Correction Évaluation sur Variations de fonctions

Exercice 1 : / 3 pts

Soit la fonction du second degré $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$ définie sur $I =]2; +\infty[$
Montrer qu'elle est croissante sur $I =]2; +\infty[$

Correction :

Soient a et b deux nombres de I tels que $2 < a < b$
On va évaluer la différence $f(b) - f(a) = 2b^2 - 8b + 5 - (2a^2 - 8a + 5\,)$
Soit en simplifiant $f(b) - f(a) = 2b^2 - 8b - (2a^2 - 8a\,)$
Soit en simplifiant $f(b) - f(a) = 2(b^2 - a^2 + 4a - 4b\,)$
On factorise alors l'expression : $f(b) - f(a) = 2[(b + a)(b - a) - 4(b - a)]$
On a alors $f(b) - f(a) = 2(b - a)[b + a - 4]$
Chacun des 2 facteurs garde un signe constant positif sur $I =]2\,;\infty]$
On a donc $f(a) < f(b)$ et f est croissante sur $I =]2\,;\infty]$

Exercice 2 : / 3 pts

Soit la fonction homographique $f(x) = \frac{2}{x-3} + 7$ définie sur $I =]-\infty\,; 3[$. Montrer qu'elle est décroissante sur $I =]-\infty\,; 3[$

Correction :

Soient a et b deux nombres de I tels que $a < b < 3$
On va évaluer la différence $f(b) - f(a) = \frac{2}{b-3} + 7 - \left(\frac{2}{a-3} + 7\right)$
Soit en simplifiant $f(b) - f(a) = \frac{2}{b-3} - \frac{2}{a-3}$
On réduit au même dénominateur $f(b) - f(a) = \frac{2(a-b)}{(b-3)(a-3)}$
Chacun des 3 facteurs garde un signe constant négatif sur $I =]-\infty\,; 3[$
On a donc $f(b) - f(a) < 0$ et donc $f(b) < f(a)$
Ainsi f est décroissante sur $I =]-\infty\,; 3[$

Exercice 3 : / 2 pts

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[0; 12]$.

x	0		2		3,5		12
f	-10	↗	5	↘	-11	↗	7

Comparer les nombres suivants.

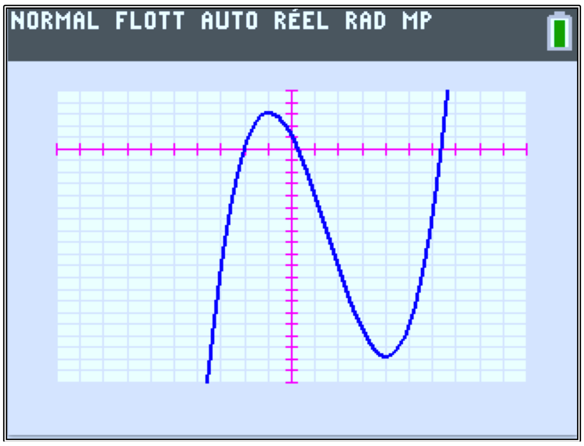
- $f(1{,}5)$ $<$ $f(1{,}9)$
- $f(3)$ $ONPPR$ $f(4)$
- $f(1)$ $<$ $f(12)$
- $f(\pi)$ $<$ $f(2{,}14)$

Exercice 4 : / 3 pts

Construire le tableau de variation de la fonction tracée ci-dessous, définie sur $\mathbb{R}$.

Correction :

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
f		↗	3	↘	-18	↗	



Exercice 5 : / 3 pts

g est une fonction définie sur l'intervalle $[-5; 5]$. Elle est strictement croissante sur $[-5; -2]$ et sur $[1; 4]$. Elle est strictement décroissante sur $[-2; 1]$ et sur $[4; 5]$. On sait de plus que :

- $g(1) = -1$
- Les antécédents de 0 par g sont : -2 ; 2 ; 5
- La fonction g atteint son maximum en 4 et il vaut 7.
- La fonction g atteint son minimum en -5 et il vaut -4

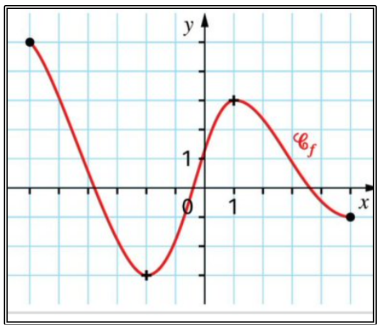
Dresser le tableau de variations de la fonction g.

Correction :

x	-5		-2		1	2	4		5
f	-4	↗	0	↘	-1	↗ 0	7	↘	0

Exercice 6 : / 3 pts

On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f.



1) Quel est le domaine de définition de f.
2) Quel est le minimum de f ?
3) Quel est le maximum de f sur $[0; 5]$.
4) Remplir le tableau de valeur ci-dessous.

x	-6	-2	-5,5	5
$f(x)$	5	-3	4	-1

Correction :

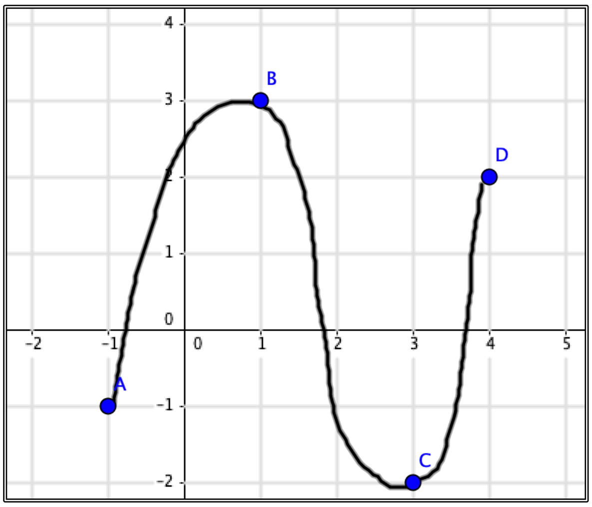
1) f est définie sur $[-6; 5]$.
2) Le minimum de f vaut -3 et il est atteint en -2
3) Le maximum de f sur $[0; 5]$ vaut 3 et il est atteint en 1

Exercice 7 : / 3 pts

On donne le tableau de variation d'une fonction f.

x	-1		1		3		4
$f(x)$	-1	↗	3	↘	-2	↗	2

Construire ci-dessous une représentation graphique de f.



Consignes :

- Durée : 1 heure.
- Évaluation à faire obligatoirement sur ***une copie double.***
- Calculatrice autorisée, TI 83 prémium.
- Aucun prêt de matériel n'est autorisé.
- Attention à la rédaction et au soin des copies.

RENDRE L'ENONCE AVEC VOTRE COPIE DOUBLE. MERCI