DEMANDA EFECTIVA, LUCHA DE CLASES Y CRECIMIENTO CÍCLICO*

Por PETER SKOTT [1]

Este artículo presenta un modelo simple de crecimiento y acumulación en una economía capitalista pura. El modelo integra las ideas keynesianas sobre la demanda efectiva con un énfasis marxista en la lucha de clases y el ejército de reserva de mano de obra. Para valores razonables de los parámetros el modelo tiene un equilibrio único (no trivial) con crecimiento equilibrado, el equilibrio es inestable y utilizando el teorema de Poincaré-Bendixon se muestra que la economía exhibirá fluctuaciones perpetuas alrededor de la senda de crecimiento equilibrado.

1. INTRODUCCIÓN

Tanto la teoría keynesiana como la marxista ven las crisis periódicas como inevitables en un sistema capitalista puro. Según ambas tradiciones, las fuerzas endógenas generan fluctuaciones cíclicas en el empleo y en la actividad económica. Sin embargo, los dos enfoques difieren en su diagnóstico de las causas de estas fluctuaciones endógenas. Los keynesianos enfatizan la importancia de las decisiones autónomas de inversión como una fuente de fluctuaciones de la demanda mientras que los marxistas se centran en los efectos de la lucha de clases y el conflicto sobre la distribución de la renta. Sin embargo, no es necesario que ambas explicaciones sean mutuamente excluyentes y es el propósito del presente artículo el presentar un modelo pequeño y analíticamente manejable que incorpore tanto los problemas de la demanda efectiva keynesiana como el énfasis marxista en la lucha de clases y en la importancia del ejército de reserva de mano de obra. El modelo está muy influenciado por el trabajo de Kaldor y Goodwin. Se combinan elementos de la teoría de Kaldor del ciclo de negocios y de la formalización de Goodwin de la teoría de Marx de la acumulación para superar los defectos de los artículos originales.

El artículo se divide en cinco secciones. La sección 2 presenta una breve discusión de la literatura existente. La sección 3 presenta el modelo y describe sus principales características. El modelo se analiza en la Sección 4 y la última sección contiene algunos comentarios finales.

2. LOS MODELOS DE KALDOR Y GOODWIN

El modelo clásico del ciclo de negocios de Kaldor (Kaldor 1940) incluye unos rasgos característicos que lo han convertido en sujeto de atención casi

---

Traducción al castellano de Emma Vendrell y Jorge Ávila. Publicado en la *International Economic Review*, Vol. 30, N. 1, Febrero 1989, pgs. 231-247.

* Manuscrito recibido en Septiembre de 1985; revisado en Mayo de 1987

[1] Quisiera dar gracias a Meghnad Desai y a Rick van der Ploeg por sus comentarios a una versión anterior de este artículo. Los comentarios y sugerencias de un evaluador anónimo han sido también de gran ayuda aunque, por supuesto, no tienen ninguna responsabilidad por los errores del texto.

continua desde su publicación[2]. Siguiendo a Chang y Smyth, el modelo puede ser formalizado en un grupo de dos ecuaciones diferenciales,

(1) $$\dot{Y} = \alpha\left[I(Y,K) - S(Y,K)\right]$$

(2) $$\dot{K} = I(Y,K) - \delta K$$

donde α es un coeficiente de ajuste de la producción y donde se ha hecho el supuesto que la inversión realizada es siempre igual a la inversión deseada ex ante. Para denotar las derivadas respecto al tiempo se utiliza un punto encima de la variable y δ es la tasa de depreciación. Chang y Smyth (1971) proporcionan un análisis riguroso del sistema (1)-(2) y establecen las condiciones requeridas para las fluctuaciones perpetuas, una de las cuales es que α tenga un valor elevado para asegurar la inestabilidad asintótica local del equilibrio.

Un problema del modelo es la ausencia de crecimiento a largo plazo: los ciclos tienen lugar alrededor de valores de equilibrio estacionario del producto y del stock de capital. El modelo puede ser generalizado para cubrir el caso de fluctuaciones cíclicas alrededor de una tendencia de crecimiento exógeno (ver Dana y Malgrange 1982), pero no es obvio cómo se puede convertir en un modelo de crecimiento con ciclos endógenos. Puesto que el modelo original da fluctuaciones endógenas esto puede resultar sorprendente, pero los problemas aparecen con la especificación de las relaciones entre la inversión y el ahorro por un lado, y el stock de capital por otro.

En un contexto de crecimiento es razonable asumir que tanto la función de inversión como la de ahorro son funciones linealmente homogéneas en producto y en el stock de capital. Efectivamente, sin esta propiedad no puede haber equilibrio de crecimiento sostenido (con una tasa de crecimiento no nula)[3]. Sin embargo, si se introduce homogeneidad lineal, entonces el modelo exhibe convergencia hacia el crecimiento sostenido: asintóticamente, los ciclos desaparecen. Con homogeneidad, las ecuaciones (1)-(2) implican que

(3) $$\hat{\sigma} = \alpha/\sigma\left[I(\sigma,1) - S(\sigma,1)\right] - I(\sigma,1) + \delta = \eta(\sigma)$$

donde σ = Y/K es el ratio producto capital y el acento circunflejo indica derivadas logarítmicas, $\hat{x} = d\log x/dt$ A partir de (3) es fácilmente observable[4]

---

[2] Chang y Smyth (1971), Torre (1977), Varian (1979), Dana y Malgrange (1982), y Semmler (1986) se encuentran entre los artículos recientes que discuten y generalizan el modelo original de Kaldor del ciclo de negocios.

[3] Hay que asumir que tanto el producto como el capital crecen a la tasa g y σ denota el ratio producto capital (constante). De las ecuaciones (1)-(2) se sigue que $I(\lambda\sigma,\lambda) = \lambda(\delta + g)$ y $(I(\lambda, \lambda/\sigma) - S(\lambda,\lambda/\sigma)) = \lambda g/\alpha$ para todos los valores de λ. De este modo, el crecimiento sostenido requiere que tanto la función de ahorro como la de inversión sean linealmente homogéneas para al menos un valor del ratio producto- capital (el valor del crecimiento sostenido). Y si las dos funciones son linealmente homogéneas para un valor del ratio producto capital, entonces no parece que hayan razones económicas para la no homogeneidad en otros valores del ratio producto capital.

[4] Asumiendo que lim $\eta(\sigma) > 0$ para $\sigma \rightarrow 0$ y lim $\eta(\sigma) > 0$ para $\sigma \rightarrow \infty$. La función η no será en general monótona y puede haber equilibrios múltiples. Kaldor argumentó que las funciones de

que σ convergerá monótonamente hacia algún valor de equilibrio. Si las funciones de ahorro e inversión son linealmente homogéneas el modelo no puede producir de esta manera crecimiento con ciclos endógenos.

Otro problema con el modelo se refiere a la omisión del mercado de trabajo. Asumiendo un desempleo significativo, esta omisión puede ser justificada en un análisis a corto plazo pero la justificación no puede extenderse a un análisis del crecimiento cíclico a medio y a largo plazo. Como mínimo se debería incluir un límite superior (la tasa natural de crecimiento) en la tasa de crecimiento factible a largo plazo. El modelo de Kaldor no consigue hacerlo. Del mismo modo que el modelo keynesiano estándar a corto plazo, éste está construido alrededor del mercado de bienes de nueva producción (mercado de productos) [5]

En contraste, el punto de partida para el modelo de crecimiento cíclico de Goodwin, Goodwin (1967), es la noción marxista de que la fuerza de los trabajadores depende del tamaño del ejército de reserva de mano de obra y que una clase trabajadora fuerte demandará y conseguirá una participación creciente de los salarios en la renta. Un aumento de los salarios, a su vez, tiene efectos adversos en la tasa de acumulación y por lo tanto en la tasa de empleo. Goodwin formalizó este proceso en un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales y mostró cómo la interacción entre el tamaño del ejército de reserva de mano de obra, la distribución de la renta y la tasa de acumulación produce una trayectoria de crecimiento cíclico con fluctuaciones conservativas en las participaciones distributivas y en la tasa de empleo.

El artículo de Goodwin ha atraído mucha atención y se ha dedicado una vasta literatura a extender y generalizar el modelo[6]. El foco de todas los artículos se ha quedado, sin embargo, casi exclusivamente en el mercado de trabajo. El flujo de inversión ha sido tratado como una variable acomodaticia que se adapta al flujo de ahorro. El ahorro, a su vez, está determinado por la distribución de la renta y ésta a su vez es decidida por la lucha de clases en el mercado de trabajo. El modelo de Goodwin y la literatura asociada no prestan así atención a la demanda efectiva (o problemas de realización, como diría Marx).

3. EL MODELO

Antes de embarcarnos en una discusión detallada sobre las relaciones individuales y su interpretación económica, resulta útil exponer la versión algebraica completa del modelo. Consiste en seis ecuaciones:

---

ahorro e inversión serían no lineales y que $I_1 < S_1$ tanto para valores altos como bajos de Y (relativo a la capacidad K) mientras que $I_1 > S_1$ para valores intermedios de Y (relativo a K). Puesto que el primer término entre corchetes domina la ecuación (3) para valores grandes de α, se obtendrían, por tanto, tres soluciones de equilibrio para σ^*, estando una solución intermedia e inestable flanqueada por dos equilibrios estables.

[5] Como veremos, la inclusión de un mercado de trabajo puede hacer también compatible la homogeneidad lineal de las funciones de ahorro e inversión con ciclos endógenos de crecimiento.

[6] Extensiones del modelo de Goodwin han sido presentadas por, por ejemplo, Desai (1973), Groth (1981), Shah y Desai (1981), van der Ploeg (1983) y Goodwin et al (1984).

(4)	$S = Yg(\pi);$	$g' > 0$	
(5)	$\hat{K} = I/K - \delta$	$\delta > 0$	
(6)	$\hat{e} = \hat{Y} - n$		
(7)	$\hat{Y} = h(\pi, e);$	$h_\pi > 0,$	$h_e < 0$
(8)	$I = Yf(\sigma, \pi);$	$f_\sigma > 0,$	$g' > f_\pi \geq 0$
(9)	$I = S$		

Donde

Y = producción bruta en términos reales
e = tasa de empleo
π = participación de los beneficios brutos en la renta bruta
S = ahorro bruto en términos reales
σ = relación producto-capital bruto
n = tasa de crecimiento de la oferta de trabajo en unidades de eficiencia
δ = tasa de depreciación del capital
I = inversión bruta en términos reales
K = stock de capital

La lógica detrás de las ecuaciones (4)-(6) es bastante sencilla. La ecuación (4) es la función de ahorro. Una justificación teórica para el supuesto de que la propensión al ahorro es mayor para los beneficios que para la renta salarial se discute en Kaldor (1966) y Skott (1981,1988). La ecuación (5) relaciona el cambio en el stock de capital con la inversión bruta y la depreciación. Por simplicidad se supone que la tasa de depreciación es constante. La ecuación (6) vincula cambios en la tasa de empleo al crecimiento del producto. La ecuación está basada en los siguientes supuestos (i) una función de producción con coeficientes fijos, (ii) progreso técnico neutral en sentido de Harrod y una tasa constante de crecimiento de la oferta de trabajo en unidades de eficiencia, y (iii) la ausencia de acaparamiento de trabajo.

Las ecuaciones (7) y (8) describen dos aspectos diferentes, pero estrechamente relacionados, del comportamiento de la empresa. La ecuación (7), la función de expansión de la producción, describe las decisiones de producción de la empresa y por lo tanto, la senda temporal de la producción. La ecuación (8) es la función de inversión. Las ideas intuitivas detrás de (7) y (8) son bastante simples pero antes es necesario ser claro acerca de la naturaleza de la condición de equilibrio, la ecuación (9).

La ecuación (9) *no* es la condición keynesiana estándar de equilibrio a corto plazo. En un equilibrio keynesiano las expectativas a corto plazo se cumplen: la inversión deseada es igual al ahorro deseado *y* esta igualdad se alcanza a precios y salarios que -dado el stock de capital- no proporcionan ningún incentivo a las empresas para cambiar la producción y el empleo. El modelo presente, por contraste, no supone que las expectativas a corto plazo se cumplan y que la economía esté siempre en un equilibrio a corto plazo.

Para una economía fuera del equilibrio a corto plazo, la identidad ex post entre el ahorro y la inversión se establece a través de acomodar las cantidades o ajustar los precios. Stocks y racionamientos de cantidad están excluidos del modelo y el nivel de producto está predeterminado por las decisiones de producción pasadas. En consecuencia, esto nos deja con los precios como única variable ajustable.[7]

La ecuación (9) incorpora estos supuestos. Dadas las otras ecuaciones del modelo, dice que los *precios* se ajustarán a fin de igualar el flujo de demanda a (un nivel predeterminado del) flujo de oferta. (9) define una especie de equilibrio marshalliano a ultra corto plazo: se establece un vector de precios que vacía el mercado pero, en general, dará a las empresas un incentivo para cambiar sus niveles futuros de producción. Así, el presente modelo se desvía de muchos modelos “keynesianos” que suponen que los precios son rígidos. La flexibilidad de precios juega una parte esencial en el modelo.[8] Sin embargo, uno se debería fijar en que la propiedad cualitativa de la flexibilidad de precios no implica necesariamente que los precios mostrarán, de hecho, grandes fluctuaciones. La amplitud de las fluctuaciones en los precios y en las participaciones distributivas dependerá, entre otras cosas, de la velocidad con la que el nivel de producción reaccione a un desequilibrio a corto plazo. El nivel de producción está predeterminado en cualquier momento dado pero si el ajuste es rápido – si las empresas deciden expandir la producción rápidamente tan pronto como los precios reales sobrepasan los precios de equilibrio a corto plazo- entonces los precios nunca tienen que desviarse mucho del nivel de equilibrio a corto plazo.

¿Pueden los ajustes de precios establecer el equilibrio en el mercado de productos (bienes de nueva producción)? El presente modelo no contiene efectos de saldo real (estamos tratando una economía Wicksselliana sin dinero externo) y se supone que cambios proporcionales en los salarios y en los precios no ocasionan efectos distributivos en el nivel de demanda agregada. El ajuste, por lo tanto, debe ser llevado a cabo a través de cambios en la distribución de la renta. [9] ¿Es esto posible? Deben satisfacerse dos condiciones. Primera, la distribución debe ser sensible a los cambios de precio. Esta condición se satisface puesto que los contratos del mercado laboral están formulados en relación a los salarios nominales y para simplificar suponemos que el nivel de salario nominal viene dado. [10] El nivel de salario real y la participación de los beneficios en la renta reaccionan por lo tanto a movimientos en los precios monetarios. En segundo lugar, la demanda agregada tiene que ser sensible a los cambios en las participaciones

[7] Por comparación, en el modelo de Chang y Smyth, en las ecuaciones (1)-(2) se supone que los hogares tienen restricciones de cantidad: la tasa de inversión deseada siempre se realiza y el ahorro forzado (que puede ser positivo o negativo) compensa la discrepancia entre la inversión deseada y el ahorro deseado.
[8] Como efectivamente lo hizo en el propio trabajo de Keynes. En el *Tratado del Dinero (Treatise on Money)* la importancia de la flexibilidad de los precios es obvia pero los precios también son flexibles en la *Teoría General (General Theory);* ver Skott (1983) para discusión adicional.
[9] El análisis aquí está estrechamente relacionado con la teoría de Kaldor de la distribución y el crecimiento en Kaldor (1956), (1957), (1961) y Kaldor y Mirrlees (1962); los modelos en los artículos de 1961 y 1962 tienen, sin embargo, serios defectos (cfr. Skott 1989a).
[10] Esta suposición es más fuerte de lo necesario. El punto importante es que no hay ni previsión perfecta ni reacciones instantáneas de los precios del producto a los salarios monetarios.

distributivas; de hecho, la demanda agregada debe estar inversamente relacionada con la participación de los beneficios. La relación inversa se requiere por razones de estabilidad. Supongamos que hay exceso de demanda en la participación inicial de los beneficios. El exceso de demanda significa que las empresas incrementarán sus precios y que la participación de los beneficios aumentará. A menos que la relación entre la demanda y los beneficios sea inversa esto exacerba el desequilibrio inicial y el equilibrio a ultra corto plazo será inestable. La condición de estabilidad viene dada algebraicamente por la desigualdad g'> f_π de (8).

Volviendo ahora a la determinación de la inversión y de la producción, la función de expansión del producto, (7), refleja el hecho de que los niveles de producto corrientes están predeterminados por decisiones de producción pasadas. Suponiendo que el retardo de la producción es corto y que la senda temporal de Y es alisada (diferenciable), los efectos del desfase de la producción pueden ser capturados tomando la tasa de crecimiento de Y en el momento t, $\hat{Y}_t$, como la variable decisión en el momento t. Debido a los costes de ajuste, la tasa de expansión de la producción depende de (i) el nivel de demanda en relación a la producción actual,[11] y (ii) condiciones en el mercado laboral. La tasa de expansión no dependerá, sin embargo, del stock de capital. Las empresas desean mantener un exceso de capacidad de capital (cfr. abajo) e ignoraremos la posibilidad de que escaseces inesperadas de capital puedan limitar la expansión de la producción.

El nivel de demanda está reflejado en la participación de los beneficios. La maximización de los beneficios implica que el nivel de precios de equilibrio a corto plazo está determinado por las condiciones de demanda y el coste marginal. Los costes marginales son constantes (por debajo de plena capacidad) por lo tanto si la curva de demanda conjeturada tiene elasticidad constante entonces el valor de equilibrio a corto plazo de la participación de los beneficios es independiente del nivel de demanda, $\pi = \pi^*$. Un nivel alto (bajo) de demanda implica que el precio a ultra corto plazo sobrepasa (está por debajo) el precio de equilibrio a corto plazo, ej. $\pi > \pi^*$ ($\pi < \pi^*$). Cuanto más alto sea el nivel de demanda, más alta es la participación de los beneficios y más rápida la tasa deseada de expansión.

La tasa de empleo influye en la expansión del producto a través de sus efectos en las relaciones sociales de producción así como en la disponibilidad de trabajo con las calificaciones deseadas. Una tasa alta de empleo fortalece a los trabajadores en relación a los gestores. Ello puede conducir a una mayor militancia sindical y cuando la amenaza de despido se reduce, se necesita mayor vigilancia para evitar el absentismo y extraer la misma cantidad de esfuerzo laboral.[12] Tasas altas de empleo también llevarán hacia un aumento en la rotación de la fuerza de trabajo y así las necesidades brutas de

[11] Por hipótesis no hay restricción de cantidad. En este sentido el mercado de producto siempre se vacía y el nivel de demanda puede parecer que sea igual a la producción actual en todo momento. La demanda, sin embargo, depende de los precios y el nivel de demanda -la posición de la curva de demanda- no puede ser definido sin referencia tanto a los precios (distribución de la renta) como a las cantidades (cfr. Arriba).

[12] Ver Bowles (1985) para una discusión sobre el efecto del desempleo en el esfuerzo laboral.

contratación asociadas con cualquier tasa de expansión dada también aumentarán en un momento en el que el bajo desempleo hace difícil atraer nuevos trabajadores. Todos estos efectos se combinan para hacer menos atractiva y más costosa la expansión de la producción. Por otra parte, un alto empleo y una alta rotación de la mano de obra permite a las empresas contraer la producción y el empleo más rápidamente sin incurrir en los costes asociados con despidos obligatorios (indemnizaciones por despido así como los efectos negativos en la productividad de un deterioro en las relaciones industriales). Para tasas positivas de expansión, el coste del ajuste será, por lo tanto, una función creciente de la tasa de empleo, y para tasas negativas de expansión, el coste estará disminuyendo con la tasa de empleo. De aquí se sigue que un aumento en la tasa de empleo deprimirá la tasa deseada de expansión.

En cuanto a la inversión, se supone que los niveles de inversión actuales se deciden sobre la base de los niveles futuros de demanda y producción esperados (relativos a la capacidad de capital existente). Los niveles futuros esperados de demanda están positivamente relacionados con la demanda actual y a su vez, la demanda actual se refleja en la participación de los beneficios obtenida en el nivel predeterminado de la oferta actual. Por lo tanto es razonable esperar que la inversión dependa de la rentabilidad actual así como también de la relación producto capital actual (la tasa de utilización dedel capital actual). El modelo, sin embargo, no requiere la igualdad estricta $f_\pi > 0$; de hecho $f_\pi = 0$ simplificaría el análisis y haría el modelo recursivo (ver las ecuaciones (13)-(14) abajo). Las empresas, finalmente, desean mantener un exceso de capacidad de capital y por simplicidad se supone que el producto nunca estará limitado por la escasez de capital. [13,14]

Antes de analizar las propiedades del modelo puede ser útil compararlo con los modelos de Kaldor y de Goodwin. En contraste con la formalización del modelo de Kaldor por Chang y Smyth, hemos supuesto que tanto la función de ahorro como la de inversión, son linealmente homogéneas en Y y en K. [15] En segundo lugar, hemos introducido precios flexibles y márgenes de beneficios y hemos

---

[13] Empíricamente, el exceso de capacidad es el estado normal de los negocios y teóricamente el atractivo del exceso de capacidad puede ser explicado en relación a la disuasión estrátegica a la entrada: la tasa de nueva entrada (probabilidad de entrada) puede estar realcionada con el precio el cual prevalecería si todo el capital existente estuviera plenamente utilizado (Spence 1977, Skott 1989b).

[14] Tanto la función de ajuste del producto como la función de inversión incluyen funciones de ajuste simple como casos especiales. Sea Y^* el nivel óptimo de producto y sean μ_1 y μ_2 las velocidades asimétricas de ajuste de Y para movimientos expansivos y contractivos respectivamente, y siendo μ_1 y μ_2 dependientes del estado del mercado de trabajo, $\mu_i = \mu_i(e)$,

$$\hat{Y} = \mu_1(e)(Y^* - Y)/Y \qquad \text{si } Y^* > Y$$

$$\hat{Y} = \mu_2(e)(Y^* - Y)/Y \qquad \text{si } Y^* < Y$$

Y^*/Y es una función de la participación de los beneficios, $Y^*/Y = j(\pi)$, y (*) es por lo tanto un caso especial de la función de expansión del producto. Análogamente, sea K^* el stock de capital óptimo, $K^* = Y^*/\sigma^*$, y sea λ la velocidad de ajuste. Entonces,

$$\hat{K} = \lambda(K^* - K)/K = \lambda(j(\pi)\sigma/\sigma^* - 1) = \sigma f(\sigma,\pi)$$

[15] Y con funciones de ahorro e inversión linealmente homogéneas, el modelo de Chang y Smyth se reduce a una sola ecuación, la Ecuación (3).

relacionado el crecimiento del producto a la rentabilidad más que al exceso de inversión deseada sobre el ahorro deseado. Finalmente, y más importante, hemos argumentado que la tasa de crecimiento del empleo y la producción dependerán de las condiciones del mercado laboral así como del estado de la demanda. En comparación con el modelo de Goodwin, la principal diferencia es la modelización explícita de las decisiones de producción y de inversión. Como resultado de esta diferencia, la condición de equilibrio para el mercado de producto se vuelve el determinante próximo de la distribución de la renta, y las condiciones del mercado laboral no tienen ningún impacto directo en las participaciones distributivas

4. ANÁLISIS

El funcionamiento general del modelo es el siguiente. Para cualquier momento dado, t, la tasa de empleo, e_t, la tasa de output, Y_t, el stock de capital, K_t, y el ratio producto capital, σ_t, vienen todas predeterminadas. La tasa de ahorro-capital deseada, S_t/K_t y la tasa deseada de acumulación, I_t/K_t, están ambas relacionadas positivamente con la participación de los beneficios en la renta, pero las restricciones en las funciones de ahorro y de inversión aseguran que sólo habrá un único valor de la participación de los beneficios que vacíe el mercado de productos y que el equilibrio de dicho mercado sea estable. La condición de equilibrio para el mercado de productos sirve, en consecuencia, para determinar la distribución de la renta, π_t.

Con la distribución de la renta fijada, las ecuaciones (7) y (8), determinan las tasas de crecimiento de la producción y del capital, y (6) relaciona la tasa de crecimiento de la tasa de empleo con el crecimiento del producto. Las trayectorias temporales de Y, K y e son pues determinadas por los valores actuales de las mismas tres variables.

4.1. Unicidad del equilibrio con crecimiento proporcional. Para determinar las propiedades de las trayectorias, primero reducimos las ecuaciones (4)-(9) a un sistema bidimensional de ecuaciones diferenciales. De (4), (8) y (9) obtenemos

(10) $$\pi = \theta(\sigma); \qquad \theta' > 0$$

Insertando (10) en (7) y (8) encontramos una expresión para $\hat{\sigma}$,

(11) $$\hat{\sigma} = \hat{Y} - \hat{K} = h(\theta(\sigma)), e) - \sigma f(\sigma, \theta(\sigma)) + \delta$$

Y combinando (6), (7) y (10) obtenemos

(12) $$\hat{e} = h(\theta(\sigma)), e) - n$$

Se ve enseguida que el modelo tiene un único equilibrio (no trivial). Tomando $\hat{e} = \hat{\sigma} = 0$ y sustituyendo (12) en (11) obtenemos

(13) $$\sigma f(\sigma, \theta(\sigma)) - \delta = n$$

(10) implica que (13) tiene una solución única, σ = σ*, y sustituyendo esta solución en el lado derecho de (12), llegamos a la condición de equilibrio.

(14) $$h(\theta(\sigma^*)), e) = n$$

dado que $h(\theta(\sigma^*)), e)$ es monótonamente decreciente en e, (14) tiene una solución única, e* = e[16].

4.2. Inestabilidad local del equilibrio. Las propiedades de estabilidad local del equilibrio están determinadas por el jacobiano del sistema (11)-(12). En el equilibrio el jacobiano viene dado por:

(15) $$J(\sigma, e) = \begin{Bmatrix} \sigma(h_1\theta' - f - \sigma(f_1 + f_2\theta')) & \sigma h_2 \\ eh_1\theta' & eh_2 \end{Bmatrix}$$

y

(16) $$Det = \sigma e h_2(-f - \sigma(f_1 + f_2\theta')) > 0$$

(17) $$\begin{aligned} Tr &= \sigma(h_1\theta' - f - \sigma(f_1 + f_2\theta')) + eh_2 \\ &= \sigma d\hat{K} / d\sigma(\partial\hat{Y} / \partial\hat{K} - 1) + e\partial\hat{Y} / \partial e \end{aligned}$$

El equilibrio será localmente asintóticamente estable (o inestable), cuando la traza, Tr, sea negativa (positiva). El signo de Tr es aparentemente ambiguo, pero de hecho Tr será, muy probablemente, positiva y el equilibrio inestable.

Principalmente la positividad de la traza estará asegurada si se cumple un supuesto macroeconómico estándar implícito a corto plazo. La macroeconomía a corto plazo examina variaciones de la producción que són rápidas en relación a las variaciones del stock de capital; el *nivel* de producción está relacionado con el nivel de inversión y, en consecuencia, con el *crecimiento* del stock de capital. Este supuesto en la teoría de la estática del corto plazo, tiene un equivalente dinámico. Supongamos que hay un aumento, $\Delta\hat{K}$, en la tasa de acumulación. Dado que la producción inicialmente no varía, el efecto del incremento en $\hat{K}$ es reducir el ratio de la producción con respecto a la inversión por debajo del nivel de equilibrio a corto plazo, *m*. De todos modos, los ajustes en la producción restauran *rápidamente* la relación del multiplicador, $Y = m\,I$, y durante este proceso de ajuste $\hat{Y}$ deberá superar a $\hat{K}$. De hecho, $\hat{Y}$ deberá ser muchas veces mayor que $\hat{K}$ para justificar el procedimiento estándar que supone que el equilibrio a corto plazo se establece tan rápido que

[16] Para asegurar la existencia de un nivel de empleo de equilibrio, e*, positivo, hay que suponer que $h(\theta(\sigma^*)), 0) > n$. Esta condición será satisfecha si la condición (iii) en el apartado 4.3 que sigue, sobre el comportamiento global, se satisface. Si la condición de existencia falla, la economía convergerá al punto $(\sigma, 0)$ como se ilustra en la figura 2.

el stock de capital puede ser tomado como fijo en el análisis a corto plazo[17][18]. Algebraicamente por tanto, tenemos,

(18) $$\partial\hat{Y}/\partial\hat{K} - 1 >> 0$$

Dado que $Tr = \sigma(d\hat{K}/d\sigma)(d\hat{Y}/d\hat{K} - 1) + e\partial\hat{Y}/\partial e$, tenemos que el equilibrio es inestable a no ser que la sensibilidad del crecimiento deseado de la producción a los cambios en el empleo sea mucho mayor que la sensibilidad de la tasa de acumulación a cambios en la relación producto capital (en la capacidad de utilización)[19].

---

[17] La conexión entre $d\hat{Y}$, $d\hat{K}$, el multiplicador y la velocidad de ajuste puede ser formalizada. Supongamos que la economía se encuentra inicialmente en la senda de crecimiento equilibrado (por lo tanto también en equilibrio a corto plazo) y consideramos las implicaciones de una perturbación en . De la función de inversión se desprende que

(i) $$d(I/Y)/d\sigma = f_1 + f_2\theta'$$

Si *m* es el multiplicador de la inversión, entonces el efecto de la perturbación sobre el ratio del nivel de producción de equilibrio a corto plazo y la producción real efectiva será::

(ii) $$\partial(Y^*/Y)/\partial\sigma = m(f_1 + f_2\theta')$$

Suponiendo que se necesitan t unidades de tiempo para que el multiplicador actúe plenamente, esto implica

(iii) $$\partial\hat{Y}/\partial\sigma \approx (m/t)(f_1 + f_2\theta')$$

por lo tanto

(iv) $$\partial\hat{K}/\partial\sigma \approx f + \sigma(f_1 + f_2\theta')$$

y dado que el multiplicador de la inversión es igual al recíproco de la proporción entre inversión y renta, *m = 1/f*, obtenemos

(v) $$\partial\hat{Y}/\partial\hat{K} = (1/t)[m/\sigma - 1/(\sigma d\hat{K}/d\sigma)]$$

[18] La positividad de $\partial\hat{Y}/\partial\hat{K} - 1$ está muy relacionada con la condición de inestabilidad para el modelo de Chang y Smyth

(i) $$\alpha(I_y - S_y) + I_k > 0$$

en el equilibrio. Dado que $\dot{Y} = \alpha(I - S)$, la ecuación (i) puede ser reescrita como

(ii) $$\partial\dot{Y}/\partial Y + \partial I/\partial K > 0$$

y, si tanto I como S son linealmente homogéneos en Y y K, entonces (ii) puede ser transformado a (usando $\dot{K} = \dot{Y} = 0$ en el equilibrio)

(iii) $$\frac{Y}{K}\frac{d\hat{Y}}{d(Y/K)} - \frac{Y}{K}\frac{d\hat{K}}{d(Y/K)} = \sigma\left(\frac{d\hat{Y}}{d\sigma} - \frac{d\hat{K}}{d\sigma}\right) = \sigma\frac{d\hat{K}}{d\sigma}\left(\frac{d\hat{Y}}{d\hat{K}} - 1\right)$$

La respuesta de Kaldor a Chang y Smyth empieza afirmando de forma acertada que (i) es " implícito en todos los equilibrios de los modelos keynesianos a corto plazo" (Kaldor 1971, p45). De todos modos él no desarrolló el argumento de manera detallada.

[19] Los supuestos standard con respecto al multiplicador de la inversión, a la relación producto capital y la velocidad de ajuste de la producción pueden ser usados para derivar estimaciones numéricas de los valores críticos de $\sigma(d\hat{K}/d\sigma)$ y de $e\partial\hat{Y}/\partial e$. Si por ejemplo el multiplicador es igual a 3, la relación capital produvcto es 2 y se necesita ½ periodo (año) para que el multiplicador actúe plenamente, entonces Tr podrá ser escrita (ver nota a pie 17)

(*) $$Tr = 11\sigma(d\hat{K}/d\sigma) - 2 + e\partial\hat{Y}/\partial e$$

Parece improbable que $\sigma(d\hat{K}/d\sigma)$ caiga por debajo de 1: se debería esperar un incremento del 1% en la relación producción capital (un incremento del 1% en la tasa de utilización del capital) combinado con un incremento en la participación de los beneficios induciría un incremento en la tasa de acumulación de al menos un punto porcentual (siendo la situación

En conclusión, la estabilidad no puede descartarse, pero la inestabilidad será el resultado más probable. El factor principal que genera inestabilidad es una rápida velocidad de ajuste de la producción cuando no se está en equilibrio a corto plazo. La influencia desestabilizadora del rápido ajuste de la producción podría ser compensada si (i) la respuesta de la acumulación a cambios en la utilización y rentabilidad fuesen suficientemente lentos, o si (ii) la tasa de crecimiento de la producción fuera altamente sensible a los cambios marginales en la tasa de empleo en el entorno del punto de equilibrio proporcional.

4.3. *Comportamiento global - existencia de un ciclo límite*. Para establecer la existencia de un cíclo límite necesitamos mostrar que (11)-(12) es un conjunto compacto positivamente invariante, en el ortante positivo (cuadrante positivo), es decir , que hay un subconjunto cerrado y acotado del ortante positivo con la propiedad de que si el valor inicial de (e,σ) pertenece a este subconjunto, entonces la trayectoria subsiguiente generada por (11)-(12) estará contenida por completo dentro del subconjunto. Si esta condición se satisface entonces, por el teorema de Poincare-Bendixson, una trayectoria que comience en cualquier punto dentro del conjunto invariante (excepto en el mismo punto de equilibrio) convergerá hacia (o será idéntico) a una órbita cerrada.

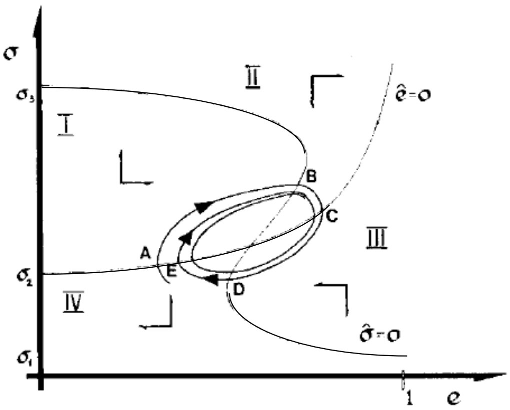

Gráfico 1

Para probar la existencia de un conjunto compacto positivamente invariante, consideramos las dos isoclinas $\hat{e}=0$ y $\hat{\sigma}=0$. La $\hat{e}=0$ es una curva con pendiente hacia arriba como se muestra en el gráfico 1. Para bajas tasas de empleo la curva será plana pero a medida que *e* se aproxime a la unidad, la curva crecerá rápidamente[20]. La curva $\hat{\sigma}=0$ viene dada por el conjunto de soluciones a

---

inicial la de utilización normal y rentrabilidad normal de la senda de crecimiento equilibrado). La estabilidad de la senda de crecimiento equilibrado requeriría, por tanto,

(**) $$e\partial\hat{Y}/\partial e < -9$$

En otras palabras, la estabilidad requiere que un incremento del 1% en el empleo reduzca las tasas de crecimiento del producto en 9 puntos porcentuales.

[20] Esta es la forma más plausible de la curva; sólo es importante para el razonamiento la rampa positiva.

(19) $$h(\theta(\sigma),e) = \sigma f(\sigma,\theta(\sigma)) - \delta$$

Dado que $h_e < 0$ hay como máximo un valor de e en el intervalo (0,1) que soluciona (19) para un σ dado. Es más, la unicidad e inestabilidad implican que hay exactamente una intersección entre las dos curvas y que la curva $\hat{\sigma} = 0$ tiene una inclinación positiva en la intersección. La gráfico 1 ha sido dibujado con el supuesto adicional de $\hat{K} < \hat{Y}$ para valores muy bajos de $\underline{\sigma}$.(ii) $\hat{K} > \hat{Y}$ para valores muy altos de σ y (iii) para valores bajos de e, $\hat{\sigma} = 0$ implica que $\hat{e} > 0$.

El supuesto (i) es plausible pero podría prescindirse de él totalmente y el incumplimiento del segundo supuesto es incompatible la función de producción de coeficientes fijos, la cual implica que hay un límite superior para la relación producto capital, $\sigma \le \sigma^{\max,}$ y por lo tanto que $\hat{\sigma} = \hat{Y} - \hat{K} \le 0$ para $\sigma \ge \sigma^{\max}$. El tercer supuesto, sin embargo, es importante. Nos asegura que hay un suelo en el descenso cíclico. Con el supuesto, las fluctuaciones perpetuas en torno a la senda de equilibrio proporcional son inevitables; si el supuesto no se satisface entonces la economía exhibirá o bien fluctuaciones perpetuas alrededor del equilibrio proporcional o convergerá asintóticamente a un equilibrio ($\underline{e}$,$\underline{\sigma}$) donde $\underline{e}$=0. Esta última posibilidad está ilustrada en el gráfico 2[21].

Cuando los supuestos (i)-(iii) se cumplen está intuitivamente claro que puede construirse un subconjunto compacto y positivamente invariante del ortante positivo. El único problema es (ver gráfico 1) si (e,σ) pueden atascarse en la región IV; es decir, es posible que (e,σ) puedan converger hacia un punto ($\underline{e}$,$\underline{\sigma}$) donde $\underline{e}$=0, $\underline{\sigma} \le \sigma_2$. Esta posibilidad es descartada por el hecho de que cuando (e,σ) está en la región IV entonces ê está incrementándose (y por lo tanto, está acotado por abajo), y cuando e es suficientemente pequeño entonces $\hat{\sigma}$ estará por encima de alguna constante positiva. Una prueba rigurosa de esta afirmación se presenta en el apéndice.

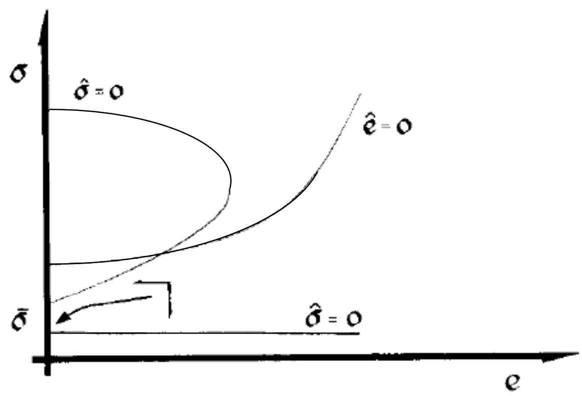

Gráfico 2

[21] Una posible justificación para el supuesto (iii) podría ser que las excesivamente bajas tasas de empleo causen una pequeña recuperación en los negocios de pequeña escala. Una modificación de la función de ahorro para permitir a la tasa de empleo que influya en la tasa de ahorro (las bajas tasas implican bajas tasas de ahorro) podrían dar una explicación alternativa (ver Skott 1989b para una discusión del nexo entre empleo y ahorro). Esta modificación de la función de ahorro podría ser introducida sin afectar las propiedades cualitativas del modelo. Sin embargo, la modificación complicaría la exposición.

4.4. *Descripción de los ciclos*. El ciclo límite no debe ser necesariamente único y, en consecuencia, el comportamiento asintótico puede depender de las condiciones iniciales. Las mismas propiedades cualitativas de las fluctuaciones cíclicas son, sin embargo, compartidas por todos los ciclos límite y el gráfico 1 puede ser usado, sin pérdida de generalidad, para describir los movimientos cualitativos de la economía.

Supongamos que la economía está en el punto A en la figura 1. La relación producto capital, así como la participación de los beneficios, son relativamente bajos en a, pero altas tasa de desempleo implican que incluso esta modesta participación de los beneficios es suficiente para generar una tasa de crecimiento de la producción y del empleo que iguale la tasa de incremento de la oferta de trabajo. Sin embargo, el alto grado de exceso de capacidad disminuye la tasa de acumulación de capital por debajo de la tasa de crecimiento de la producción. La relación producto capital en A está, por lo tanto, aumentando. A medida que σ crece, la economía se mueve hacia el área marcada I, el aumento en σ estimula la inversión y el equilibrio en el mercado del producto se mantiene mediante un aumento de π. El incremento en la rentabilidad provoca, a su vez, una aceleración de la tasa de crecimiento de la producción. Tanto la relación producto capital como la tasa de empleo son, por consiguiente, crecientes.

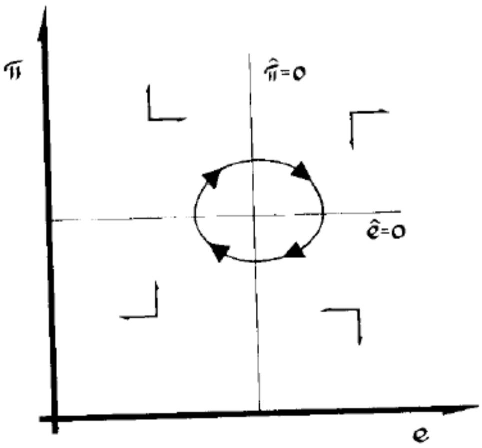

Gráfico 3a

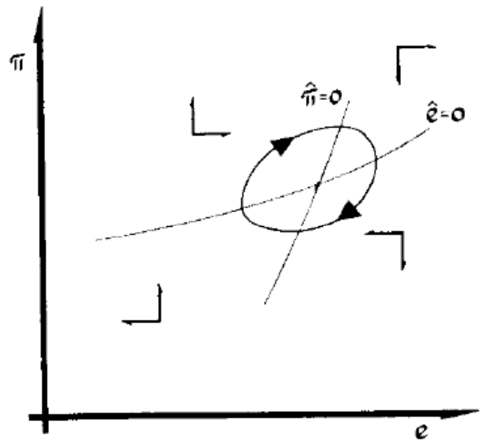

Gráfico 3b

Posteriormente, el incremento gradual en el empleo -el aumento cíclico del poder de la clase trabajadora- empieza a ejercer una presión hacia abajo en la tasa de crecimiento de la producción. Por otra parte, la tasa de acumulación está aumentando y en el punto B alcanza al crecimiento de la producción; la relación producto capital y la participación de los beneficios llegan a su máximo cíclico. En B, el empleo aún sigue creciendo, los efectos de la lucha de clases implican que la tasa de crecimiento de la producción está declinando que la relación producto capital empieza a caer. La bajada en σ desincentiva la inversión y la rentabilidad sufre mientras los precios se ajustan para mantener el equilibrio del mercado de productos, la caída en la participación de los beneficios acelera el declinar de la tasa de crecimiento del producto.

En C la tasa de crecimiento del empleo se ha igualado a la tasa de crecimiento de la oferta de trabajo y la tasa de empleo ha alcanzado su máximo. La participación de los beneficios y la relación producto capital son bastante altas pero el tenso mercado de trabajo reduce el crecimiento de la producción. El movimiento que lleva a la economía de A a C, ahora se repite a la inversa : la disminución en σ se detiene en D y la recuperación gradual de las tasas de utilización y de la participación de los beneficios desde su punto mínimo se inicia por el estímulo al crecimiento de la producción originado por ulteriores caídas en el empleo. Después de este primer estímulo, los efectos aceleradores de σ en I/Y llevan a una creciente rentabilidad y los efectos rentabilidad (efecto multiplicador) de π sobre $\hat{Y}$ aceleran de nuevo el movimiento alcista de vuelta hacia la curva $\hat{e} = 0$ en E.

5. CONCLUSIONES

En conclusión, puede ser instructivo comparar las fluctuaciones con las del modelo de Goodwin. El modelo de Goodwin produce ciclos en el empleo y la rentabilidad, y en el presente modelo, π es una función creciente de σ. Los ciclos de ambos modelos pueden ser representados en el mismo plano (e, π). Comparando los gráficos 3a (Goodwin) y 3b, la similitud llama la atención. Ambos modelos implican que el empleo está aumentando cuando la rentabilidad es alta y que lla rentabilidad sufre en periodos de alto empleo. Las funciones $\hat{\pi} = 0$ y $\hat{e} = 0$ rotan ligeramente en el presente modelo (aunque a resultas de ello, al modelo no le afecta la inestabilidad estructural del modelo de Goodwin), pero las diferencias importantes están en otra parte.

En el modelo de Goodwin la relación capital producto es constante. En cambio, el presente modelo predice que los beneficios y la utilización de la capacidad se moverán juntos a lo largo del ciclo, una predicción que es fuertemente respaldada por los hechos (mirar por ejemplo, Hahnel y Sherman 1982) En segundo lugar, el mecanismo subyacente en las fluctuaciones difiere significativamente. En el modelo de Goodwin la tasa de empleo tiene una influencia directa sobre (los cambios en) las participaciones distributivas, mientras que el presente modelo utiliza la condición de equilibrio de que el ahorro iguala a la inversión para determinar (los cambios) en la distribución. La relación inversa simple entre el empleo y (el cambio en) la rentabilidad esconde, por tanto, una cadena de relaciones causales: el empleo afecta a la tasa de crecimiento de la producción, el crecimiento de la producción lleva a cambios en las tasas de utilización de la capacidad, la utilización influye en la inversión y la inversión afectando finalmente a la rentabilidad. A pesar de las similitudes entre los gráficos 3a y 3b, hay diferencias radicales entre los dos modelos y los ciclos que generan.

Universidad de Aarhus, Dinamarca.

APÉNDICE

Considerar las variables transformadas, x = log σ e y=log e, y el sistema equivalente

$$\dot{x} = h(\theta(\exp(x),\exp(y)) - f(\exp(x),\theta(\exp(x)))\exp(x) + \delta$$

$$\dot{y} = h(\theta(\exp(x),\exp(y))$$

Para valores pequeños de s, tenemos $f\left(\theta\left(\exp(x)\right),\exp(y)\right)\exp(x) < \delta$ (la tasa de acumulación neta se vuelve negativa cuando la utilización y la rentabilidad son suficientemente bajos) y sigue que:

$$\dot{x} \geq h\left(\theta\left(\exp(x)\right),\exp(y)\right) > h\left(\theta\left(\exp(x)\right),\exp(y)\right) - n = \dot{y} \quad \text{para} \quad x \leq x_1$$

Supongamos que (ver Gráfico A1):

x_2 = el límite como $y \to -\infty$ del valor de x el cual resuelve $\dot{x} = 0$

y_1 = el valor de y en la intersección entre la recta $x = x_2$ y la isoclina $\dot{y} = 0$.

Definamos los conjuntos A, B, C y D y la variable x, por:

$$A = \left\{(v,x)y \leq y_1, \dot{x} \leq 0, \dot{y} \leq 0, (x - x_1) \geq (y - y_1)\right\}$$

x_3 = el valor de x en la intersección entre la isoclina $\dot{x} = 0$ y la línea recta dada por $(x - x1) = (y - y1)$

$$B = \left\{(y,x) \mid y \leq 0, x \geq x3, \dot{x} \geq 0, \dot{y} \leq 0\right\}$$

$$C = B \cap \left\{(y,x) \middle| \dot{x} = 0\right\}$$

C es compacto por lo que podemos definir $\underline{y}$,

$$\underline{y} = \min\left\{y \middle| (y,x) \in C\right\} > -\infty$$

Ahora permite:

$$D = B \cap \left\{(y,x) \middle| y \leq \underline{y} - \delta\right\}$$

$$E = B \cap \left\{(y,x) \middle| y = \underline{y} - \delta\right\}$$

donde $\delta > 0$. Necesitamos establecer una cota inferior para el valor de $\dot{x}$ en D. D, sin embargo, puede no ser compacto y por lo tanto primero consideraremos primero el conjunto compacto E y definimos:

$$\varepsilon = \min\left\{\dot{x}(y,x) \,\middle|\, (y,x) \in E\right\}.$$

Dado que $\partial \dot{x}/\partial y < 0$ (y desde $\left(\underline{y} - \delta, x_0\right) \in E$ implica que hay una $y \geq \underline{y}$ y que $\dot{x}(y,x_0) = 0$) entonces tenemos $\varepsilon > 0$. Utilizando otra vez $\partial\dot{x}/\partial y < 0$ tanto como el hecho que $\left(\underline{y} - \delta, x_0\right) \in E$ para todo (y, x_0) en D, tenemos que $\dot{x} \geq \varepsilon$ para todo (y,x) en D.

Volviendo ahora a $\dot{y}$ y utilizando $\partial y/\partial x < 0$ y $\partial\dot{y}/\partial x$ obtenemos

$$\dot{y} \geq \dot{y}\left(\underline{y} - \delta, x_3\right) = \omega > -\infty \text{ para todo } (y,x) \text{ en D.}$$

Finalmente,

$$F = \left\{(y,x) \middle| \varepsilon\left(y - \underline{y} + \delta\right) - \omega\left(x - x3\right)\right\} \geq 0$$
$$\cap\left\{(y,x) \middle| y \leq y1, x_3 \leq x \leq x_2, \left(x - x_1\right) \geq \left(y - y_1\right)\right\}.$$

Se observa fácilmente que F es un conjunto compacto positivamente invariante para el sistema; simplemente consideremos la velocidad del vector del sistema a lo largo del límite de F (como se ilustra en gráfico A1).

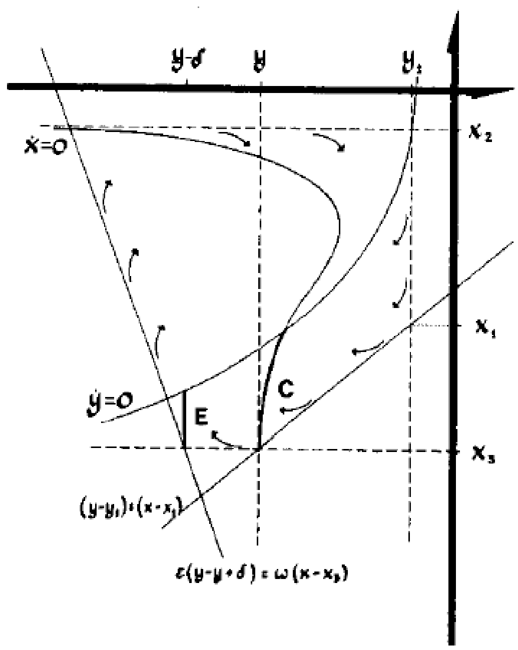

Figura A1

Referencias bibliográficas

Bowles, S., "The Production Process in a Competitive Economy: Walrasian, Neo-Hobbesian and Marxian Models," *American Economic Review* 75 (1985), 16–36.

Chang, W. W. and D. J. Smyth, "The Existence and Persistence of Cycles in a Non-linear Model: Kaldor's 1940 Model Re-examined," *Review of Economic Studies* 38 (1971), 37–44.

Dana, R. A. and P. Malgrange, "The Dynamics of a Discrete Version of a Growth Cycle Model," presented at the European Meeting of the Econometric Society in Dublin (1988).

Desai, M., "Growth Cycles and Inflation in a Model of the Class Struggle," *Journal of Economic Theory* 6 (1973), 527–545.

Goodwin, R. M., "A Growth Cycle," in C. H. Feinstein, ed., *Socialism, Capitalism and Growth* (Cambridge: Cambridge University Press, 1967).

——, M. Kruger, and A. Vercelli, eds., *Non-linear Models of Fluctuating Growth* (Berlin: Springer-Verlag, 1984).

Groth, C., "Cyklisk kapitalakkumulation," Memo 101, University of Copenhagen (1981).

Hahnel, R. and H. Sherman "The Rate of Profit over the Business Cycle," *Cambridge Journal of Economics* 6 (1982), 185–194.

Kaldor, N. (1940), "A Model of the Trade Cycle," *Economic Journal* 50 (1940), pp. 78–92.

——, "Alternative Theories of Distribution," *Review of Economic Studies* 23 (1956), 83–100.

——, "A Model of Economic Growth," *Economic Journal* 67 (1957), 591–624.

——, "Capital Accumulation and Economic Growth," in F. A. Lutz and D. C. Hague, eds., *The Theory of Capital* (New York: Macmillan, 1961).

——, "Marginal Productivity and the Macroeconomic Theories of Distribution," *Review of Economic Studies* 33 (1966), 309–319.

——, "A Comment," *Review of Economic Studies* 38 (1971), 45–46.

—— and J. A. Mirrlees, "A New Model of Economic Growth," *Review of Economic Studies* 29 (1962), 174–192.

Keynes, J. M., *A Treatise on Money* (London and Basingstoke: Macmillan, 1930).

——, *The General Theory of Employment, Interest and Money* (London and Basingstoke: Macmillan, 1936).

Ploeg, F. van der, "Economic Growth and Conflict over the Distribution of Income," *Journal of Economic Dynamics and Control* 6 (1983) 253–279.

Semmler, W., "On Nonlinear Theories of Economic Cycles and the Persistence of Business Cycles," *Mathematical Social Sciences* 12 (1986), 47–76.

Shah, A. and M. Desai, "Growth Cycles with Induced Technical Change," *Economic Journal* 91, 1006–1010.

Skott, P. "On the 'Kaldorian' Saving Function," *Kyklos* 34 (1981), 563–581.

——, "An Essay on Keynes and General Equilibrium Theory," *Thames Papers in Political Economy* (Autumn 1983) 1–43.

——, "Finance, Saving and Accumulation," *Cambridge Journal of Economics* 12 (1988).

——, *Kaldor's Growth and Distribution Theory* (Frankfurt am Main: Peter Lang Verlag, 1989a).

——, *Conflict and Effective Demand in Economic Growth* (Cambridge: Cambridge University Press, 1989b).

Spence, M., "Entry, Investment and Oligopolistic Pricing," *Bell Journal of Economics* 8 (1977), 534–544.

Torre, V., "Existence of Limit Cycles and Control in Complete Keynesian System by Theory of Bifurcation," *Econometrica* 45 (1977), 1457–1466.

Varian, H. R., "Catastrophe Theory and the Business Cycle," *Economic Inquiry* 17 (1979), 14–28.