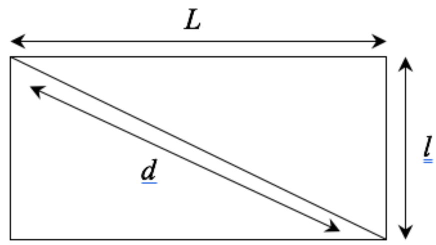
Activité introductive sur les racines carrées

1) Notion de racine carrée

On souhaite calculer la longueur de la diagonale d'un rectangle dont les côtés mesurent L et l.
On utilise pour cela le théorème de Pythagore. On a donc : $d^2 = L^2 + l^2$

Compléter ci-dessous le tableau de tête.



l	3	5	7	1
L	4	12	24	2
d^2	…	…	…	…
	↓	↓	↓	↓
d	…	…	…	…

Remarque :

Les triplets $(3\,;4\,;5)$, $(5\,;12\,;13)$ sont appelés triplets Pythagoriciens. Ce sont 3 nombres entiers qui vérifient l'égalité de Pythagore.

Définition :

Lorsqu' a désigne un nombre positif, la racine carrée de a est le nombre positif dont le carré est a. La racine carrée de a est notée $\sqrt{a}$

2) Premiers calculs élémentaires

Effectuer les calculs suivants.

$A = \sqrt{2} + 9\sqrt{2}$
$A = \ ...$

$B = 5\sqrt{2} + 7\sqrt{2}$
$B = \ ...$

$C = \sqrt{2}(\sqrt{2} + 5)$
$C = \ ...$

$D = \sqrt{25} + 7\sqrt{9}$
$D = \ ...$

$E = (\sqrt{5} + 3)(\sqrt{5} + 2)$
$E = \ ...$

$F = (\sqrt{7} + 1)(3\sqrt{7} - 2)$
$F = \ ...$

3) Propriétés algébriques

Compléter les tableaux suivants :

a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$
9	16	…	…
144	25	…	…

$a + b$	$\sqrt{a+b}$	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$
25	…	…
169	…	…

$a \times b$	$\sqrt{a \times b}$	$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$
144	…	…
3600	…	…

Soient a et b deux nombres positifs, compléter les deux lignes suivantes :

$\sqrt{a+b} \ldots \sqrt{a} + \sqrt{b}$
$\sqrt{a \times b} \ldots \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

4) *Simplifier des racines carrées*

Pour pouvoir simplifier une racine carrée, il faut connaître la table des carrés. Il faut décomposer le nombre en cherchant un carré parfait.

Décomposer sur ce modèle les racines suivantes :

$A = \sqrt{72}$	$B = \sqrt{72}$	$C = \sqrt{72}$	$D = \sqrt{72}$
$A = \sqrt{6 \times \ldots}$	$B = \sqrt{4 \times \ldots}$	$C = \sqrt{9 \times \ldots}$	$D = \sqrt{\ldots \times \ldots}$
$A = \sqrt{6} \times \sqrt{\ldots}$	$B = \sqrt{4} \times \sqrt{\ldots}$	$C = \sqrt{9} \times \sqrt{\ldots}$	$D = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{\ldots}$
$A = \ \ldots \times \ldots$	$B = \ \ldots \times \sqrt{\ldots}$	$C = \ \ldots \times \sqrt{\ldots}$	$D = \ \ldots \times \sqrt{\ldots}$

Le dernier résultat est aux racines carrées ce que la fraction irréductible est aux fractions.

Sur le modèle ci-dessus, simplifier les calculs suivants :

$A = \sqrt{40}$	$B = \sqrt{63}$	$C = \sqrt{48}$	$D = \sqrt{45}$
$A = \sqrt{\ldots \times \ldots}$	$B = \sqrt{\ldots \times \ldots}$	$C = \sqrt{\ldots \times \ldots}$	$D = \sqrt{\ldots \times \ldots}$
$A = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{\ldots}$	$B = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{\ldots}$	$C = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{\ldots}$	$D = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{\ldots}$
$A = \ \ldots \times \sqrt{\ldots}$	$B = \ \ldots \times \sqrt{\ldots}$	$C = \ \ldots \times \sqrt{\ldots}$	$D = \ \ldots \times \sqrt{\ldots}$

Exercice 1 :

Simplifier les expressions suivantes.

$A = \sqrt{20} + \sqrt{45}$ $\qquad B = \sqrt{28} + 5\sqrt{7}$ $\qquad C = 5\sqrt{24} - \sqrt{54}$

Exercice 2 :

Simplifier les expressions suivantes.

$A = 3\sqrt{11} - 5\sqrt{44}$ $\qquad B = \sqrt{121} + 2\sqrt{99}$ $\qquad C = 9\sqrt{80} - \sqrt{500}$

Exercice 3 :

On donne : $C = \sqrt{12} \quad D = \sqrt{27} \quad E = \sqrt{20}$

a. Exprimer *C, D* et *E* sous la forme $a\sqrt{b}$ (avec *a* et *b* entiers et *b* le plus petit possible).

b. Calculer $C \times D$.

c. Calculer $C + E$ et $C \times E$ et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ (avec *a* et *b* entiers et *b* le plus petit possible).

Exercice 4 :

On pose $E = \left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right) - 8\sqrt{5}\left(\sqrt{5} - 1\right)$

Ecrire sous la forme $a + b\sqrt{5}$ (*a* et *b* sont des nombres entiers relatifs).