

DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS EN ZÉRO

Soit $n \in \mathbb{N}$. Les développements limités suivants sont écrits au voisinage de zéro à l'ordre n ($2n$ pour la fonction cosinus et $2n + 1$ pour la fonction sinus, circulaires ou hyperboliques).

	$\frac{1}{1-x}$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + o(x^n)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n x^k + o(x^n)$
	$\frac{1}{1+x}$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n (-1)^k x^k + o(x^n)$
	$\ln(1+x)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \frac{x^k}{k} + o(x^n)$
$(\alpha \in \mathbb{R}^*)$	$(1+x)^\alpha$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n + o(x^n)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \sum_{k=1}^n \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-k+1)}{k!} x^k + o(x^n)$
	e^x	$\underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} + o(x^n)$
	$\text{ch}(x)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n})$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n \frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n})$
	$\text{sh}(x)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1})$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+1})$
	$\cos(x)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n})$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n})$
	$\sin(x)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1})$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+1})$
	$\tan(x)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$	
	$\text{Arctan}(x)$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+1})$	$\underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} + o(x^{2n+1})$

En particulier, on dispose des équivalents en zéro usuels suivants ($\alpha \neq 0$) :

$$\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$$

$$\sin(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$$

$$\cos(x) - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{x^2}{2}$$

$$e^x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$$

$$(1+x)^\alpha - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \alpha x$$

$$\operatorname{sh}(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$$

$$\operatorname{ch}(x) - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$$

$$\operatorname{th}(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$$

$$\operatorname{Arcsin}(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$$

$$\operatorname{Arctan}(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$$

$$\tan(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$$