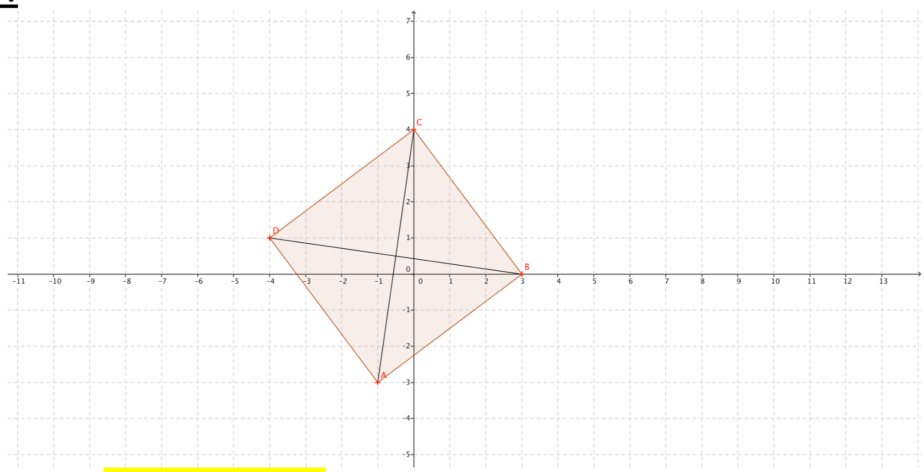
Correction évaluation sur géométrie repérée

Exercice 1: / 2 pts

Dans un repère orthonormé, placer les points A(-1 ; -3) B (3 ; 0) et C (0 ; 4)

1) Quelle semble être la nature du triangle ABC ?
2) Placer un point D sur le plan afin que $ABCD$ soit un carré et donner ses coordonnées ?

Correction :



Le triangle semble rectangle isocèle.

On place le point D(-4 ;1) pour obtenir un carré.

Exercice 2 : / 2 pts

On donne trois points dans un repère orthonormé : A(-4 ; -7) B (-1 ; -3) et C (8 ; 9)

Sans tracer de figure, prouver que ces trois points sont alignés.

Correction :

Il suffit de calculer les trois longueurs :

• $AB = \sqrt{3^2 + 4^2}$	• $CB = \sqrt{9^2 + 12^2}$	• $AC = \sqrt{12^2 + 16^2}$
• $AB = 5$	• $CB = 15$	• $AC = 20$

On observe que $AB + CB = AC$ .A l'aide de l'inégalité triangulaire, on peut donc affirmer que les trois points ABC sont alignés

Exercice 3 : / 2 pts

On donne quatre points dans un repère orthonormé :

N(-5; -9) A (-2 ; -2) Z (-1 ; 0) et E(-4 ; -7)

Prouver, par le calcul, que le quadrilatère $NAZE$ est un parallélogramme.

Correction :

Soit I le milieu du segment $[NZ]$ et soit J le milieu du segment $[AE]$

On calcule leurs coordonnées respectives.

On a : $I(\frac{x_N + x_Z}{2};\frac{y_N + y_Z}{2})$et $J(\frac{x_A + x_E}{2};\frac{y_A + y_E}{2})$. En remplaçant par les coordonnées, on obtient $I(-3;-4,5)$ et $J(-3;-4,5)$

Les diagonales se coupent donc en leur milieu ; On peut donc affirmer que le quadrilatère NAZE est un parallélogramme.

Exercice 4 : / 5 pts

On donne trois points $L(1;-8)$ $U(7;4)$ et $P(8;-4)$ dans un repère orthonormal (O, I, J).

1) Montrer que le quadrilatère *LOUP* est un losange.
2) Déterminer alors l'aire et le périmètre de *LOUP*.

Correction :

Pour prouver que *LOUP* est un losange, on calcule la longueur de ses 4 côtés.

On obtient : $LO = \sqrt{1^2+8^2}$ Soit alors $LO = \sqrt{65}$

On obtient de même les 4 longueurs identiques donc *LOUP* est bien un losange.

Pour calculer le périmètre, on ajoute les 4 côtés : $Périmètre = 4\sqrt{65}$

Pour calculer l'aire, on calcule la longueur des deux diagonales.

- $LU = \sqrt{6^2+12^2}$
- $LU = 6\sqrt{5}$
- $OP = \sqrt{8^2+4^2}$
- $OP = 4\sqrt{5}$

A l'aide de la formule de l'aire d'un losange, on obtient : $Aire = \dfrac{6\sqrt{5}\times 4\sqrt{5}}{2} = 60$

Exercice 5 : / 4 pts

On donne trois points $T(-4;-1)$ $V(-1;-5)$ et $P(15;7)$ dans un repère orthonormal (O, I, J).

1) Montrer que le triangle *TVP* est un triangle rectangle.
2) Déterminer alors les coordonnées de *S* afin que le quadrilatère *SPVT* soit un rectangle

Correction :

On calcule les trois longueurs :

- $TV = \sqrt{3^2+4^2}$
- $TV = 5$
- $VP = \sqrt{16^2+12^2}$
- $VP = 20$
- $TP = \sqrt{19^2+8^2}$
- $TP = 9\sqrt{5}$

A l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore, on prouve que le triangle *TVP* est rectangle en *V*

Soit *M le* milieu du segment $[PT]$, on a : $M(\dfrac{x_P+x_T}{2};\dfrac{y_P+y_T}{2})$

On obtient donc $M(5,5;3)$

M est aussi le milieu de l'autre diagonale $M(\dfrac{x_S+x_V}{2};\dfrac{y_S+y_V}{2})$ Ce qui permet d'écrire un

système : $\begin{cases} \dfrac{x_S+x_V}{2} = 5,5 \\ \dfrac{y_S+y_V}{2} = 3 \end{cases}$ On obtient ainsi les coordonnées de *S* : $S(12;11)$

Exercice 6 : / 5 pts

Soient $R(-5;-2)$ $A(-2;-6)$ $M(2;-3)$ et $E(-1;1)$ dans un repère orthonormal (O, I, J).

Montrer que *RAME* est un carré par la méthode de votre choix.

Correction :

On calcule les 4 longueurs des côtés afin de prouver que l'on a un losange :

$RA = \sqrt{3^2+4^2}$ Soit $RA = 5$

On calcule les longueurs des deux diagonales

$RM = \sqrt{7^2+1^2}$ Soit $RM = 5\sqrt{2}$. De même, $AE = \sqrt{1^2+7^2}$ Soit $AE = 5\sqrt{2}$

Un losange dont les diagonales ont la même longueur est un carré.