Copyright © Tous droits réservés
Ce document, ou toute partie de celui-ci, ne peut être reproduit ou utilisé de quelque manière que ce soit sans l'autorisation écrite expresse du propriétaire.

Comment les probabilités peuvent être utilisées pour évaluer les performances et les risques dans le sport de haut niveau ?

#Introduction

Bonjour à tous, pour mon grand oral, vous avez choisi que je vous explique comment les probabilités pouvaient être utilisées pour évaluer les performances et les risques dans le sport de haut niveau. C'est un sujet qui me tient particulièrement à cœur car depuis que je suis enfin, je pratique les sports de glisse en compétition et je me suis tout naturellement intéressé aux performances des champions et des championnes.

#pointhistorique

Un des sport de glisse le plus exigeant est sans conteste le biathlon. Une épreuve de biathlon combine l'endurance nécessaire au ski de fond et le calme et l'adresse nécessaires au tir.
Le biathlon masculin est devenu sport olympique en 1960. Il existe différentes formules en compétition comme l'individuel, la poursuite, la mass-start ou encore les relais par nation, qui peuvent être mixtes. Il y a ainsi différentes distances de ski entrecoupées par des séances de tir couché ou debout.

De nombreux écrits antiques chinois, grecs ou romains font le récit de combats entre soldats équipés de skis de fond, certains datant de 400 avant JC. Mais le biathlon est avant tout un sport militaire. Au 18ème siècle, les patrouilles des armées nordiques pratiquent une forme de biathlon pour surveiller les frontières. En 1767, la première compétition est organisée sur la frontière suédo-norvégienne. Le tout premier club de ski associé au tir est créé en Norvège en 1861. En 1912, en Norvège, la première compétition est organisée. En 1924, la patrouille militaire fait ainsi partie du programme olympique des premiers Jeux d'hiver de Chamonix. Côté biathlon féminin, c'est en 1992 qu'il fait son entrée au jeux olympiques d'Albertville.

#modélisation

On va s'intéresser à un cas concret d'un biathlète. Lors de ses nombreuses séances d'entrainement, il a pu établir les résultats suivants que je vous ai notés sur mon document support.
On note X la variable aléatoire qui donne le temps de course du biathlète, Y celui pour les pénalités reçues pour des tirs manquées. En fonction des types de courses, il peut y avoir pénalité ou pioche d'une nouvelle balle. On ne se préoccupe pas de ce deuxième cas.

x_i	7,5	8	8,5	9	9,5	10
$P(X = x_i)$	0,03	0,1	0,5	0,2	0,1	0,07

y_i	0	1	2	3	4
$P(Y = y_i)$	0,6	0,2	0,1	0,05	0,05

Par exemple, $P(X = 8{,}5) = 0{,}5$ signifie qu'il y a 50 % de chance que le biathlète mette 8 minutes et 30 secondes pour terminer la course. De la même manière, $P(Y = 1) = 0{,}2$ signifie qu'il y a 20 % de chances que le biathlète commette une faute au tir, sanctionnée de 1 minute de pénalité. Ces deux tableaux représentent une loi de probabilité pour une variable aléatoire donnée. Définir une loi de probabilité sur un univers, c'est associer à chaque issue élémentaire un réel positif compris entre 0 et 1 qui correspond à la probabilité de sa réalisation.

Copyright © Tous droits réservés
Ce document, ou toute partie de celui-ci, ne peut être reproduit ou utilisé de quelque manière que ce soit sans l'autorisation écrite expresse du propriétaire.

La notion de variable aléatoire est ici présente. C'est une application qui à chaque issue fait correspondre un unique réel compris entre 0 et 1.
Notre objectif est donc de déterminer le temps total de la course pour notre biathlète, en d'autres termes ajouter le temps de course et le temps de pénalité. Pour cela, on va ajouter les deux variables aléatoires en posant $T = X + Y$
Ainsi, lorsque X et Y sont deux variables aléatoires, $X + Y$ est la variable aléatoire qui prend pour valeurs la somme possible de X et de Y.
On s'intéresse alors à la notion d'espérance mathématique. Je vous ai noté la formule sur mon document support. $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$
C'est finalement la moyenne pondérée des temps de ski ou des fautes au tir.
Un rapide calcul nous donne alors $E(X) = 8{,}725$. Ceci signifie qu'en moyenne, notre biathlète met en moyenne 8 minutes et 43 secondes. Attention, ce sont des minutes décimales. Un petit calcul de proportionnalité s'impose pour avoir le nombre de secondes.

De la même manière, on peut évaluer le temps de pénalité. On obtient alors $E(Y) = 0{,}75$ soit 45 secondes en moyenne de temps de pénalité.

Puisque l'espérance mathématique est linéaire, on a $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$. Notre biathlète a ainsi un temps de course total moyen de 9,475 soit 9 minutes 28 secondes
Cette espérance, qui est un caractère de position permet au biathlète et à son entraineur de se situer dans la hiérarchie mais comme toute moyenne, elle n'est pas signe de régularité.

On a donc besoin d'un autre critère : c'est la variance (et aussi l'écart-type)
La formule de Koenig nous donne alors $V(X) = \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 p_i - (\sum_{i=1}^{n} x_i p_i)^2$
La variance est un caractère de dispersion, qui donne la position des valeurs autour de la moyenne. J'ai calculé pour notre exemple $V(X) = 0{,}312$ et $V(Y) = 1{,}2875$
Contrairement à l'espérance, la variance n'est pas linéaire. Ici, il faut invoquer l'indépendance des deux variables X et Y pour calculer la variance de la somme. Nous reviendrons plus loin à ce problème d'indépendance car la performance au tir peut être altérer par une performance au ski trop élevée. Ainsi, en supposant que X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes, on a $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ soit donc $V(X + Y) = 1{,}5995$.
On obtient ainsi un écart-type (racine carrée de la variance) pour le temps total de la course de 1,26 soit 1 minute et 15 secondes.

#analyse
Les mathématiques permettent donc d'analyser les performances du biathlète grâce à ses résultats lors des séances d'entrainement. En moyenne, le temps global est de 9 minutes et 28 seconde avec une écart-type de 1minute et 15 seconde.
On peut s'interroger sur l'utilité de la variance. La formule même de la variance indique qu'elle n' a aucune valeur en rapport avec l'exercice puisque les valeurs sont au carré. C'est l'écart-type qui permet de remettre les unités au niveau et d'interpréter le résultat.
La variance mesure donc la dispersion des performance autour de la moyenne. Si on obtient une variance (ou un écart-type) élevée, c'est qu'il y a beaucoup d'incertitude.
Dans notre exemple, $V(Y) = 1{,}2875$ nous permet d'affirmer que le tir est une source d'instabilité dans la performance du biathlète. Cela communique alors des informations précieuses aux entraineurs pour accentuer le travail à l'entrainement sur le tir. On pourrait également pousser l'étude en différentiant tir couché (plus facile) et tir debout.

Copyright © Tous droits réservés
Ce document, ou toute partie de celui-ci, ne peut être reproduit ou utilisé de quelque manière que ce soit sans l'autorisation écrite expresse du propriétaire.

#Limites

Comme tout modèle probabiliste, il simplifie la réalité. De nombreux points sont donc à développer. Le premier dont j'ai parlé rapidement concerne l'indépendance des variables aléatoires. On considère qu'elles sont indépendantes pour pouvoir déterminer la variance de la somme mais cette idée parait difficile à accepter. En effet, si le skieur est mal classé après le ski, il aura peut-être tendance à forcer pour remonter au classement. Ou au contraire, un bon tir peut l'inciter à tout donner en ski pour surperformer.
D'autres considérations sont à prendre en compte pour tempérer ce modèle et elles sont au nombre de quatre :

- L'état mental du biathlète le jour de la course. Des difficultés liées à son entourage peuvent entraver sa performance ou au contraire d'autres évènements peuvent le surmotiver (naissance, anniversaire, …)
- Les conditions météorologiques (neige, vent) peuvent fausser le modèle et faire dérailler un athlète, surtout dans un sport d'extérieur aussi exigeant que le biathlon.
- Le matériel (fartage des skis) a une importance capitale et des équipes peuvent parfois se tromper.
- Enfin les performances des adversaires ne peuvent être ignorées. Notre biathlète peut être dans un grand jour et tomber sur plus fort que lui.

Le modèle probabiliste peut donc quand même rapidement être mis en défaut mais il permet de donner de nombreuses indications aux entraineurs. Il permet par exemple :

- D'optimiser les stratégies d'entrainement pour réduire les sources de variances.
- De prendre des décisions sur des stratégies de courses en décidant de tirer vite ou tirer juste.
- De comparer de manière objective les temps de différents athlètes

On peut naturellement développer ces méthodes pour d'autres sports en analysant les tirs au but au football par exemple ou en modélisant la gestion de l'effort pour le cyclisme. Ces modèles permettent également de prévoir les blessures grâce à l'analyse de performances qui seraient modifiées (fatigue par exemple)

#conclusion
Pour conclure , nous vu que les probabilités pouvaient très utiles, pour axer l'entrainement sur des points précis. Cependant , dans le sport de haut niveau , un grain de sable peut vite enrayer la machine , il est donc utile de s'appuyer sur les probabilités , mais il faut avoir conscience qu'elles ne permettent pas toujours d'obtenir la performance espérée , je vous remercie de m'avoir écouté.

<u>Questions possibles du jury</u>

1) Pouvez-vous nous donner la définition d'une variable aléatoire ?
2) C'est quoi un écart-type ? Lien avec la variance ?
3) Que mesure un écart-type ?
4) Quelle différence entre individuel, poursuite, mass-start ?
5) Pouvez-vous nous dire ce que signifie que l'espérance est linéaire ?
6) C'est quoi des évènements indépendants ?
7) Quel sport de glisse pratiquez-vous ? Avez-vous pratiqué le biathlon ?
8) Pouvez-vous nous dire quelques mots sur Koenig ?
9) Connaissez-vous quelques noms de biathlètes français ? et françaises ?