Programme de Colle 2

Chapitre 2 : Rudiments de logique et raisonnement

- notion d'assertion (mathématique), valeur de vérité, notion de proposition (= assertion vraie), connecteurs logiques (*et*, *ou*, négation, $\Longrightarrow$ et $\Longleftrightarrow$)
- $(P \Longrightarrow Q)$ est la proposition (non P) ou Q, notions de conditions *nécessaire* et *suffisante*
- propriétés des connecteurs logiques : double négation, associativité du *et* et du *ou*, distributivité du *et* (respectivement du *ou*) par rapport au *et* (respectivement par rapport au *ou*), négation d'une implication, lois de De Morgan (négation d'un *et*, d'un *ou*), équivalence et double implication
- quantificateurs $\forall$ et $\exists$ (et $\exists\,!$) : négation d'une phrase quantifiée, permutation de deux symboles de même nature
- quelques méthodes de démonstration :
  — raisonnement par déduction
  — raisonnement par contraposition (l'assertion $(P \Longrightarrow Q)$ est équivalente à (non $Q \Longrightarrow$ non P))
  — raisonnement par disjonction de cas
  — raisonnement par l'absurde
  — raisonnement à l'aide d'un contre-exemple
  — raisonnement par analyse-synthèse
  — raisonnement par récurrence (récurrences *simple*, *double* et *forte*)

Questions de cours

- Tout énoncé d'une définition ou d'une propriété peut être exigible.
- Une application directe du cours peut aussi faire l'objet d'une question de cours.

Remarques aux colleurs

- Les propriétés relatives aux connecteurs logiques ont été démontrées à l'aide de tables de vérité.
- Pour information, les exercices suivants (entre autres) ont été traités dans le cours pour illustrer les différents types de raisonnements.
  — **Exercice :** pour tout $n \in \mathbb{N}$, si n^2 est pair, alors n est pair.
  — **Exercice :** $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
  — **Exercice :** pour tout $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$,
  $$x \neq y \implies \frac{x-2}{x-1} \neq \frac{y-2}{y-1}$$
  — **Exercice :** résolution de l'équation $\sqrt{x+2} = x$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.
  — **Exercice :** toute fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ se décompose, d'une unique manière, comme la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire sur $\mathbb{R}$.
  — **Exercice :** si $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ est une fonction strictement croissante, alors :
  $$\forall n \in \mathbb{N}, \qquad f(n) \geqslant n$$
- **Merci d'être très exigeants sur la rédaction.**