Primitives usuelles

Fonction f	**Domaine de continuité**	**Une primitive** F
$f(x) = \mathrm{C^{te}}\ (\mathrm{C^{te}} \in \mathbb{C})$	$\mathbb{R}$	$F(x) = \mathrm{C^{te}}\, x$
$f(x) = x^\alpha\ (\alpha \in \mathbb{C} \setminus \{-1\})$	$\mathbb{R}_+^*$	$F(x) = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$F(x) = \ln(\lvert x\rvert)$
$f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}_+^*$	$F(x) = \sqrt{x}$
$f(x) = \mathrm{e}^{\alpha x}\ (\alpha \in \mathbb{C}^*)$	$\mathbb{R}$	$F(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{\alpha x}}{\alpha}$
$f(x) = \cos(x)$	$\mathbb{R}$	$F(x) = \sin(x)$
$f(x) = \sin(x)$	$\mathbb{R}$	$F(x) = -\cos(x)$
$f(x) = \ln(x)$	$\mathbb{R}_+^*$	$F(x) = x\ln(x) - x$
$f(x) = \mathrm{ch}(x)$	$\mathbb{R}$	$F(x) = \mathrm{sh}(x)$
$f(x) = \mathrm{sh}(x)$	$\mathbb{R}$	$F(x) = \mathrm{ch}(x)$
$f(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1,1[$	$F(x) = \mathrm{Arccos}\,(x)$
$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1,1[$	$F(x) = \mathrm{Arcsin}\,(x)$
$f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$	$F(x) = \mathrm{Arctan}\,(x)$

Formule d'intégration par parties : soient u et v deux fonctions de classe $\mathscr{C}^1$ sur un intervalle $[a,b]$ $(a < b)$. Alors

$$\int_a^b u'(x)v(x)\,\mathrm{d}x = \Big[u(x)v(x)\Big]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)\,\mathrm{d}x$$

Formule de changement de variable : soient $\varphi \in \mathscr{C}^1([a,b],\mathbb{K})$ et $f \in \mathscr{C}(\varphi([a,b]),\mathbb{K})$. Alors

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b (f\circ\varphi)(t)\varphi'(t)\,\mathrm{d}t$$

On dit qu'on a effectué le changement de variable $x = \varphi(t)$.

On rappelle ci-dessous les règles de primitivation usuelles. Soient u et v deux fonctions définies sur un même intervalle I admettant U et V pour primitive respective sur cet intervalle.

Forme de la fonction	**Une primitive**	**Condition**
$u+v$	$U+V$	$\varnothing$
λu	λU	$\varnothing$
$u' \times \mathrm{e}^{u}$	e^{u}	$\varnothing$
$\dfrac{u'}{u}$	$\ln(\lvert u \rvert)$	pour tout $x \in \mathrm{I}$, $u(x) \neq 0$
$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\sqrt{u}$	pour tout $x \in \mathrm{I}$, $u(x) > 0$
$u' \times u^n \ (n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\})$	$\dfrac{u^{n+1}}{n+1}$	pour tout $x \in \mathrm{I}$, $u(x) \neq 0$ si $n < -1$
$u' \times \cos(u)$	$\sin(u)$	$\varnothing$
$u' \times \sin(u)$	$-\cos(u)$	$\varnothing$
$\dfrac{u'}{1+u^2}$	$\mathrm{Arctan}(u)$	$\varnothing$
etc.		