Evaluation sur les suites arithmétiques et géométriques

NOM :………………………………… PRENOM :……………………… SUJET A

Exercice 1 : *technique de base* / 3 pts

(u_n) est une suite arithmétique de raison *4* et de premier terme $u_0 = 17$.

a) Calculer les quatre premiers termes de la suite.
b) Donner la formule explicite de la suite (u_n)
c) Déterminer l'entier *n* tel que : $u_n = 253$
d) Calculer S_{38}

Exercice 2 : *technique de base* / 3 pts

(v_n) est une suite géométrique de raison *3* et de premier terme $v_0 = 5$

a) Calculer les trois premiers termes de la suite.
b) Donner la formule explicite de la suite (v_n).
c) Donner la formule de S_n puis calculer la valeur exacte de S_{12}

Exercice 3 : *fait en classe…* / 2 pts

Calculer la somme suivante : $S_n = 1 + 4 + 7 + 10 + \cdots + 730$

Exercice 4 : *Suite arithmético-géométrique* / 5 pts

On donne une suite définie par la relation de récurrence : $\begin{cases} u_{n+1} = 0{,}7u_n - 15 \\ u_0 = 5 \end{cases}$

On donne une suite (v_n) définie par $v_n = u_n + 50$

1) Montrer que (v_n) est géométrique.
2) Donner l'expression de (v_n) en fonction de *n*.
3) En déduire l'expression de (u_n) en fonction de *n*.

Exercice 5 : *Problème classique* / 7 pts

Dans une réserve naturelle, on étudie l'évolution de la population d'une race de singes en voie d'extinction à cause d'une maladie.

Partie A :

Une étude sur cette population a montré que leur nombre baisse de 15 % chaque année. Au 1er janvier 2004, la population est estimée à 25 000 singes.
On modélise la population au 1er janvier de chaque année à l'aide d'une suite. Pour tout entier naturel *n*, le terme u_n représente le nombre de singes au 1er janvier 2004 + *n*.
Ainsi $u_0 = 25000$

1) Justifier par une phrase que pour tout entier naturel *n*, on a : $u_n = 25000 \times 0{,}85^n$
2) Déterminer à l'aide de la calculatrice au bout de combien d'années après le 1er janvier 2004 le nombre de singes sera inférieur à 5000.

Partie B :

Au 1er janvier 2014, une nouvelle étude a montré que la population ne comportait plus que 5000 individus.
A partir de cette date, on estime que chaque année, un quart des singes disparaît et qu'il se produit 400 naissances. On modélise la population à l'aide d'une nouvelle suite. Pour tout entier naturel n, le terme w_n représente le nombre de singes au 1er janvier 2014 + n.
Ainsi $w_0 = 5000$

1) Justifier à l'aide d'une phrase que, pour tout entier naturel n, on a : $w_{n+1} = 0{,}75w_n + 400$
2) On considère la suite auxiliaire (v_n) définie par $v_n = w_n - 1600$
   Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
3) Donner la formule explicite de (v_n)
4) Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $w_n = 1600 + 3400 \times 0{,}75^n$
5) Montrer que la suite (w_n) est décroissante.
6) On estime que le seuil critique pour une espèce est de 1650 individus. Déterminer en quelle année ce seuil sera atteint pour cette population de singes. On devra bien évidemment utiliser l'algorithme ci-dessous qui est à compléter.

```
def singes():
    n = ....
    w = ....
    while ............:
        w = ............
        n = .......
    return ......
```

Consignes :

- Durée : 1 heure.
- Evaluation à faire obligatoirement sur ***une copie double.***
- Calculatrice autorisée.
- Aucun prêt de matériel n'est autorisé.
- Attention à la rédaction et au soin des copies.

RENDRE L'ENONCE AVEC VOTRE COPIE DOUBLE. MERCI