Programme de Colle 8

Chapitre 8 : Relations binaires

Soit E un ensemble non vide.

- une relation binaire $\mathscr{R}$ sur E est un sous-ensemble de E^2 et, si $(x,y) \in \mathscr{R}$, on écrit $x\mathscr{R}y$ et on dit que x est en relation avec y
- exemples usuels : $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$, $\leqslant$ dans $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, la divisibilité $\mid$ dans $\mathbb{N}$, l'inclusion $\subset$ dans $\mathscr{P}(E)$
- relation réflexive, antisymétrique, transitive, notion de relation d'ordre sur E (ou d'ensemble $(E,\mathscr{R})$ ordonné)
- ordre partiel, ordre total (ou ensemble partiellement ordonné, totalement ordonné)
- dans un ensemble ordonné $(E,\preccurlyeq)$ et pour un sous-ensemble A de E, notion de minorant, majorant, minimum, maximum de A pour la relation $\preccurlyeq$, unicité du minimum (ou du maximum) en cas d'existence, notation $\min(A)$ et $\max(A)$ (ou $\min(A,\preccurlyeq)$ et $\max(A,\preccurlyeq)$)
- relation symétrique, relation d'équivalence sur E
- exemples : les relations de congruences dans $\mathbb{R}$ ou dans $\mathbb{Z}$ (notation $a \equiv b\ [c]$)
- classes d'équivalences (l'ensemble des classes d'équivalence est noté $E/\mathscr{R}$), propriété : les classes d'équivalence forment une partition de l'ensemble sous-jacent

Chapitre 9 : Trigonométrie

- pour $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, notation ensembliste $\alpha\mathbb{Z}+\beta$
- cercle trigonométrique, définition du cosinus, du sinus, de la tangente d'un nombre réel, obtention de la tangente en utilisant le cercle trigonométrique
- valeurs remarquables, propriétés de symétrie des fonctions circulaires : périodicité, parité, formules relatives à $\cos(\pi-\theta)$, $\sin(\pi-\theta)$, $\tan(\pi-\theta)$, $\cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right)$, *etc*
- équations trigonométriques (égalités de deux cosinus, de deux sinus, de deux tangentes), inéquations trigonométriques
- formules d'additions (cos, sin et tan), formules de duplication, formules des produits (linéarisation de $\cos(a)\cos(b)$, $\sin(a)\sin(b)$ et $\sin(a)\cos(b)$)
- transformation de $a\cos(x)+b\sin(x)$ en $R\cos(x+\varphi)$
- dérivabilité et dérivées des fonctions cos, sin et tan, inégalité $|\sin(x)| \leqslant |x|$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
- expressions de $\cos(x)$, $\sin(x)$ et $\tan(x)$ en fonction de $\tan\left(\dfrac{x}{2}\right)$
- fonctions circulaires réciproques (Arcsin, Arccos et Arctan) : construction en utilisant le théorème de la bijection et propriétés (symétrie éventuelle, monotonie, continuité, tableau de variation, graphe, dérivabilité en utilisant le théorème de dérivabilité d'une fonction réciproque et dérivée)

Questions de cours

- Tout énoncé d'une définition ou d'une propriété peut être exigible (notamment ici : graphes, formules de trigonométrie,...).
- Connaissant les deux formules relatives à $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$, obtention d'une ou plusieurs formules de trigonométrie.
- Justification de la dérivabilité de sin sur $\mathbb{R}$ et calcul de $\sin'$.

  Pour faire la démonstration, on utilise que $\lim_{x\to 0} \sin(x) = 0$, $\lim_{x\to 0} \cos(x) = 1$ et que $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ (ces trois limites font l'objet d'un lemme préliminaire).
- Calcul de la dérivée de Arcsin.
- La fonction Arcsin est impaire sur $[-1, 1]$.

Remarques aux colleurs

- La notion d'ensemble quotient est hors programme.
- **Merci d'être très exigeants sur la rédaction.**