Correction Evaluation sur Echantillonnage

Exercice 1: / 3 pts

Une entreprise fabrique des coques de protection pour téléphones portables. Le poids de la coque doit être de 12 grammes. Elle fabrique 12000 coques dont 2640 pèsent plus de 13 grammes. L'entreprise effectue un contrôle. Pour cela, elle pratique un relevé de 150 coques et mesure leur masse.

1) Quelle est la population concernée ici ?
2) Quel est le caractère étudié ici ?
3) Quelle est la proportion p du caractère pour l'ensemble de la population ?
4) Quelle est la taille de l'échantillon observé ?

Correction :

1) La population est ici les 12000 coques de protection.
2) Le caractère étudié est le poids des coques de protection.
3) La proportion est ici donnée dans l'énoncé. On a $p=\dfrac{2640}{12000}=0{,}22$
4) La taille de l'échantillon observé est de 150 coques.

Exercice 2: / 3 pts

38 % des familles françaises possèdent un ou plusieurs chats. Dans un village comportant 800 familles, on dénombre 200 familles avec un ou plusieurs chats.

1) Donner l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %.
2) Calculer la fréquence observée dans ce village.
3) Ce village est-il représentatif de la population française pour ce caractère au seuil de 95 % ?

Correction :

1) On vérifie que les conditions sont vérifiées. $n=800$ et $p=0{,}38$ On a bien que $n\geq 25$ et que $p\in[0{,}2;0{,}8]$ On peut donc calculer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %
$$I_F=\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}};p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]=\left[0{,}38-\frac{1}{\sqrt{800}};0{,}38+\frac{1}{\sqrt{800}}\right]$$
soit donc $I_F=[0{,}344;0{,}416]$
2) A la lecture de l'énoncé, $f_{obs}=\dfrac{200}{800}=0{,}25$
3) Puisque la fréquence observée n'est pas dans l'intervalle de fluctuation asymptotique, on peut affirmer que ce village n'est pas représentatif de la population française.

Exercice 3: / 3 pts

Dans un casino de Las Vegas, sur 5000 lancers de dé cubique, 2375 ont donné un nombre pair.
Faut-il faire une enquête pour utilisation de dé truqué ?

Correction :

- On vérifie que les conditions sont bien vérifiées. $n=5000$ et $p=0{,}5$
On a bien que $n\geq 25$ et que $p\in[0{,}2;0{,}8]$ On peut donc calculer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %

$$I_F = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,5 - \frac{1}{\sqrt{5000}} ; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{5000}}\right]$$

soit donc $I_F = [0,485 ; 0,515]$

- A la lecture de l'énoncé, $f_{obs} = \frac{2375}{5000} = 0,475$

Puisque la fréquence observée n'est pas dans l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, il y a une suspicion de triche.

Exercice 4: / 3 pts

Un industriel veut lancer sur le marché une gamme de produits spécialement conçus pour les gauchers. Auparavant, il cherche à estimer la proportion de gauchers dans la population française. Une étude portant sur un échantillon de 4000 français révèle que l'on dénombre 916 gauchers.

1) Vérifier les conditions d'application de l'intervalle de confiance.
2) Donner l'intervalle de confiance de la proportion de gaucher en France.
3) Faire une phrase traduisant le résultat.

Correction :

On vérifie que les conditions sont vérifiées. $n = 4000$ et $f_{obs} = \frac{916}{4000} = 0,229$ On a bien que $n \geq 25$ et que $f_{obs} \in [0,2 ; 0,8]$ On peut donc calculer l'intervalle de confiance au seuil de 95 %

$$I_C = \left[f_{obs} - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f_{obs} + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,229 - \frac{1}{\sqrt{4000}} ; 0,229 + \frac{1}{\sqrt{4000}}\right]$$

soit donc $I_C = [0,213 ; 0,245]$

Il y a donc en France entre 21, 3 % et 24, 5 % de gauchers.

Exercice 5: / 4 pts

Dans un slogan publicitaire, une banque affirme que 75 % des demandes de prêts immobiliers qui lui sont adressées sont acceptées. Afin de vérifier le slogan de la banque, l'autorité de régulation professionnelle de la publicité (ARPP) étudie un échantillon de 1000 demandes de prêts immobiliers choisis au hasard et de façon indépendante.

1) Donner l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence de prêts acceptés par la banque dans les échantillons de taille 1000.
2) Enoncer une règle de décision permettant de valider ou non le slogan publicitaire de la banque, au niveau de confiance 95 %.
3) Sur les 1000 dernières demandes de prêts effectuées dans cette banque, 600 ont été acceptées. Quel avis va émettre la ARPP ?

Correction :

1) On vérifie que les conditions sont vérifiées. $n = 1000$ et $p = 0,75$ On a bien que $n \geq 25$ et que $p \in [0,2 ; 0,8]$ On peut donc calculer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %

$$I_F = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,75 - \frac{1}{\sqrt{1000}} ; 0,75 + \frac{1}{\sqrt{1000}}\right]$$

soit donc $I_F = [0,718 ; 0,782]$

2) Si f_{obs} est dans l'intervalle de fluctuation, on accepte l'hypothèse selon laquelle 75 % des demandes de prêts sont acceptées avec une probabilité de 95 %. Dans le cas contraire, on rejette l'hypothèse initiale.
3) $f_{obs} = \frac{600}{1000} = 0,6$ La fréquence f_{obs} n'est donc pas dans l'intervalle de fluctuation. On rejette donc l'hypothèse initiale. L'ARPP doit donc ouvrir une enquête.

Exercice 6: / 4 pts

Dans un lycée qui comporte 1500 demi-pensionnaires, un sondage sur la restauration a été réalisé en interrogeant 338 élèves qui déjeunent à la cantine. Ce lycée comporte 54, 8 % de filles et 174 d'entre elles ont participé à ce sondage.

Partie A :

1) Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % sur le caractère être une fille.
2) L'échantillon utilisé pour le sondage est-il représentatif de la population du lycée ?

Partie B :

L'intendance du lycée souhaite estimer la proportion d'élèves de l'établissement qui souhaitent se servir eux-mêmes à la cantine plutôt que d'être servis à table. L'intendance ne prendra une décision de self-service que si la majorité des élèves y est favorable. 181 élèves répondent oui.

1) Donner un intervalle de confiance à 95 %.
2) Que peut en déduire l'intendance ?

Parie C :

Le chef d'établissement n'est pas convaincu de devoir changer à la suite de ce sondage. Afin de l'aider à se décider, on suppose qu'on réalise maintenant un sondage de taille n et que la fréquence des élèves désirant se servir reste la même.
Déterminer la taille minimum de l'échantillon à interroger qui pourrait davantage convaincre le chef d'établissement de changer.

Correction :

Partie A :

1) On vérifie que les conditions sont vérifiées. $n = 338$ et $p = 0,548$ On a bien que $n \geq 25$ et que $p \in [0,2;0,8]$ On peut donc calculer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %
$$I_F = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,548 - \frac{1}{\sqrt{338}}; 0,548 + \frac{1}{\sqrt{338}}\right]$$
soit donc $I_F = [0,493;0,603]$
2) $f_{obs} = \frac{174}{338} = 0,515$ Cette fréquence est dans l'intervalle de fluctuation. L'échantillon est donc bien représentatif de la population du lycée.

Partie B :

On vérifie que les conditions sont vérifiées. $n = 338$ et $f_{obs} = \frac{181}{338} = 0,535$ On a bien que $n \geq 25$ et que $f_{obs} \in [0,2;0,8]$
On peut donc calculer l'intervalle de confiance au seuil de 95 %

$$I_C = \left[f_{obs} - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f_{obs} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0{,}535 - \frac{1}{\sqrt{338}} ; 0{,}535 + \frac{1}{\sqrt{338}} \right]$$

soit donc $I_C = [0{,}481; 0{,}590]$

On n'est pas certain que la majorité des élèves soit favorables à un passage au self-service.

Partie C :

Pour le convaincre, il faudrait que la borne inférieure soit supérieure à 0,5. Ceci se traduit par la résolution d'une inéquation $0{,}535 - \frac{1}{\sqrt{n}} > 0{,}5$ soit $\frac{1}{\sqrt{n}} < 0{,}035$

En utilisant la fonction inverse et la fonction carrée, on obtient $n > 793{,}6$

Il faudrait donc interroger 794 élèves.