CORRECTION EVALUATION SUR LES PROBABILITÉS

NOM :…………………………………. PRENOM :……………………….. SUJET C

Exercice 1 : *Tableau à doubles entrées et arbre* / 6 pts

Les données d'un exercice de probabilité ont conduit au tableau suivant :

	B	$\bar{B}$	
A	0,1	0,3	0,4
$\bar{A}$	0,2	0,4	0,6
	0,3	0,7	1

1) Compléter le tableau ci-dessus.
2) Construire un arbre de probabilité commençant par l'évènement A.
3) Construire un arbre de probabilité commençant par l'évènement B.

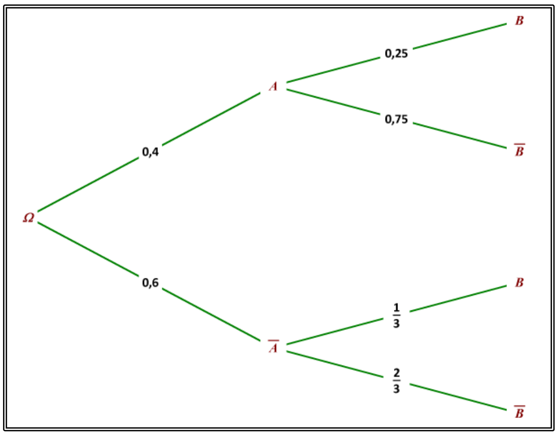
Solution :

Pour l'arbre commençant par A :

On calcule les probabilités conditionnelles.

$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ soit donc $P_A(B) = \frac{1}{4}$

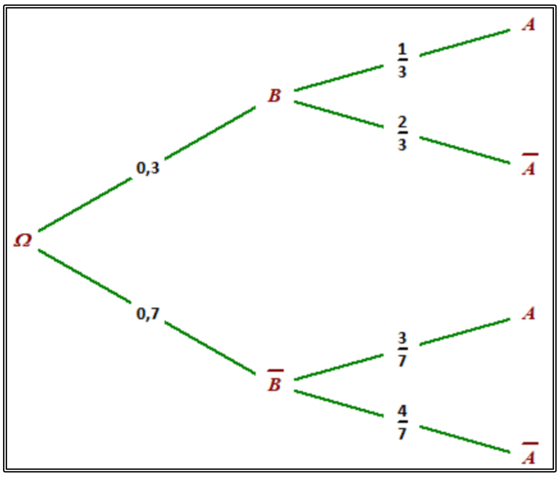
De même, on a : $P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})}$ soit donc $P_{\bar{A}}(B) = \frac{1}{3}$



Pour l'arbre commençant par B :

$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ soit donc $P_A(B) = \frac{1}{3}$

De même, on a : $P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(\bar{B})}$ soit donc $P_{\bar{B}}(A) = \frac{3}{7}$



Exercice 2 : / 6 pts

Un sondage effectué dans une région à propos de la construction d'un barrage donne les résultats suivants :

- 65 % des personnes interrogées sont contre la construction de ce barrage et parmi les personnes qui sont contre, 70 % sont écologistes.
- Parmi les personnes favorables à cette construction, 20 % sont écologistes.

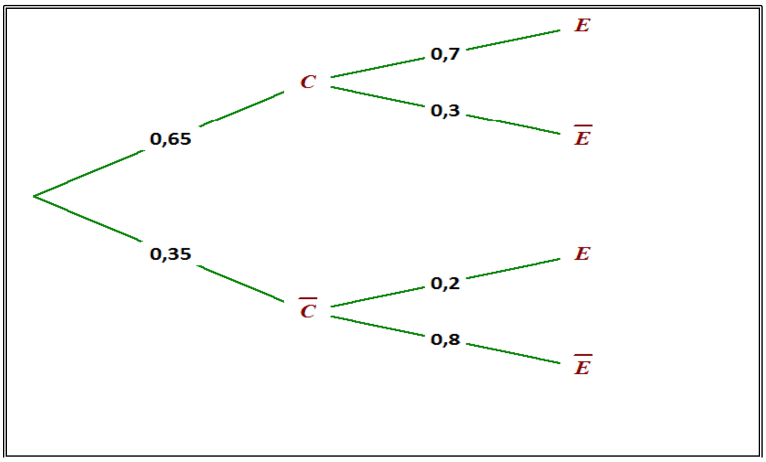
On note C l'événement « la personne interrogée est contre la construction » et E l'événement « la personne interrogée est écologiste ».

1) Dresser un arbre de probabilité pondéré traduisant cette situation.
2) Donner les valeurs $P(C)$ et $P_C(E)$.
3) Indiquer par une phrase la signification de $P_{\bar{C}}(E)$ et donner sa valeur.
4) Déterminer la probabilité que la personne interrogée soit écologiste.
5) On interroge une personne écologiste. Calculer la probabilité qu'elle soit contre la construction du barrage.
6) On choisit au hasard deux personnes parmi celles interrogées lors de ce sondage. Quelle est la probabilité qu'une personne sur les deux soit contre la construction du barrage ?

Solution :

Correction :

1) A l'aide des informations données dans l'énoncé, on peut construire un arbre pondéré traduisant la situation décrite.



2) Par lecture de l'énoncé, $P(C) = 0{,}65$ et $P_C(E) = 0{,}7$
3) $P_{\bar{C}}(E)$ représente la probabilité d'interroger une personne écologiste parmi les personnes favorable à la construction du barrage. Ici, $P_{\bar{C}}(E) = 0{,}2$
4) Pour déterminer la probabilité d'interroger un écologiste, on utilise la formule des probabilités totales.

$P(E) = P(C \cap E) + P(E \cap \bar{C})$
$P(E) = P(C) \times P_C(E) + P(\bar{C}) \times \ P_{\bar{C}}(E)$
$P(E) = 0{,}7 \times 0{,}65 + 0{,}2 \times \ 0{,}35$
$P(E) = 0{,}525$

5) On retourne l'arbre ou on inverse le conditionnement. Pour cela, on utilise la formule des probabilités conditionnelles.

$P_E(C) = \frac{P(C \cap E)}{P(C)}$ soit en remplaçant $P_E(C) = \frac{0{,}455}{0{,}525}$ donc $P_E(C) = \frac{13}{15} \approx 0{,}867$

6) Il s'agit d'une répétition d'épreuves identiques. On note A l'évènement une des deux personnes est contre la construction
On cherche finalement :
$P(A) = P(C_1 \cap \overline{C_2}) + P(\overline{C_1} \cap C_2)$
$P(A) = 0{,}65 \times 0{,}35 + 0{,}35 \times 0{,}65$
$P(A) = 0{,}455$

Exercice 3 / 3 pts

A et B sont deux évènements. On donne $P(A) = 0{,}25$ et $P(A \cup B) = 0{,}3$

1) Si A et B sont indépendants, calculer $P(B)$
2) Si A et B sont incompatibles, calculer $P(B)$

Solution :

1) On utilise la formule de Poincaré :
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Puisque A et B sont indépendants, $P(A \cap B) = P(B) \times P(A)$
On a donc : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(B) \times P(A)$
$0{,}3 = 0{,}25 + P(B) - P(B) \times 0{,}25$
Soit en factorisant : $P(B) = \frac{0{,}05}{0{,}75}$ soit donc $P(B) = \frac{1}{15}$
2) Puisque A et B sont incompatibles, on a : $P(A \cap B) = 0$
A l'aide de la formule de Poincaré :
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$0{,}3 = 0{,}25 + P(B)$ soit donc $P(B) = 0{,}05$

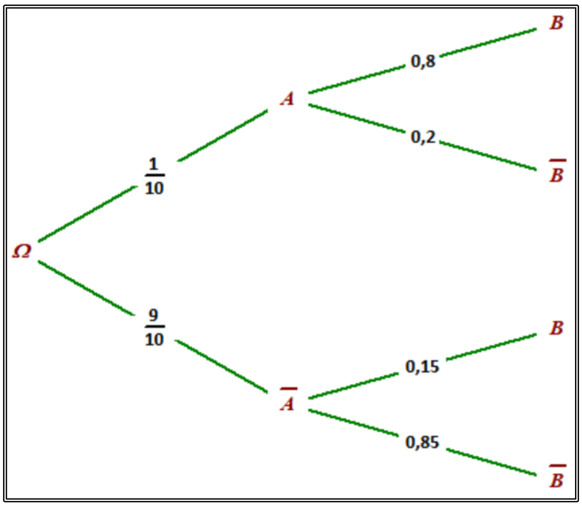
Exercice 4 / 5 pts

Jeanne prend son parapluie pour se rendre au travail un jour sur dix. Eh oui, Jeanne n'habite pas en bretagne…
Elle a remarqué que lorsqu'elle avait son parapluie, il pleuvait dans 80 % des cas et, lorsqu'elle ne l'avait pas, il pleuvait dans 15 % des cas.
On note :

- A l'évènement « Jeanne prend son parapluie »
- B l'évènement « Il pleut »

Correction :

On construit un arbre de probabilité qui traduise la situation.



On utilise alors la formule des probabilités totales.

$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$
$P(B) = P(A) \times P_A(B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B)$
$P(B) = 0{,}1 \times 0{,}8 + 0{,}1 \times 0{,}15$
$P(B) = 0{,}215$

D'après l'énoncé, on a $P_A(B) = 0{,}8$ et $P(B) = 0{,}215$

Les deux évènements ne sont donc pas indépendants
On peut aussi calculer $P_B(A)$ et montrer que c'est différent de $P(A)$