Nombres complexes et trigonométrie

Dans toute la feuille, on se donne un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ du plan ***direct***.

Exercice 1 :

Donner la forme trigonométrique et la forme exponentielle des nombres complexes suivants.

- $z = i$
- $z = -5$
- $z = 1 + i$
- $z = -1 - i\sqrt{3}$
- $z = 2\sqrt{3} + 2i$
- $z = -i - 1$

Exercice 2 :

Donner la forme trigonométrique et la forme exponentielle des nombres complexes suivants.

- $z = (1 - i)^3$
- $z = \frac{(-i)^2}{(-1-i)^5}$
- $z = \left(-1 - i\sqrt{3}\right)^5$
- $z = \frac{5^7}{\left(2i\sqrt{3}\right)^5}$

Exercice 3 :

A l'aide d'une formule d'Euler, donner l'expression de $cos^4(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Exercice 4 :

Factoriser l'expression , $\forall x \in \mathbb{R}$: $A = cos(x) - sin(x)$

Exercice 5 :

Donner la forme algébrique et la forme exponentielle des nombres complexes suivants.

- $z = \sqrt{2}\left(cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + isin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right)$
- $z = \sqrt{3}\left(cos(\pi) + isin(\pi)\right)$
- $z = 6\left(cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + isin\left(\frac{-17\pi}{6}\right)\right)$
- $z = -cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + isin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

Exercice 6 :

Linéariser $\forall x \in \mathbb{R}$, $A = cos^2(x)\, sin(x)$

Exercice 7 :

Donner la forme algébrique et la forme trigonométrique des nombres complexes suivants.

- $z = 4e^{-i\frac{\pi}{4}}$
- $z = 6e^{-2i\pi}$
- $z = -3e^{-\frac{5i\pi}{4}}$
- $z = 5e^{i\frac{\pi}{6}}$

Exercice 8 :

Donner la forme trigonométrique puis la forme algébrique des nombres complexes suivants.

- $z = e^{-i\frac{\pi}{4}} \times e^{-i\frac{3\pi}{4}}$
- $z = e^{-i\frac{\pi}{2}} \times e^{i\frac{\pi}{3}}$
- $z = e^{-i\frac{\pi}{3}} \times e^{i\frac{5\pi}{6}}$
- $z = e^{i\frac{\pi}{4}} \times e^{i\frac{7\pi}{3}}$

Exercice 9 :

Déterminer la forme exponentielle des nombres complexes suivants.

- $Z = (-1 + i)^4$
- $Z = \left(1 - i\sqrt{3}\right)^6$
- $Z = (i)^{2024}$
- $Z = \left(-1 + i\sqrt{3}\right)^{112}$