

## Évaluation sur convexité et dérivation

NOM : ..... PRENOM : ..... SUJET B

### Exercice 1 :

/ 5 pts

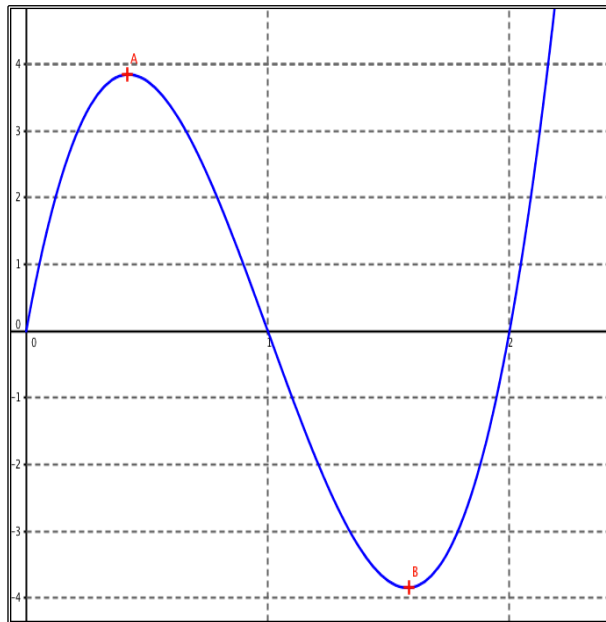
On donne la fonction  $f(x) = 2x^4 + x^3 - 15x^2 - 5x + 10$

Étudier la convexité de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

Donner les coordonnées de ses points d'inflexion

### Exercice 2 :

/ 8 pts



On donne ci-dessus la représentation graphique d'une fonction  $f'$ , définie sur  $[0; +\infty[$ .  
On donne de plus les coordonnées des points  $A(0,4; 3,84)$  et  $B(1,6; -3,84)$

- 1) Construire le tableau de variation de  $f$ .
- 2) Construire le tableau de variation de  $f'$ .
- 3) Combien la courbe de  $f'$  a-t-elle de point d'inflexion ?
- 4) Quelle est la valeur de  $f''(0,4)$  ?
- 5) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f''(x) < 0$ .
- 6) Donner la convexité de  $f$
- 7) Donner un intervalle sur lequel  $f'$  est convexe.
- 8) Combien la courbe de  $f$  a-t-elle de point d'inflexion ?

### Exercice 3 :

/ 7 pts

Lors de la propagation d'une rumeur, le nombre d'individus, en unités, d'une population propageant celle-ci  $x$  jours après son commencement peut être modélisé par la fonction  $f$ , définie sur  $[0; 50]$  par  $f(x) = 100 + x^4 e^{-0,1x}$

- 1) Donner une valeur approchée de  $f(2)$ . Traduire par une phrase le résultat.
- 2) Montrer que  $f'(x) = x^3(4 - 0,1x)e^{-0,1x}$
- 3) Construire le tableau complet des variations de  $f$  sur  $[0; 50]$
- 4) Donner la fenêtre graphique adaptée pour visualiser  $f$  sur votre calculatrice.
- 5) Combien de jours faut-il attendre avant que le nombre d'individus propageant cette rumeur diminue ?
- 6) Un logiciel de calcul formel (en annexe) donne  $f''(x) = \frac{e^{-0,1x}}{100} x^2(x - 60)(x - 20)$   
Étudier alors la convexité de  $f$ .



7) Combien de jours faut-il attendre avant que la croissance du nombre d'individus propageant cette rumeur ralentisse ?

**Annexe :**

▶ Calcul formel	
1 <input type="radio"/>	Dérivée[ $100 + x^4 \cdot \exp(-0.1x)$ , x] $\rightarrow 4x^3 e^{-\frac{1}{10}x} - \frac{1}{10}x^4 e^{-\frac{1}{10}x}$
2 <input type="radio"/>	Dérivée[ $4x^3 e^{(-1)/10x} - 1/10x^4 e^{(-1)/10x}$ , x] $\rightarrow 12x^2 e^{-\frac{1}{10}x} - \frac{4}{5}x^3 e^{-\frac{1}{10}x} + \frac{1}{100}x^4 e^{-\frac{1}{10}x}$
3 <input type="radio"/>	FactoriseCl[ $12x^2 e^{(-1)/10x} - 4/5x^3 e^{(-1)/10x} + 1/100x^4 e^{(-1)/10x}$ , x] $\rightarrow e^{-\frac{1}{10}x} x^2 (x - 60) \frac{x - 20}{100}$

**Consignes :**

- Durée : 1 heure.
- Évaluation à faire obligatoirement sur **une copie double**.
- Calculatrice autorisée.
- Aucun prêt de matériel n'est autorisé.
- Attention à la rédaction et au soin des copies.

**RENDRE L'ENONCE AVEC VOTRE COPIE DOUBLE. MERCI**