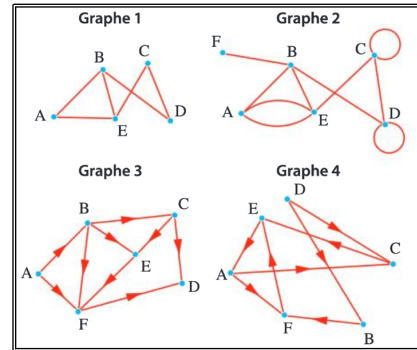
On donne le graphe orienté ci-contre.



- 1) Quel est son ordre ?
- 2) Construire sa matrice d'adjacence.
- 3) Quel est le degré entrant de A ?
- 4) Quel est le degré sortant de B ?
- 5) Déterminer une chaîne de longueur 3 reliant les sommets A à E .

Exercice 7 :

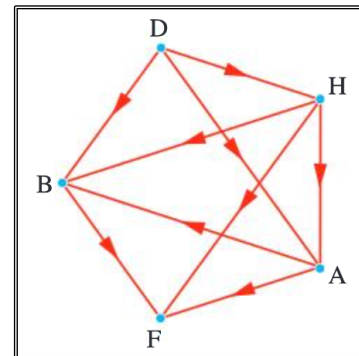
- 1) Déterminer les matrices d'adjacence de chacun des graphes ci-contre.
- 2) Déterminer si cela est possible un chemin de longueur 4 reliant A à B .



Exercice 8 :

Un parcours sportif est composé d'un banc pour abdominaux, de haies et d'anneaux. Le graphe orienté ci-contre indique les différents parcours conseillés partants de D et terminant à F . Les sommets sont notés : D pour départ, H pour haies, B pour banc d'abdominaux, A pour anneaux et F pour fin du parcours.

Les arêtes représentent alors les différents sentiers pour relier les ateliers d'entraînement.



Partie A :

- 1) Quel est l'ordre du graphe ?
- 2) Ce graphe est-il complet ? connexe ?
- 3) On note M la matrice d'adjacence de ce graphe où les sommets sont rangés dans l'ordre alphabétique. Donner M .
- 4) A l'aide de votre calculatrice, donner M^3 .
- 5) Bernard souhaite aller de D à F en faisant un parcours constitué de 3 sentiers. Est-ce possible ? Si oui, combien de parcours différents peut-il emprunter ? Préciser ces parcours.

Partie B :

Le responsable souhaite ajouter une barre de traction, notée T ; de nouveaux sentiers sont alors construits et de nouveaux parcours sont alors possibles. La matrice d'adjacence N associée à ce nouveau graphe (toujours avec les sommets dans l'ordre alphabétique) est

donnée :
$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) Construire alors le graphe orienté correspondant à N .
- 2) Existe-t-il davantage de chemin de longueur 3 reliant D à F ?