Correction de l'évaluation

Activité 1-1 :

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

1) $\boxed{A(x)=(-5x+4)(7x-1)}$

$$A(x) = -35x^2 + 5x + 28x - 4$$
$$A(x) = -35x^2 + 33x - 4$$

2) $\boxed{B(x)=(3x-2)(-x+3)+(5-2x)^2}$

$$B(x) = -3x^2 + 9x + 2x - 6 + 25 - 20x + 4x^2$$
$$B(x) = x^2 - 9x + 19$$

Activité 1-2 :

Factoriser les expressions suivantes :

1) $\boxed{A(x)=(2-8x)^2-(5+x)^2}$

$$A(x) = (2 - 8x + 5 + x)(2 - 8x - 5 - x)$$
$$A(x) = (7 - 7x)(-3 - 9x)$$
$$A(x) = -7(1 - x)3(1 + x)$$
$$A(x) = -21(1 - x)(1 + x)$$

2) $\boxed{B(x)=(x+3)^2-(x+3)(2x+1)}$

$$B(x) = (x + 3)\big((x + 3) - (2x + 1)\big)$$
$$B(x) = (x + 3)(-x + 2)$$

Activité 1-3 :

Résoudre les équations suivantes :

1) $\boxed{17x-9=4x+17}$

$\Leftrightarrow\ 13\text{x} = 26$

$\Leftrightarrow \text{x} = 2$

$S = \{2\}$

2) $\boxed{(8x+1)(2-5x)=0}$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

$8x+1=0$
$\Leftrightarrow\ 8x=-1$
$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{8}$

$2-5x=0$
$\Leftrightarrow 5x=2$
$\Leftrightarrow\ x=\frac{2}{5}$

$S=\{-\frac{1}{8};\frac{2}{5}\}$

Activité 1-4 :

Simplifier l'écriture des nombres suivants :

1) $\boxed{A=\sqrt{20}+\sqrt{125}-\sqrt{45}}$

$A=\sqrt{20}+\ \sqrt{125}-\sqrt{45}$
$A=\sqrt{2^2*5}+\sqrt{5^2*5}-\sqrt{3^2*5}$
$A=2\sqrt{5}+5\sqrt{5}-3\sqrt{5}$
$A=4\sqrt{5}$

2) $\boxed{B=\sqrt{169-5^2}}$

$B=\sqrt{169-5^2}$
$B=\sqrt{144}$
$B=12$

Activité 1-5 :

Résoudre l'inéquation suivante : $\boxed{\frac{5-10x}{3x+12}\geq 0}$

$$\frac{5-10x}{3x+12}\geq 0$$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}, -3x+12\ \neq 0\}=\mathbb{R}-\ \{-4\}$

Étude de signe :

Valeur qui annule de numérateur : $\frac{1}{2}$
Valeur qui annule le dénominateur : -4

	$-\infty$ -4	$1/2$	$+\infty$
Numérateur	+	+	−
Dénominateur	−	+	+
	−	+	−

Donc $S=\left]-4;\frac{1}{2}\right]$

Activité 1-6 :

En utilisant le discriminant, résoudre les équations suivantes dans R et les écrire sous forme factorisée :

1) $\boxed{x^2 - 5x + 6 = 0}$

$\Delta = (-5)^2 - 4 * 6 * 1 = 25 - 24 = 1$

$X1 = \frac{5+1}{2} = 3$

$X2 = \frac{5-1}{2} = 2$

D’où la factorisation :

$(x-2)(x-3)$

2) $\boxed{2x^2 + 7x + 10 = 0}$

$\Delta = 49 - 80 = -31$

Pas de solutions car $\Delta < 0$

Ce polynôme n’est pas factorisable.

Activité 1-7 :

En utilisant la méthode qui vous semble la plus adaptée, résoudre le système :

$$\boxed{\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}}$$

1) $\Leftrightarrow\ x = 4 - 2y$

2) $\Leftrightarrow\ 4(4-2y) - 3y = 5 \Leftrightarrow\ 16 - 8y - 3y = 5 \Leftrightarrow -11y = -11$

$\Leftrightarrow\ \mathbf{y = 1}$

D’où $x = 4 - 2 \Leftrightarrow\ \mathbf{x = 2}$

Le système n’a qu’une seule solution : le couple { (2 ; 1) }

Activité 1-8 :

Calculer la dérivée des deux fonctions suivantes :

1) $\boxed{f(x)=(1+3x^2)(7-8x)}$

$$u(x) = 1 + 3x^2 \qquad u'(x) = 6x$$
$$v(x) = 7 - 8x \qquad v'(x) = -8$$

$$f'(x) = 6x(7-8x) + (1+3x^2)(-8)$$
$$= 42x - 48x^2 - 8 - 24x^2$$
$$= -72x^2 + 42x - 8 = -2(36x^2 - 21x + 4)$$

2) $\boxed{g(x)=\dfrac{2+7x}{x^2+1}}$

$$u(x) = 2 + 7x \quad u'(x) = 7$$
$$v(x) = x^2 + 1 \quad v'(x) = 2x$$

$$f'(x) = \frac{7(x^2+1) - 2x(2+7x)}{(x^2+1)^2} = \frac{7x^2 + 7 - 4x - 14x^2}{(x^2+1)^2}$$
$$= \frac{-7x^2 - 4x + 7}{(x^2+1)^2}$$

Activité 1-9 :

Deux droites ont été tracées sur le graphique ci-dessous.
Donner par lecture graphique leurs équations respectives.

(d1) : passe par les points (0 ;2) et (5 ;5)

$$y = a\,x + b \quad avec \begin{cases} 2 = b \\ 5 = 5\,a + b \quad \Leftrightarrow \quad 5 = 5\,a + 2 \end{cases}$$

$$y = a\,x + b \quad avec \begin{cases} 2 = b \\ 5\,a = 5 - 2 = 3 \quad \Leftrightarrow \quad a = \dfrac{3}{5} \end{cases}$$

D'où : $d_1 : y = \dfrac{3}{5}x + 2$ ou $d_1 : y = 0{,}6\,x + 2$

(d2) : $x = 4$ droite verticale

Activité 1-10 :

Donner l'équation de la tangente T à la courbe représentative de la fonction $f(x) = x^3 - 7x + 2$ **au point d'abscisse** $x_0 = 2$.

Équation de la tangente : $y = f'(x0)(x - x0) + f(x0)$

Ici : $f'(x) = 3x^2 - 7 \; donc \; f'(2) = 5 \; et \; f(2) = -4$

Donc $y = 5(x-2) - 4 = 5x - 10 - 4 = \mathbf{5x - 14}$

Activité 1-11 :

Soit f **une fonction telle que :** $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$,
a, b, c **et** ***d*** **étant des constantes réelles à déterminer.**

1) **Calculer la dérivée de la fonction f.**

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

2) **Déterminer les réels *a, b, c* et *d*.**

f(0)=0 $\Leftrightarrow \; d = 0$

en 0, on a l'équation de la tangente : $y = f'(0)x + f(0)$
ici $f'(0) = c \; donc \; c = -6$
$f(0) = 0$

$f'(1) = 0 \; \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} +3a - 2b - 6 = 0 \\ 27a + 6b - 6 = 0 \end{cases}$$

$f'(3) = 0 \; \Leftrightarrow$

1) $3a = 6 + 2b$
2) $9(6 + 2b) + 6b - 6 = 0 \; \Leftrightarrow 54 + 18b + 6b - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \; 24b = -48 \; \Leftrightarrow \; b = -2$$

$donc \; 3a = 2 \; \Leftrightarrow \; a = \dfrac{2}{3}$
D'où $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x$