CORRECTION EVALUATION SUR LES PROBABILITES

Exercice 1 : *Probabilités et loi Binomiale* / 10 pts

Pour mieux cerner le profil de ses clients, une banque réalise un sondage qui permet d'établir que :

- 53 % de ses clients ont plus de 50 ans.
- 32 % de ses clients sont intéressés par des placements dits risqués.
- Parmi les clients de plus de 50 ans, 25 % sont intéressés par des placements risqués.

On choisit au hasard un client de cette banque et on considère les évènements suivants :

- A l'événement : « le client a plus de 50 ans ».
- R l'événement : « le client est intéressé par des placements risqués. ».

Partie A :

1) Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
2) D'après les données de l'énoncé, donner $P(R)$ et $P_A(R)$.
3) Démontrer que la probabilité que le client ait plus de 50 ans et soit intéressé par des placements risqués vaut 0,1325
4) Sachant que le client est intéressé par des placements risqués, quelle est la probabilité qu'il ait plus de 50 ans ?
5) Calculer $P(\bar{A} \cap R)$ puis en déduire $P_{\bar{A}}(R)$.

Partie B :

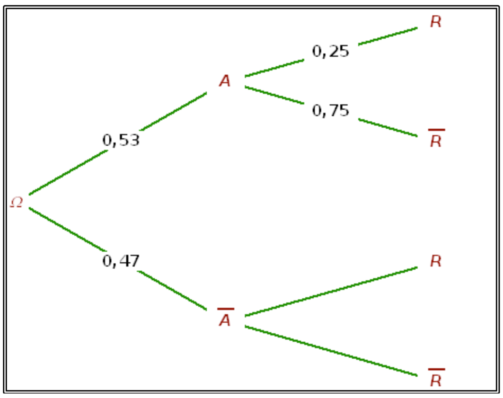
L'une des agences de cette banque charge ses conseillers de proposer un placement dit risqué *RI₁* à tous ses clients.
Elle promet à ses conseillers une prime de 150 euros s'ils convainquent au moins 10 clients d'effectuer ce placement en un mois et une prime supplémentaire de 150 euros s'ils convainquent au moins 15 clients d'effectuer ce placement en un mois.
L'une des conseillères de cette banque, Camille, reçoit 45 clients ce mois-ci.
On admet que la probabilité que Camille réussisse à placer ce produit auprès de l'un de ses clients est de 0,23 et que la décision d'un client est indépendante de celle des autres.
On note X la VAR qui compte le nombre de clients qui accepte le produit.

1) Déterminer la loi de probabilité suivie par X et en donner ses paramètres.
2) Déterminer la probabilité que Camille place ce produit RI_1 auprès de 10 clients exactement ce mois-ci.
3) Calculer la probabilité que Camille ait 300 euros de prime.
4) Déterminer le nombre moyen de clients que Camille peut espérer intéresser.

Correction :

Partie A :

1) On construit l'arbre avec les données de l'énoncé.



2) On lit $P(A) = 0{,}53$ et $P_A(R) = 0{,}25$
3) On cherche $P(A \cap R) = P(A) \times P_A(R)$
   $P(A \cap R) = 0{,}53 \times 0{,}25$
   $P(A \cap R) = 0{,}1325$
4) On écrit la formule des probabilités conditionnelles :
   $P_R(A) = \frac{P(A\cap R)}{P(R)}$ soit en remplaçant $P_R(A) = \frac{0{,}1325}{0{,}32}$
   donc $P_R(A) = \frac{53}{128}$ soit $P_R(A) \approx 0{,}414$
5) A l'aide de la formule des probabilités totales, on a :
   $P(R) = P(R \cap A) + P\left(R \cap \overline{A}\right)$
   $P(R) = P(A) \times P_A(R) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(R)$
   $0{,}32 = 0{,}1325 + 0{,}47 \times P_{\overline{A}}(R)$
   $P_{\overline{A}}(R) = \frac{0{,}32-0{,}1325}{0{,}47}$ soit donc $P_{\overline{A}}(R) = \frac{75}{188}$ soit $P_{\overline{A}}(R) \approx 0{,}399$

Partie B :

1) Il s'agit d'une répétition d'épreuves indépendantes à deux issues contraires notées succès et échecs. Un succès est ici qu'un client accepte le produit de Camille. On note X la VAR qui compte le nombre de succès.
   X suit une loi binomiale de paramètre $n = 45$ et $p = 0{,}23$
   On a donc : $\forall k \in [|0;45|] P(X = k) = \binom{45}{k} \times 0{,}23^k 0{,}77^{45-k}$
   On cherche donc $P(X = 10) = \binom{45}{10} \times 0{,}23^{10} 0{,}77^{35}$ soit donc $P(X = 10) \approx 0{,}141$
2) Pour que Camille ait 300 euros de primes, il faut qu'il y ait au moins 15 clients.
   On cherche ici $P(X \geq 15) = 1 - P(X \leq 14)$ soit donc $P(X \geq 15) \approx 0{,}075$
3) On évalue l'espérance mathématique :$E(X) = n \times p$ soit $E(X) = 10{,}35$ clients

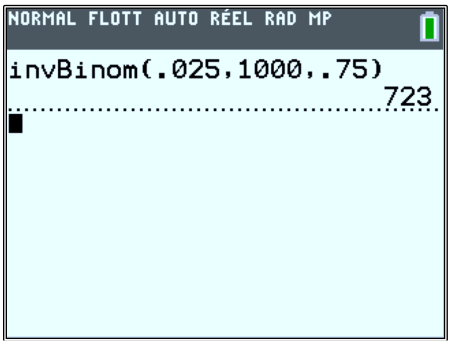
Exercice 2 :

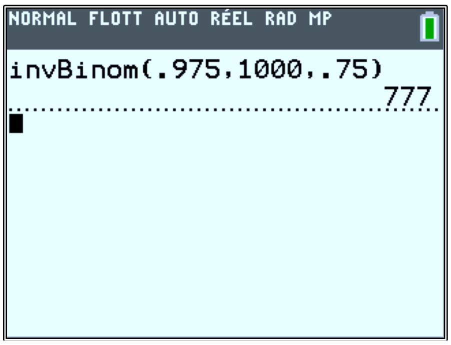
Dans un slogan publicitaire, une banque affirme que 75 % des demandes de prêts immobiliers qui lui sont adressées sont acceptées. Afin de vérifier le slogan de la banque, l'autorité de régulation professionnelle de la publicité (ARPP) étudie un échantillon de 1000 demandes de prêts immobiliers choisis au hasard et de façon indépendante.

1) Donner l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence de prêts acceptés par la banque dans les échantillons de taille 1000.
2) Énoncer une règle de décision permettant de valider ou non le slogan publicitaire de la banque, au niveau de confiance 95 %.
3) Sur les 1000 dernières demandes de prêts effectuées dans cette banque, 600 ont été acceptées. Quel avis va émettre la ARPP ?

Correction :

1) On extrait de l'énoncé les valeurs de $n = 1000$ et $p = 0{,}75$. A l'aide de la calculatrice, on obtient.





Ainsi , $I_F = \left[\frac{a}{1000}; \frac{b}{1000}\right]$ soit ici , $I_F = [0{,}723; 0{,}777]$

2) Si f_{obs} est dans l'intervalle de fluctuation, on accepte l'hypothèse selon laquelle 75 % des demandes de prêts sont acceptées avec une probabilité de 95 %. Dans le cas contraire, on rejette l'hypothèse initiale.

3) $f_{obs} = \frac{600}{1000} = 0{,}6$ La fréquence f_{obs} n'est donc pas dans l'intervalle de fluctuation. On rejette donc l'hypothèse initiale. L'ARPP doit donc ouvrir une enquête.

Exercice 3 : *Loi Binomiale et calculatrice* / 5 pts

Pour chaque question, indiquer la seule bonne réponse en entourant la lettre correspondant à la question. Aucune justification n'est demandée.

L'utilisation de la calculatrice est conseillée dans de nombreuses questions.

1. Dans une classe de 30 élèves, je souhaite former une équipe de basket (5 joueurs). Combien ai-je de possibilités ?		
a. 142506	b. 17100720	c. $\binom{5}{30}$
2. Neymar Junior, footballeur à ses heures, est le tireur attitré de pénalty du PSG. Il sait qu'au cours de sa carrière, il a réussi ses pénaltys avec une probabilité de 0,95. Pendant la saison 2019-2020, il va tirer 10 pénaltys. On considère que les tirs sont indépendants. Quelle est la probabilité qu'il n'en réussisse aucun ?		
a. $P(X = 0) = 0$	b. $P(X = 0) = \binom{10}{0} 0{,}95^0 0{,}05^{10}$	c. $P(X = 0) \approx 9{,}76$
3. La probabilité que Ney en réussisse exactement 8 vaut :		
a. $P(X = 8) = 0{,}074$	b. $P(X = 8) = \binom{8}{10} 0{,}95^8 0{,}05^2$	c. $P(X = 8) \approx 0{,}075$
4. Un particulier décide de planter 8 graines de melon. Le pouvoir germinatif de chaque graine de melon est de 0,6 ; chaque graine germant de manière indépendante.		
a. $P(X \leq 3) \approx 0{,}174$	b. $P(X \leq 3) \approx 0{,}124$	c. $P(X \leq 3) \approx 0{,}826$
5. La probabilité $P(X \geq 4)$ vaut :		
a. $P(X \geq 4) \approx 0{,}876$	b. $P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$	c. $P(X \geq 4) \approx 0{,}862$