Correction Évaluation Arithmétique

NOM :…………………………………. PRENOM :………………………. SUJET A

Exercice 1 : / 3 pts

Déterminer de tête l'ensemble des diviseurs des nombres ci-dessous.

- 52
- 28
- 210

Correction :

Avec la technique vue en classe, on a :

$div(48) = \{1; 2; 4; 13; 26; 52\}$
$div(28) = \{1; 2; 4; 7; 14; 28\}$
$div(210) = \{1; 2; 3; 5; 6; 7; 10; 14; 15; 21; 30; 35; 42; 70; 105; 210\}$

Exercice 2 : / 3 pts

Répondre par vrai ou faux en justifiant, à l'aide d'un contre-exemple lorsque la propriété est fausse.

- 117 est un nombre premier. Faux, table de 9
- 15 et 27 sont premiers entre eux. Faux, 3 est multiple commun
- 35 n'a que des diviseurs impairs. Vrai.
- 59 est un nombre premier. Vrai, on teste tous les diviseurs en dessous de 8
- Si un nombre est divisible par 4 et 5, alors, il est divisible par 10. Vrai
- Si un nombre se termine par 3, alors il est divisible par 3. Faux, 13 ne marche pas.

Exercice 3 : / 3 pts

Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants.

- 84
- 125
- 540

Correction :

On détermine la décomposition de chaque nombre par la méthode vue en classe.

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$
$125 = 5^3$
$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

Exercice 4 : / 3 pts

Donner la fraction irréductible de chacune des fractions suivantes :

- $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$
- $\frac{72}{30} = \frac{12}{5}$
- $\frac{13}{12}$
- $\frac{63}{28} = \frac{9}{4}$

Exercice 5 : / 2 pts

Démontrer que le carré d'un nombre impair est un nombre impair.

Correction :

Soit un entier n impair. Il existe donc $k \in \mathbb{Z}$ tel que $n = 2k + 1$. On a donc :
$(2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$ soit en factorisant $(2k + 1)^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
On pose alors $K = 2k^2 + 2k$. $K \in \mathbb{Z}$ et donc $n^2 = 2K + 1$
On a ainsi que n^2 est impair.

Exercice 6 : / 3 pts

Dans une partie de cartes, on doit répartir entre les joueurs 180 jetons noirs et 120 jetons blancs. Chaque joueur doit recevoir le même nombre de jetons noirs et le même nombre de jetons blancs.

1) Peut-il y avoir 20 joueurs ? Neuf joueurs ?
2) Combien peut-il y avoir de joueurs ? Donner toutes les possibilités.

Correction :

On cherche les diviseurs des deux entiers.
$div(180) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 30; 45; 60; 90; 180\}$
$div(120) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 24; 30; 40; 60; 120\}$
Le plus grand diviseur commun est 60.
Il peut y avoir 20 joueurs mais pas 9
Il peut y avoir $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60; \}$ joueurs.

Exercice 7 : / 3 pts

La somme de quatre multiples consécutifs de 7 est égale à 406.
En résolvant une équation, déterminer quels sont ces 4 entiers ?

Correction :

On pose $7n$ le premier entier.
On a alors $7(n+1)$ le deuxième entier, $7(n+2)$ le troisième et $7(n+3)$le dernier.
On écrit alors l'égalité : $7n + 7n + 7 + 7n + 14 + 7n + 21 = 406$
On résout cette équation de 4ème : $28n + 42 = 406$
Soit donc $n = 13$
Les 4 nombres sont donc 91, 98, 105 et 112