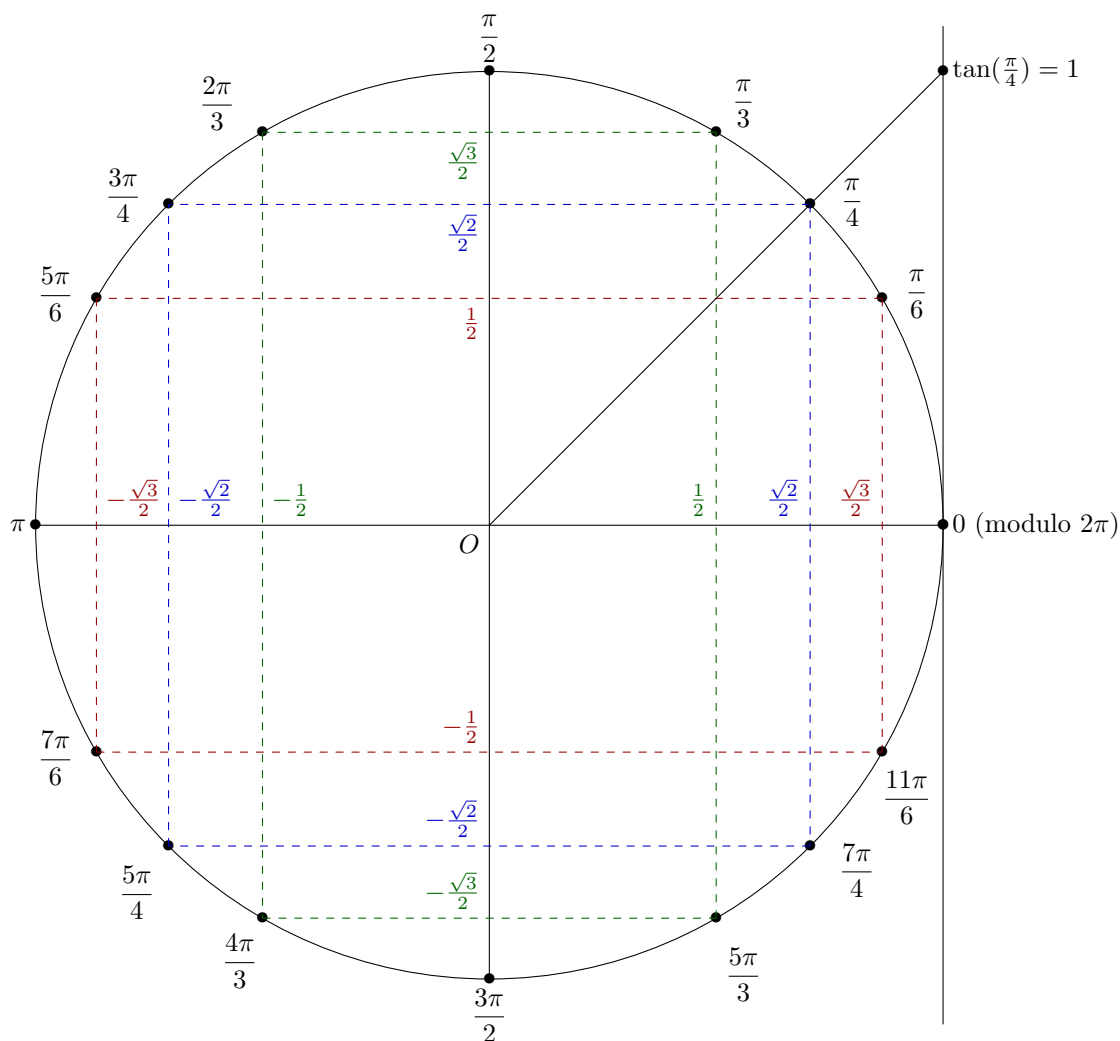


FORMULAIRE DE TRIGONOMÉTRIE

Tout point M du cercle trigonométrique (c'est-à-dire du cercle de centre O et de rayon 1) peut être repéré par un couple de coordonnées $(\cos(\theta), \sin(\theta))$, où \cos et \sin désignent respectivement les fonctions cosinus et sinus et l'angle θ est défini de manière unique, à un multiple de 2π près.

LE CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE : VALEURS PARTICULIÈRES



Angle θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(\theta)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin(\theta)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan(\theta)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Non défini

LIENS ENTRE LES FONCTIONS COSINUS ET SINUS

Une simple lecture du cercle trigonométrique permet de retrouver facilement les relations suivantes valables pour tout nombre réel θ , sauf mention contraire.

Relation fondamentale :	$\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$	
Relation entre cosinus et sinus :	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin(\theta)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos(\theta)$
	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin(\theta)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos(\theta)$
Fonction cosinus :	$\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$	$\cos(\pi + \theta) = -\cos(\theta)$
	$\cos(-\theta) = \cos(\theta)$	la fonction cosinus est paire
Fonction sinus :	$\sin(\pi - \theta) = \sin(\theta)$	$\sin(\pi + \theta) = -\sin(\theta)$
	$\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$	la fonction sinus est impaire
Fonction tangente :	$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$	(pour $\theta \neq \frac{\pi}{2} [\pi]$)
	$1 + \tan^2(\theta) = \frac{1}{\cos^2(\theta)}$	(pour $\theta \neq \frac{\pi}{2} [\pi]$)
	$\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$	(pour $\theta \neq \frac{\pi}{2} [\pi]$)
		la fonction tangente est impaire

FORMULES D'ADDITION

Pour tous nombres réels a et b ,

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

et, si $a \neq \frac{\pi}{2} [\pi]$, $b \neq \frac{\pi}{2} [\pi]$ et $\tan(a)\tan(b) \neq \pm 1$, alors :

$$\tan(a + b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}$$

FORMULES DE DUPLICATION

Pour tout nombre réel θ ,

$$\begin{aligned} \cos(2\theta) &= \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \\ &= 2\cos^2(\theta) - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2(\theta) \end{aligned}$$

$$\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta)$$

et si $\theta \neq \frac{\pi}{2} [\pi]$ et $\theta \neq \frac{\pi}{4} [\frac{\pi}{2}]$, alors :

$$\tan(2\theta) = \frac{2\tan(\theta)}{1 - \tan^2(\theta)}$$

TRANSFORMATION D'UN PRODUIT EN SOMME

Pour tous nombres réels a et b ,

$$\begin{aligned} \cos(a) \cos(b) &= \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2} & \sin(a) \cos(b) &= \frac{\sin(a+b) + \sin(a-b)}{2} \\ \text{et} & & \sin(a) \sin(b) &= \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{2} \end{aligned}$$

TRANSFORMATION D'UNE SOMME EN PRODUIT

Pour tous nombres réels a et b ,

$$\begin{aligned} \cos(a) + \cos(b) &= 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) & \sin(a) + \sin(b) &= 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \\ \cos(a) - \cos(b) &= -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) & \sin(a) - \sin(b) &= 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \end{aligned}$$

TANGENTE DE L'ANGLE MOITIÉ

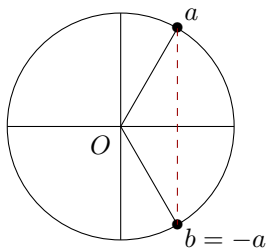
Pour tout nombre réel θ tel que $\theta \neq \pi [2\pi]$, on a en posant $t = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$:

$$\cos(\theta) = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \sin(\theta) = \frac{2t}{1+t^2}$$

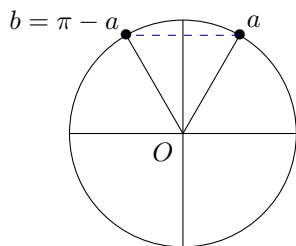
et, si de plus $\theta \neq \frac{\pi}{2} [\pi]$, alors :

$$\tan(\theta) = \frac{2t}{1-t^2}$$

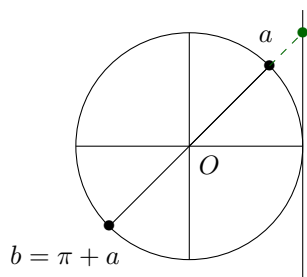
RÉSOLUTION D'ÉQUATIONS TRIGONOMÉTRIQUES



$$\cos(a) = \cos(b) \iff b \equiv a [2\pi] \text{ ou } b \equiv -a [2\pi]$$



$$\sin(a) = \sin(b) \iff b \equiv a [2\pi] \text{ ou } b \equiv \pi - a [2\pi]$$



$$\tan(a) = \tan(b) \iff b \equiv a [\pi]$$

si $a, b \in \mathbb{R} \setminus \left(\frac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z}\right)$