

MAPA DA

APROVAÇÃO

UM GUIA COMPLETO PARA VOCÊ

2025

Índice

Fração	4 a 6
Razão e proporção	7 e 8
Escalas	9
Cálculo Decimais e Porcentagens	10 a 13
Porcentagem	14 e 15
Potenciação	16 e 17
Radiciação	18
Racionalização de denominadores	20 e 21
Fatoração	22 e 23
Notação Científica	24
Conjuntos	25 a 28
Conjuntos Numéricos	29 a 31
Polinômios	32 a 34
Produtos notáveis	35 e 36
Equação do 1º grau	37 a 39
Equação do 2º grau	40 e 41
Função composta e inversa	42 a 44
Função do 1º grau	45 e 46
Função do 2º grau	47 e 48
Função quadrática	49 a 51
Função exponencial	52 e 53
Trigonometria I	54 e 55
Trigonometria II	56 e 57
Trigonometria III	58 a 60

Geometria Plana	61 a 63
Teorema de Tales	64 e 65
Área do círculo	66
Retas	67 a 70
Quadriláteros	71 a 73
Circunferência	74 e 75
Cônicas	76 a 81
Ângulos na circunferência e polígonos inscritos	82 a 85
Cilindro e Cone circular	86 e 87
Geometria Espacial	88 e 89
Progressão Aritimética	90 e 91
Progressão Geométrica	92 a 94
Matrizes	95 a 97
Sistemas Lineares	98 a 104
Análise Combinatória e contagem	105 a 115
Probabilidades	116 a 119
Estatística	120 a 123
Análise de Tabelas	124 a 127
Interpretação de Gráficos	128 a 131
Juros simples e compostos	132 e 133
Geometria Analítica	134 e 135
Números complexos	136 e 137

FRAÇÃO

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

A fração é um modo de se representar uma quantidade a partir de um inteiro que foi dividido em partes exatamente iguais.

REPRESENTAÇÃO

$$\frac{a}{b}$$

a = Numerador = Parte selecionada
b = Denominador = Parte completa


$$= \frac{2}{4}$$

OPERAÇÕES COM FRAÇÃO:

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO:

1º Tire o MMC dos denominadores.

2º Divida o MMC pelos denominadores e multiplique pelo numerador correspondente.

3º Faça a operação correspondente = adição ou subtração

FRAÇÃO

PARTE 2

EX: ADIÇÃO:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{6}$$

1º MMC = 12

$$2^\circ \frac{1}{4} + \frac{2}{6} = \frac{3 + 4}{12}$$

$$3^\circ \frac{3 + 4}{12} = \frac{7}{12}$$

EX: SUBTRAÇÃO

$$\frac{8}{12} - \frac{2}{6}$$

1º MMC = 12

$$2^\circ \frac{8}{12} - \frac{2}{6} = \frac{8 - 4}{12}$$

$$3^\circ \frac{8 - 4}{12} = \frac{4}{12}$$

FRAÇÃO

PARTE 3

MULTIPLICAÇÃO:

- 1º Simplifique as frações
- 2º Multiplique numerador com numerador e denominador por denominador

EX:
$$\frac{8}{12} \cdot \frac{2}{6}$$
$$1^\circ \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{3}$$
$$2^\circ \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{18}$$

DIVISÃO:

- 1º Inverta a segunda fração
- 2º Multiplique

EX:
$$\frac{3}{9} \div \frac{2}{5}$$
$$1^\circ \frac{3}{9} \cdot \frac{5}{2} =$$
$$2^\circ \frac{3}{9} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{18}$$

RAZÃO E PROPORÇÃO

RAZÃO

Razão é o quociente entre duas grandezas/números.

QUOCIENTE = é resultado de uma divisão.

REPRESENTAÇÃO:

$$\text{Razão entre } a \text{ e } b = \frac{a}{b}$$

EX: Um concurso estadual possui 20.000 candidatos concorrendo a 500 vagas. Qual a razão entre o número de candidatos e o número vagas

$$\frac{20000}{500} = 40$$

PARTE 1

PROPORÇÃO:

É uma igualdade entre duas razões

EX: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DA PROPORÇÃO: O produto dos extremos é igual ao produto do meio.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow a.d = b.c$$

GRANDEZA:

É tudo o que pode ser medido ou contado.

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS:

Quando as razões entre os valores correspondente são iguais, ou seja, quando uma grandeza aumenta a outra também aumenta de modo que a razão entre as grandezas continue constante.

RAZÃO E PROPORÇÃO

PARTE 2

EX:

Deslocamento	3m	6m	9m	12m
Tempo	1s	2s	3s	4s

$$\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4}$$

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS: Quando uma grandeza aumenta a outra diminui, de modo que o produto entre as grandezas é sempre constante.

EX:

Velocidade	100 m/s	20m/s	25m/s	12,5m/s
Tempo	1h	2h	3h	8h

$$100.1 = 50.2 = 25.4 = 12,5.8$$

ESCALA

DEFINIÇÃO:

A escala indica a relação da medida linear da representação gráfica/desenho (d), com sua medida real (R) correspondente.

REPRESENTAÇÃO:

$$E = \frac{d}{R}$$

QUANDO

- E → Escala
- d → Medida do desenho
- R → Medida real do objeto

EX: João em uma feira de ciência estava olhando uma maquete que ilustrava uma cidade futurística, quando avistou um prédio que na maquete possuía a altura de 5cm. Curioso, João perguntou aos criadores do projeto qual o tamanho que esse prédio teria se fosse real. Sabendo que a maquete foi feita em uma escala de 1:2000 qual a resposta que os desenvolvedores do projeto devem responder a João?

1cm no desenho (virtual) → 200cm reais

1cm → 200cm reais

5cm → x

$$x = \frac{5 \cdot 200}{1} \rightarrow x = 10000\text{cm} \rightarrow \boxed{x = 100\text{m}}$$

Logo, a resposta dada a João deve ser **100m de altura**

CÁLCULO DE DECIMAIS E PORCENTAGENS

PARTE 1

NÚMEROS DECIMAIS:

São os números que tem vírgula e os números após essa vírgula.

CASA DECIMAL:

- Estão contidos no conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$).
- Podem ser positivos e negativos.
- Podem ser representados na forma de fração.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE DECIMAIS:

coloca-se vírgula abaixo de vírgula e realiza a soma de maneira semelhante à soma de números inteiros.

MULTIPLICAÇÃO COM DECIMAIS:

Pode ser realizada de duas formas:

- 1 Operando de maneira semelhante à da multiplicação de dois números inteiros, somando, ao final, a quantidade de casas decimais dos dois números e colocando-as no resultado;

CÁLCULO DE DECIMAIS E PORCENTAGENS

PARTE 2

OPERAÇÕES COM DECIMAIS:

- 2 Transformando os números decimais em frações e utilizar a multiplicação de frações.

DIVISÃO COM NÚMEROS DECIMAIS:
também consiste em dois métodos:

- 1 “andar” a mesma quantidade de casas decimais, ou seja, multiplicar por potências de 10 até que a vírgula não esteja mais presente.

- 2 representar os números em forma de fração e realizar a divisão de frações.

CÁLCULO DE DECIMAIS E PORCENTAGENS

PARTE 3

PORCENTAGEM



PARA
CALCULAR
A % DE X,
PODEMOS
USAR DOIS
MÉTODOS:

- Também chamada de razão centesimal ou percentual.
- Podem ser representadas na forma de fração, na forma decimal ou acompanhada do símbolo % ("por cento").
- Podem ser utilizadas quando queremos expressar que uma quantidade é uma parte de outra.

1 Resolver a expressão: $\frac{a}{100} \cdot x$

2 Outra maneira é aplicando regra de três à relação:

100 %	–	valor do todo
a %	–	valor da parte

CÁLCULO DE DECIMAIS E PORCENTAGENS

PARTE 4

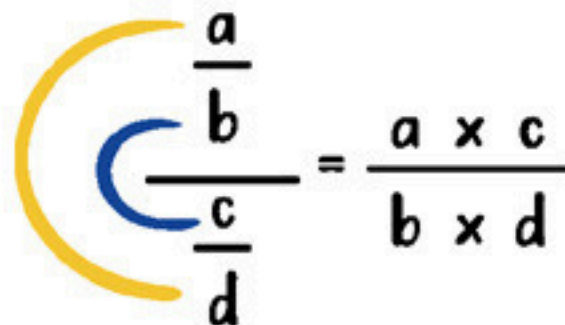
TRANSFORMAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS EM FRAÇÕES:

Conserva o número decimal no numerador sem a vírgula e no denominador colocamos a potência de 10 de acordo com a quantidade de casas decimais. Se tiver uma casa decimal o denominador é 10; 2 casas decimais, 100; 3 casas, 1000; e assim sucessivamente.

- Multiplicação de fração:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

- Divisão de fração:


$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

CONCEITO:

Porcentagem pode ser definida como uma fração cuja o denominador é 100.

PORCENTAGEM

PARTE 1

$$\frac{x}{100}$$

REPRESENTAÇÃO

Forma percentual	Forma Fracionária	Forma decimal
20%	$\frac{20}{100}$	0,2
8%	$\frac{8}{100}$	0,08
2,3%	$\frac{2,3}{100}$	0,023

• PORCENTAGEM DE UM NÚMERO:

EX: 30% de 90 $90 \cdot \frac{2}{4} = 27$ ou $90 \cdot 0,3 = 27$



PORCENTAGEM

PARTE 2

- **AUMENTO PERCENTUAL:**

EX: Ouve um aumento de 25% na cartela de ovo que custava R\$ 12,00.
Quanto foi o aumento e qual o preço atual?

AUMENTO: $12 \cdot \frac{25}{100} = 3$ — PREÇO DEPOIS DO AUMENTO: $12 + 3 = 15$

- **DESCONTO PERCENTUAL:**

EX: João na compra de uma camisa com preço de R\$50,00 ganhou um desconto de 30% por comprar à vista. Quanto ele pagou na camisa?

DESCONTO: $50 \cdot \frac{30}{100} = 15$ — CUSTO DA CAMISA PARA JOÃO: $50 - 15 = 35$

POTENCIAÇÃO

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

A potenciação é a operação matemática representada pela multiplicação de fatores (números) iguais.

REPRESENTAÇÃO:

$$a^n = \underbrace{a.a.a... a}_{a \text{ multiplicado } n \text{ vezes}}$$

$a \rightarrow$ base
 $n \rightarrow$ Expoente

$a \rightarrow$ deve ser um número real e não nulo.
 $n \rightarrow$ deve ser ≥ 2

$a.a.a... a =$ produto dos fatores

Detalhe:

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

POTENCIAÇÃO

PARTE 2



P1

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

P3

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

P2

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

P4

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

P5

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

RADICIAÇÃO

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

A radiciação é a operação inversa à potenciação. Dessa forma, dado o número resultante da multiplicação de fatores iguais, a radiação procura saber que fatores são esses.

REPRESENTAÇÃO

$$\sqrt[n]{a} = b \quad b^n = a$$

n = Índice

$\sqrt{}$ = Radical

a = Radicando

$$\sqrt[n]{a}$$

RADICIAÇÃO

PARTE 2

Propriedades:

$$1. \quad \left(\sqrt[n]{a} \right)^n = a$$

$$2. \quad \left(\sqrt[n]{a} \right)^n = \sqrt[n]{a^p}$$

$$3. \quad \sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[n \cdot p]{a}$$

$$4. \quad \sqrt[p]{a \cdot b \cdot c} = \sqrt[p]{a} \cdot \sqrt[p]{b} \cdot \sqrt[p]{c}$$

$$5. \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$6. \quad A \cdot \sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A^n \cdot B}$$

$$7. \quad a^{-\frac{p}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^p}}$$

RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

A racionalização consiste em transformar uma fração de denominador irracional em uma fração, equivalente, de denominador racional. Veja o exemplo a seguir:

$$\frac{5}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

1º Caso: Denominadores do tipo $\sqrt[n]{a^m}$

$$\text{Ex: } \frac{3}{\sqrt[3]{8}} \rightarrow \frac{3}{\sqrt[3]{8}} \cdot \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3\sqrt[3]{8}}{8}$$

RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

PARTE 2

2º Caso: Denominadores $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$

$$\text{EX.1} \quad \frac{5}{\sqrt{8} + \sqrt{4}} \otimes \frac{5}{(\sqrt{8} + \sqrt{4})} \cdot \frac{\sqrt{8} - \sqrt{4}}{(\sqrt{8} - \sqrt{4})} = \frac{5(\sqrt{8} - \sqrt{4})}{8 - 4} = \frac{5(\sqrt{8} - \sqrt{4})}{4}$$

$$\text{EX.2} \quad \frac{6}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} \otimes \frac{6}{(\sqrt{7} - \sqrt{3})} \cdot \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{(\sqrt{7} + \sqrt{3})} = \frac{6(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{7 - 3} = \frac{6(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{4}$$

FATORAÇÃO

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

Fatorar significa transformar a soma e/ou subtração de expressões algébricas em um produto com fatores.

FATOR COMUM:

Após identificar um termo comum a todas as parcelas da expressão algébrica, devemos colocar esse termo em evidência.

$$ax + ay = a(x + y)$$

Ex.:

$$5,12 + 7,5 = 5(12 + 7)$$

$$3,9 - 7,3 + 12,3 = 3(9 - 7 + 14)$$

$$87,5 - 5,32 = 5(87 - 32)$$

FATORAÇÃO

PARTE 2

AGRUPAMENTO:

É utilizado quando há mais de um termo comum nas parcelas da expressão algébrica. Após identificar esses dois ou mais grupos que possuem um termo em comum devemos pegar os grupos com seus respectivos termos e evidenciá-los.

$$ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (x + y) \cdot (a + b)$$

Ex.:

$$3.7 + 5.9 + 5.23 + 3.18 = 3(7 + 8) + 5(9 + 23)$$

$$4.9 - 3.11 + 4.33 + 3.21 = 4(9 + 33) - 3(21 - 11)$$

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

DEFINIÇÃO:

Notação científica é uma forma de notação exponencial que tem como objetivo transformar números demasiadamente grandes e números excessivamente pequenos em um valor convencional escrito na potência de base 10.

REGRAS: Um número está em notação científica quando escrito no seguinte formato.

$$a \cdot 10^b$$

- 1 < a < 10, ou seja, a deve ser um número entre 1 e menor que 10.
- b é o expoente que pode ser negativo ou positivo.

Usando as regras a cima iremos converter alguns números em notação científica:

$$243 = 2,43 \cdot 10^2$$

$$0,00004 = 4 \cdot 10^{-5}$$

$$2969 = 2,969 \cdot 10^3$$



CONJUNTOS

PARTE 1

REPRESENTAÇÃO:

- Letras maiúsculas representam os conjuntos.
- Letras minúsculas representam os elementos de um conjunto.

$$\text{EX: } A = \{a, b, c, d\}$$

A = Conjunto

a.b.c.d = Elementos do conjunto

SUBCONJUNTO:

Um conjunto N é subconjunto de A quando N faz parte dos elementos do conjunto A.

EX: $N \subset A$

Dado os conjuntos

A = (1,2,3,4,5,6,7,8) e

B = (2,4,6,8).

Responda qual a relação entre esses conjuntos?

$$B \subset A = B$$

É subconjunto de A, pois, seu conjunto faz parte dos elementos do conjunto A.

CONJUNTOS

PARTE 2

NOMENCLATURA:

- $\subset$ → O conjunto está contido em
- $\in$ → Elemento pertence ao conjunto
- $\notin$ → Elemento não pertence ao conjunto
- $\supset$ → O conjunto contém

INTERSECÇÃO:

A intersecção representa os elementos que tanto pertencem ao conjunto A quanto aos elementos que pertencem ao conjunto B simultaneamente, ou seja:

$$A \cap B = \{x/x \in A \text{ e } x \in B\}$$

SÍMBOLO

$\cap$ Intersecção

Dado os conjuntos

$A = (1,2,3,4,5,6,7,8)$ e $B = (-7,0,2,8,13)$.

Represente a intersecção entre os conjuntos A e B.

$$A \cap B = (2,3)$$

CONJUNTOS NUMÉRICOS

PARTE 1

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS (N):

$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ números naturais
 $N^* = \{1, 2, 3, \dots\}$ não nulos.

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS (Z):

$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
 $Z^* = \{\dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots\}$
conjunto dos números inteiros não nulos.

$Z^+ = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ inteiros positivos.
 $Z^- = \{0, -1, -2, -3, \dots\}$ inteiros negativos.

CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS (R): todos os números que podem ser inscritos na forma decimal com ou sem repetição periódica. Divide-se em racionais e irracionais:

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS (Q): frações e dízimas periódicas.

$$Q = \left\{ \frac{X}{X} = \frac{N}{d}, N \in Z \text{ e } d \in \right\}$$

CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS (I): números reais com infinitas casas decimais, sem repetição periódica. Representado por: $I = R - Q$.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

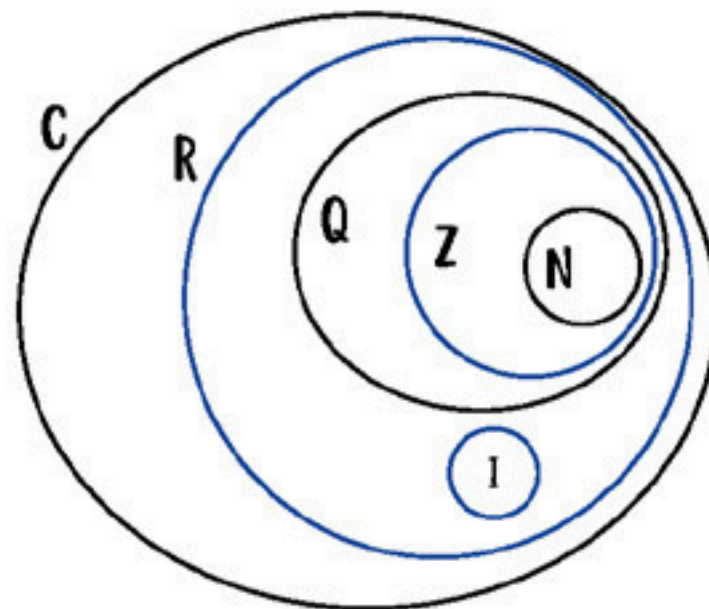
PARTE 2

CONJUNTO DOS NÚMEROS COMPLEXOS (C):
são números da forma $a + bi$, sendo a e b números reais e $i = \sqrt{-1}$.

DIAGRAMA DE VENN: maneira de representar graficamente conjuntos numéricos.

SUBCONJUNTO:
um conjunto "dentro" de outro.

NOTAÇÃO: $B \subseteq A$ (B está contido em A , ou B é subconjunto de A)





CONJUNTOS NUMÉRICOS

PARTE 3

RELAÇÕES ENTRE CONJUNTOS:

- O conjunto dos números naturais é subconjunto do conjunto dos números inteiros;
- O conjunto dos números inteiros é subconjunto do conjunto dos números racionais;
- O conjunto dos números racionais é subconjunto do conjunto dos números reais;
- O conjunto dos números irracionais é subconjunto do conjunto dos números reais;
- O conjunto dos números irracionais e o conjunto dos números racionais não possuem nenhum elemento em comum;
- O conjunto dos números reais é subconjunto do conjunto dos números complexos.
- Todo conjunto é subconjunto de si mesmo.

DEFINIÇÃO:

POLINÔMIOS

PARTE 1

$$P(X) = A_n \cdot x^n + A_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots A_2 \cdot x^2 + A_1 \cdot x^1 + A_0 \cdot x^0$$

- Em que os coeficientes dos polinômios podem ser qualquer número, desde um número real até um número complexo.

→ EXEMPLO

$$P(X) = -5x^5 + 4x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 10x - 1 \cdot x^0$$

- **POLINÔMIO NULO**: Todos os seus coeficientes são iguais a zero.
- **GRAU DO POLINÔMIO**: Corresponde ao seu termo de maior potência.
- **POLINÔMIOS IDÊNTICOS**: Todos os coeficientes correspondentes devem ser iguais.
- **RAÍZES OU ZEROS DOS POLINÔMIOS**: Valores de X que zeram a imagem do polinômio.

OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS:

POLINÔMIOS

PARTE 2

• SOMA POLINOMIAL:

$$A(x) + b(x)$$

A soma deve ser feita com termos de mesmo grau.

• SUBTRAÇÃO DE POLINÔMIOS:

$$A(x) - b(x)$$

Também precisa ser feita com os termos de mesmo grau.

• DIVISÃO DE POLINÔMIOS:

$a(x)$ Dividendo	$Q(x)$ Quociente
$B(x)$ Divisor	$R(x)$ Resto

Na divisão, o grau do resto deve ser sempre menor do que o do divisor.

• PRODUTO POLINOMIAL:

A multiplicação de um polinômio do 2º grau com um do 1º grau irá gerar um polinômio do 3º grau.

$$A(x) \cdot b(x)$$

POLINÔMIOS

PARTE 3

RELAÇÕES DE GIRARD:

$$P(X) = A.x^5 + B.X^4 + B.C^3 + D.X^2 + E.X + \text{Termo}_{\text{independente}}$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + \frac{-B}{A}$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = -\frac{\text{Termo}_{\text{independente}}}{A}$$

$$(X_1.X_2.X_3.X_4) + (X_1.X_2.X_3.X_5) + \dots (X_2.X_3.X_4.X_5) = -\frac{D}{A}$$

PRODUTOS NOTÁVEIS

PARTE 1

PROPRIEDADES:

- 1º Quadrado da soma de dois termos:

$$(a+b)^2 = (a+b).(a+b)$$

$$a^2 + ab + ab + b^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

- 2º Quadrado da diferença de dois termos:

$$(a-b)^2 = (a-b).(a-b)$$

$$a^2 - ab - ab + b^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

- 3º Produto da soma pela diferença de dois termos:

$$(a+b).(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2$$

$$a^2 - b^2$$



PRODUTOS NOTÁVEIS

PARTE 2

- 4º **Cubo da soma** de dois termos:

$$(a+b)^3 = (a^2 + ab + ab + b^2) \cdot (a+b)$$

$$a^3 + a^2b + a^2b + ab^2 + a^2b + ab^2 + ab^2 + b^3$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$



- 5º **Cubo da diferença** de dois termos:

$$(a - b)^3 = (a^2 - ab - ab - b^2) \cdot (a-b)$$

$$a^3 - a^2b - a^2b - ab^2 - a^2b + ab^2 + ab^2 - b^3$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

DEFINIÇÕES IMPORTANTES:

• INCÓGNITA:

é um valor numérico a ser obtido capaz de solucionar uma equação. A incógnita pode ser chamada de variável, sendo representadas pelas letras x , y e z .

• EQUAÇÃO:

é uma igualdade que envolve duas expressões matemáticas que se verifica através dos valores das variáveis.

EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

PARTE 1

EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU:

Denomina-se equação do 1º grau com incógnita x , qualquer equação representada na forma $ax + b = 0$, sendo necessária que a incógnita x seja um número real e os números representados por a e b também sejam, sendo a um número diferente de zero.

$$ax + b = 0$$

RAIZ DE UMA EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU:

Valor dado à incógnita que torna a equação em uma sentença verdadeira.

SISTEMA DE EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU:

EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

PARTE 2

É uma equação formada por duas equações do primeiro grau que envolve duas incógnitas.
Podendo ser solucionada por dois métodos descritos abaixo

MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO:

Consiste em transformar essa equação com duas incógnitas em uma equação com apenas uma variável.

1º isole uma incógnita numa equação.

2º substitua essa equação no sistema dado.

SISTEMA DADO:

$$x + y = 30$$

$$x - y = 10$$

1º $x - y = 10 \rightarrow x = 10 + y$

2º $x + y = 30 \rightarrow 10 + y + y = 30$

$$2x = 30 - 10$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

PARTE 3

MÉTODO DA ADIÇÃO:

Consiste em deixar o sistema de equação com uma única variável, deixando os coeficientes de uma incógnita opostos e somando as duas equações.

SISTEMA DADO:

$$5x + 2y = 70$$

$$2x + 2y = 40$$

1º

$$\begin{aligned} 2x + 2y &= 40 \\ (-1) \cdot 2x + 2y &= 40 \\ -2x + (-2y) &= -40 \end{aligned}$$

2º

$$\begin{aligned} 5x + 2y &= 70 \\ -2x + (-2y) &= -40 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 5x + 2y = 70 \\ -2x + (-2y) = -40 \\ \hline 3x = 30 \\ x = 10 \end{array}$$

EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

PARTE 1

REPRESENTAÇÃO:

INCÓGNITA

É um valor numérico a ser obtido capaz de solucionar uma equação. Normalmente, a incógnita pode ser chamada de variável, sendo representadas pelas letras x , y e z .

DISCRIMINANTE:

Corresponde ao Δ da equação do 2º grau.

EQUAÇÃO:

É uma igualdade que envolve duas expressões matemáticas que se verifica através dos valores das variáveis.

EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU:

Denomina-se equação do segundo grau, na incógnita x , toda equação da forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Formulas para a obtenção das raízes de uma equação do segundo grau:

EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

PARTE 2

FÓRMULA DE BHÁSKARA

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

QUANDO

$\Delta > 0 \rightarrow$ Raízes reais e diferentes de zero.

$\Delta = 0 \rightarrow$ Raízes reais e iguais.

$\Delta < 0 \rightarrow$ Não raízes reais.

RELAÇÕES DE GIRARD:

Também conhecida como Soma e Produto relaciona as raízes x_1 e x_2 com os coeficientes a , b e c .

Soma

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

Produto

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

FUNÇÃO INVERSA E COMPOSTA

PARTE 1

FUNÇÃO COMPOSTA:

Também chamada de função da função. É resultado da junção de duas funções.

Trabalha proporcionalidade, combinando duas ou mais variáveis.

Trabalha proporcionalidade, combinando duas ou mais variáveis.

TENDO DUAS FUNÇÕES

1 $f: A \rightarrow B$

2 $g: B \rightarrow C$

A FUNÇÃO COMPOSTA, $GOF(X)$

$$h: A \rightarrow C$$

O domínio da função f precisa ser o contradomínio de g .

EXISTE DUAS MANEIRAS DE RESOLVER:

substituindo x em $gof(x)$ por uma função ou aplicando algum elemento do conjunto A na função h obtendo, automaticamente, um elemento do conjunto C .

As operações entre funções não são comutativas, assim, fog é diferente de gof (lê-se "g bola f").

Para obter a função composta substitui a variável de g pela função f .

FUNÇÃO INVERSA E COMPOSTA

PARTE 2

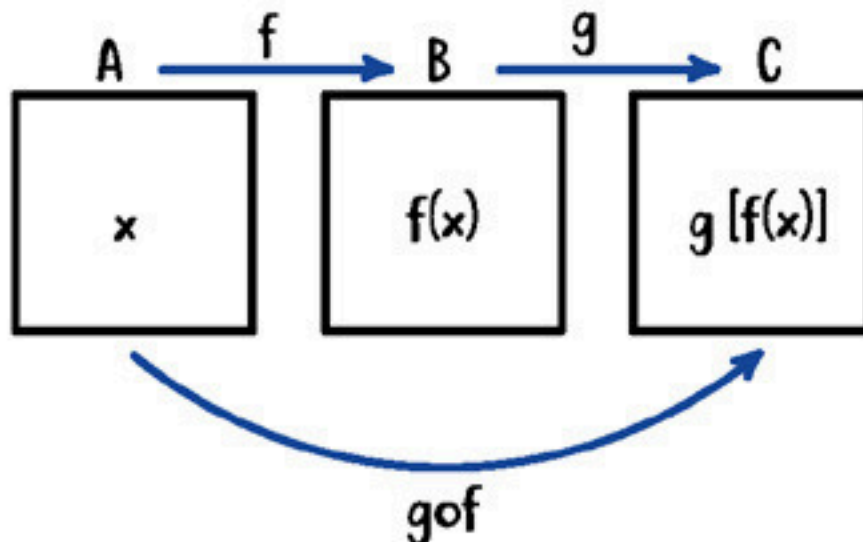
O domínio da função composta é igual ao domínio de f e o contradomínio é igual ao contradomínio da função g .

$$h = (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

FUNÇÃO INVERSA:

A função inversa da função f é a função f^{-1} .

DIAGRAMA DE UMA FUNÇÃO COMPOSTA:



Precisa ser bijetora, isto é, injetora
((x_1 diferente de x_2) $\Rightarrow$ $f(x_1)$ diferente de $f(x_2)$)
e sobrejetora (Imagem = contradomínio)
simultaneamente.

FUNÇÃO INVERSA E COMPOSTA

PARTE 3

Os pares ordenados da função f devem pertencer à f^{-1} da seguinte maneira:

(x, y) de $f^{-1} = (y, x)$ de f .

PARA RESOLVER:

- 1º Verificar se é bijetora.
- 2º Trocar x por y e y por x .
- 3º Isolar y .

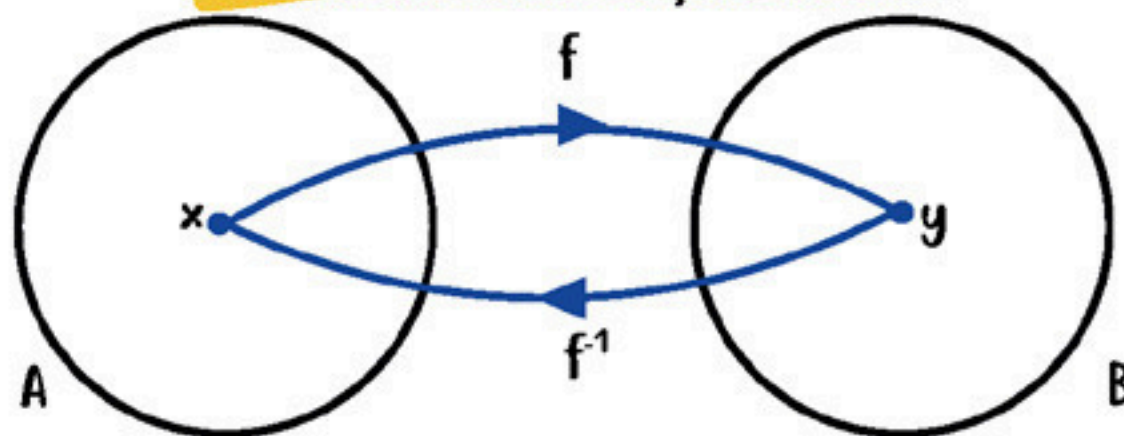
Seus gráficos são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares.

Domínio de f = Imagem de f^{-1} , e vice-versa.

$$f(x) = y$$

$$f^{-1}(y) = x$$

DIAGRAMA DE UMA FUNÇÃO INVERSA:



FUNÇÃO DO 1º GRAU

PARTE 1

DEFINIÇÃO

Função do 1º grau é toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada pela lei $f(x) = ax + b$ com a, b pertencentes aos números reais e a diferente de 0.

$$f(x) = ax + b$$

a: ☒ COEFICIENTE ANGULAR:

É ele que representa a tangente do anulo da inclinação da reta.



Coefficiente angular positivo:

Coefficiente angular negativo



RETA CRESCENTE

RETA CRESCENTE

b: ☒ COEFICIENTE ANGULAR:

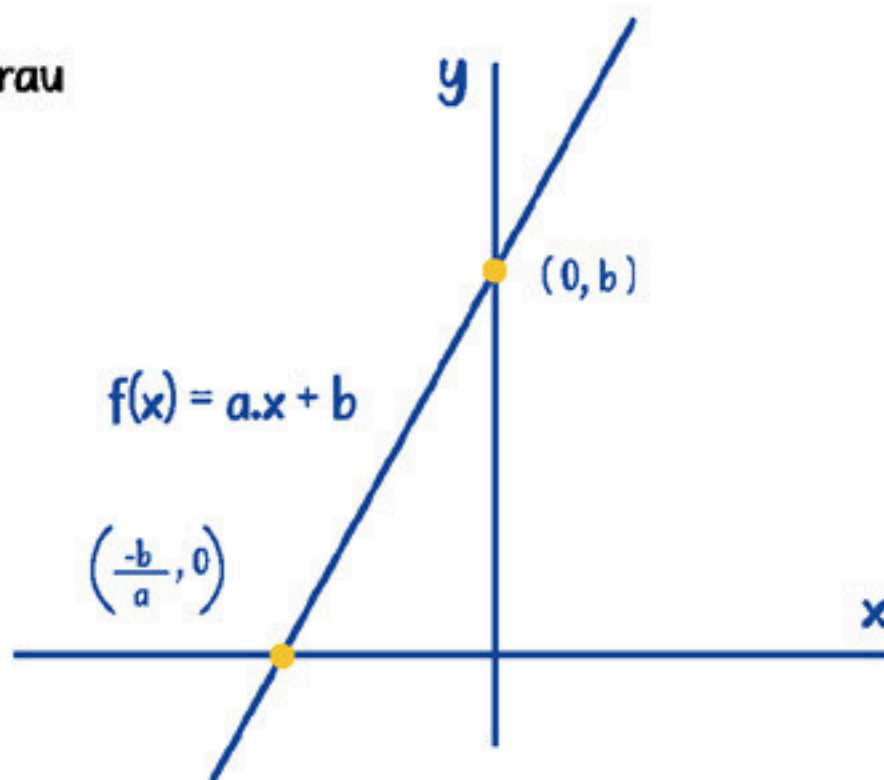
Representa o lugar onde a reta vai tocar o eixo y.

FUNÇÃO DO 1º GRAU

PARTE 2

GRÁFICO:

O gráfico de uma função do 1º grau é dado por uma reta inclinada.



FUNÇÃO DO 2º GRAU

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

Função quadrática ou função do 2º grau é toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada pela lei:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Com:

$$a, b, c \in \mathbb{R} \text{ e } a \neq 0$$

RAÍZES DE UMA FUNÇÃO DO 2º GRAU:

São os valores de x que tornam $f(x) = 0$.

FÓRMULAS:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta > 0$: 2 raízes reais e diferentes

$\Delta = 0$: 2 raízes reais e iguais

$\Delta < 0$: Não possui raízes reais

FUNÇÃO DO 2º GRAU

PARTE 2

Dada uma função do 2º grau do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ de raízes x_1 e x_2 .

Temos:

Soma

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

Produto:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

• AS COORDENADAS DO VÉRTICE DA PARÁBOLA SÃO DADAS PELAS FORMULAS:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

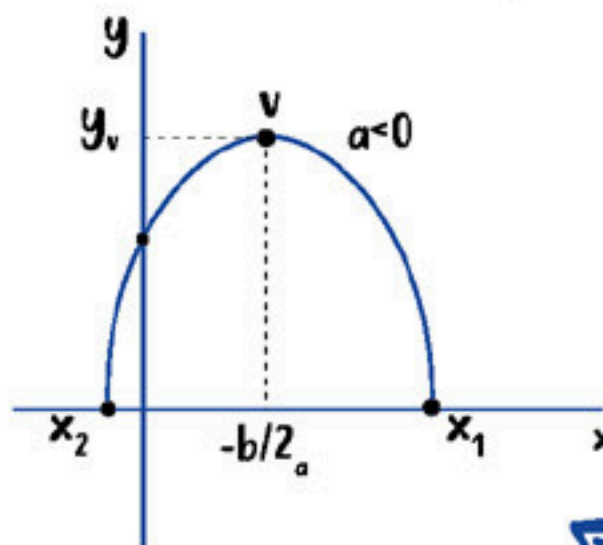
$$y_v = \frac{\Delta}{4a}$$

• VÉRTICE:

Ponto mais baixo ou mais alto da parábola.

GRÁFICO:

O gráfico de uma função do 2º grau é dado por uma parábola onde as raízes representam os pontos onde a parábola corta o eixo x e o número c representa onde a parábola corta o eixo y .



• ESTUDO DO SINAL QUANDO:

$A > 0$ = concavidade voltada para cima

$A < 0$ = concavidade voltada para baixo

FUNÇÃO QUADRÁTICA

PARTE 1

Também denominada função polinomial do 2º.

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

(onde: a , b e c são números reais e a é diferente de 0)



O gráfico é uma curva denominada parábola.

$a > 0$: concavidade voltada para cima.

$a < 0$: concavidade voltada para baixo.

Raízes ou zeros da função quadrática:

- É o valor de x (quando existir).
- Representam as abscissas dos pontos que interceptam o eixo x .

• Para resolver:

① Faz $f(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$.

② Aplica a Fórmula de Bhaskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a} \quad \Delta = b^2 - 4.a.c$$

O NÚMERO DE RAÍZES DA EQUAÇÃO:

FUNÇÃO QUADRÁTICA

PARTE 2

- $\Delta < 0 \rightarrow$ raízes não reais $\rightarrow$ a parábola não intercepta o eixo x. $\rightarrow$ $\begin{matrix} a > 0 \\ \cup \\ x \end{matrix}$ $\begin{matrix} a < 0 \\ \cap \\ x \end{matrix}$
- $\Delta > 0 \rightarrow$ raízes reais e diferentes ($x_1 \neq x_2$) $\rightarrow$ a parábola intercepta o eixo x em dois pontos diferentes. $\rightarrow$ $\begin{matrix} a > 0 \\ \cup \\ x \end{matrix}$ $\begin{matrix} a < 0 \\ \cap \\ x \end{matrix}$
- $\Delta = 0 \rightarrow$ raízes reais e iguais ($x_1 = x_2$) $\rightarrow$ a parábola tangencia o eixo x $\rightarrow$ $\begin{matrix} a > 0 \\ \cup \\ x \end{matrix}$ $\begin{matrix} a < 0 \\ \cap \\ x \end{matrix}$



FUNÇÃO QUADRÁTICA

PARTE 3

VÉRTICES DA PARÁBOLA: é o ponto extremo.

$a > 0$: concavidade voltada para cima. $\rightarrow$ o vértice é ponto de **mínimo**

$a < 0$: concavidade voltada para baixo. $\rightarrow$ o vértice é ponto de **máximo**.

DOMÍNIO: todos os reais.

IMAGEM: depende do valor de a .

$$a > 0 \rightarrow \text{Im} = [y_v + \infty) = \{y \in \mathbb{R} / y \geq y_v\}$$

$$a < 0 \rightarrow \text{Im} = (-\infty, y_v] = \{y \in \mathbb{R} / y \leq y_v\}$$

FUNÇÃO EXPONENCIAL

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

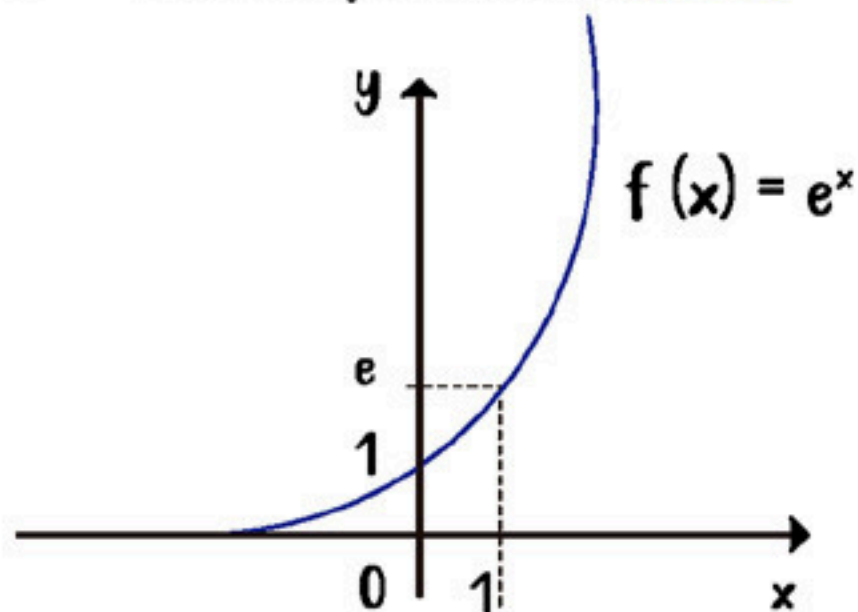
É chamada função exponencial toda função dada pela seguinte lei de formação:

$$f(x) = a^x$$

Com: $a > 0$ e $a \neq 1$

GRÁFICO:

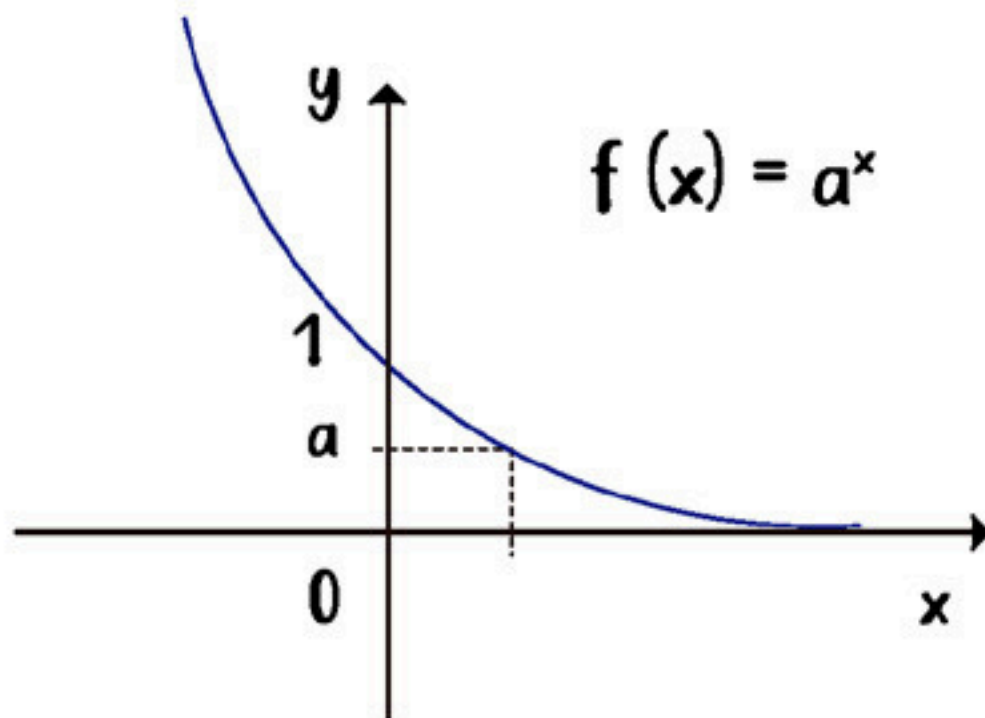
$a > 1$: Curva exponencial **crescente**



FUNÇÃO EXPONENCIAL

PARTE 2

$0 < a < 1$: Curva exponencial **decrecente**



$$f(x) = a^x$$

DETALHE:

- A curva nunca toca o eixo x, ou seja, não possui raízes.
- A curva sempre toca o eixo y na parte positiva.

TRIGONOMETRIA I

PARTE 1

ARCOS E ÂNGULOS.

GRAU

É uma medida comparativa entre o raio e o arco da circunferência, que varia de 0 a 360°

RADIANO

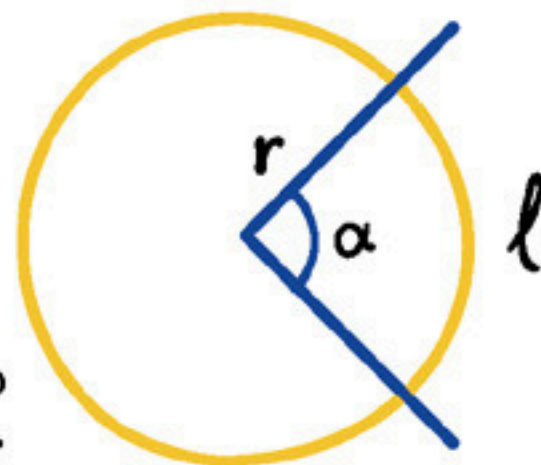
Medida de um ângulo, que gera um arco, e esse arco tem o mesmo tamanho do raio da circunferência.

RELAÇÃO
IMPORTANTE:

$$\alpha = \frac{l}{r}$$

É fácil notar que o “grau radiano”, depende-se por uma medida comparativa entre o comprimento linear formado pelo ângulo ao raio da circunferência.

$$180^\circ = \pi(\text{radianos})$$





TRIGONOMETRIA I

PARTE 2

- Soma dos arcos:

$$\text{Sen}(a+b) = \text{Sen}(a) \cdot \text{Cos}(b) + \text{Sen}(b) \cdot \text{Cos}(a)$$

$$\text{Cos}(a+b) = \text{Cos}(a) \cdot \text{Cos}(b) - \text{Sen}(a) \cdot \text{Sen}(b)$$

- Diferença entre arcos

$$\text{Sen}(a-b) = \text{Sen}(a) \cdot \text{Cos}(b) - \text{Sen}(b) \cdot \text{Cos}(a)$$

$$\text{Cos}(a-b) = \text{Cos}(a) \cdot \text{Cos}(b) + \text{Sen}(a) \cdot \text{Sen}(b)$$

- Arco tangente:

$$\text{tg}(a+b) = \frac{\text{tg}(a) + \text{tg}(b)}{1 - \text{tg}(a) \cdot \text{tg}(b)}$$

$$\text{tg}(a-b) = \frac{\text{tg}(a) - \text{tg}(b)}{1 + \text{tg}(a) \cdot \text{tg}(b)}$$

- Arco metade:

$$\text{Sen}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{Cos}(x)}{2}}$$

$$\text{Cos}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \text{Cos}(x)}{2}}$$

$$\text{tg}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{Cos}(x)}{1 + \text{Cos}(x)}}$$

CÁLCULO DOS ÂNGULOS DOS PONTEIROS DE UM RELÓGIO:

Um relógio de pulso se comporta de forma similar a um ao círculo trigonométrico, assim, é possível calcular o ângulo apenas com suas horas e minutos:

$$\theta = \frac{60h - 11m}{2}$$

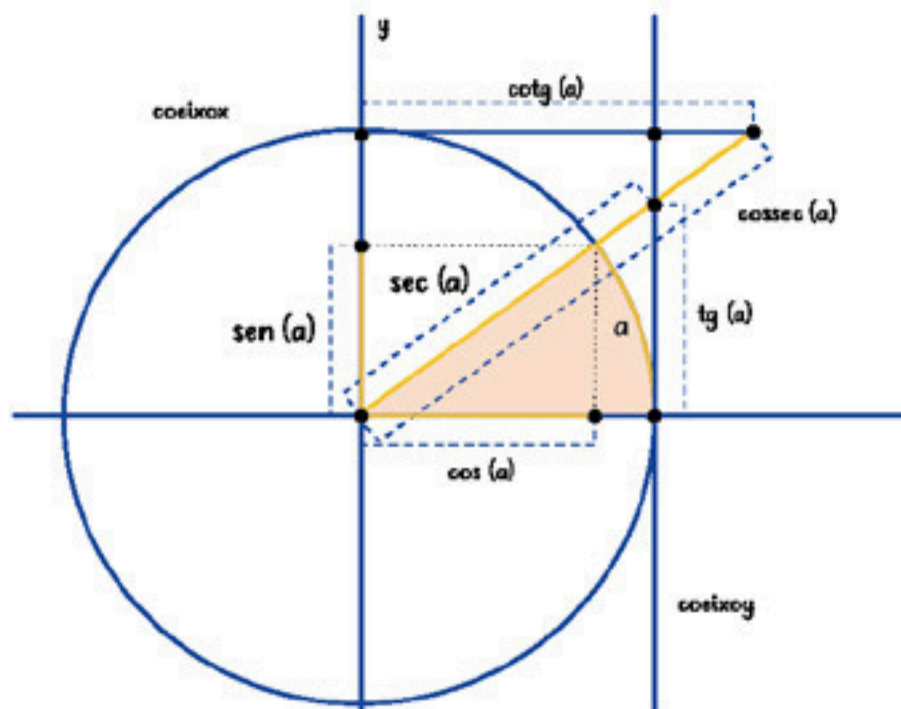
h : Horas
m : min

TRIGONOMETRIA II

PARTE 1

CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO:

Pode ser utilizado pela análise do triângulo retângulo abaixo, ele varia de 0 a 360°C e é fundamental para a compreensão das principais relações trigonométricas.



TRIGONOMETRIA II

PARTE 2

• RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS:

ÂNGULO	SENO	COSSENO	TANGENTE
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	∅
180°	0	-1	0
270°	-1	0	∅
360°	0	1	0

-Ângulos localizados no primeiro e segundo quadrante possuem seno positivo.

-Ângulos localizados no terceiro e quarto quadrante possuem cosseno negativo.

-Ângulos no primeiro e terceiro quadrante possuem tangente positiva.

-Ângulos no segundo e quarto quadrante possuem tangente negativa.

-A tangente obedece ao intervalo de $-\infty + \infty \in -\infty$.

TRIGONOMETRIA III

PARTE 1

SECANTE NO ARCO TRIGONOMÉTRICO:

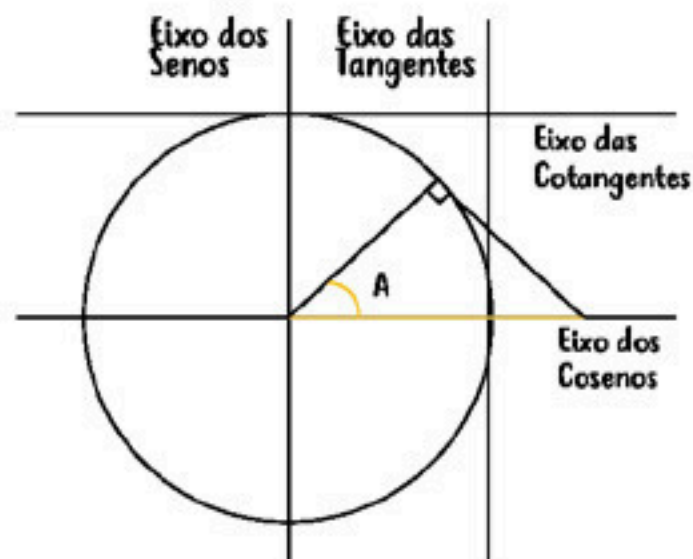
Secante é uma reta a circunferência em um ponto ou dois pontos em um plano.

CÁLCULO DA SECANTE:

Ela é positiva no 1º e 4º e negativa no 2º e 3º quadrante.

CÁLCULO DA SECANTE:

$$\text{Sec}(x) = \frac{1}{\text{Cos}(x)}$$



COSSECANTE NO ARCO TRIGONOMÉTRICO:

O conceito de cossecante é similar ao da secante, contudo, ela será relacionada ao seno do círculo trigonométrico.



- Não existe secante na forma $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi$ sendo k um número positivo e inteiro, nesses ângulos, o seu cosseno é zero.

TRIGONOMETRIA III

PARTE 2

CÁLCULO DA COSSECANTE:

$$\text{Sec}(x) = \frac{1}{\text{Sen}(x)}$$

COTANGENTE:

O eixo das cotangentes é um eixo paralelo a origem e as abscissas e que tangencia o ponto correspondente a 90° .



$$\text{Sec}(x) = \frac{1}{\text{tg}(x)}$$



- Assim como a tangente, a cotangente varia do mais ao menos infinito.
- Ela é positiva no 1° e 3° quadrante e negativa no 2° e 4° .

TRIGONOMETRIA III

PARTE 3

REDUÇÃO DE UM ARCO AO PRIMEIRO QUADRANTE:

Para fazer esse processo algébrico, é necessário compreender quantas vezes o cabe nesse arco:

$$\frac{13\pi}{6} = \frac{12\pi}{6} + \frac{\pi}{6}$$

Correspondente a 30°.

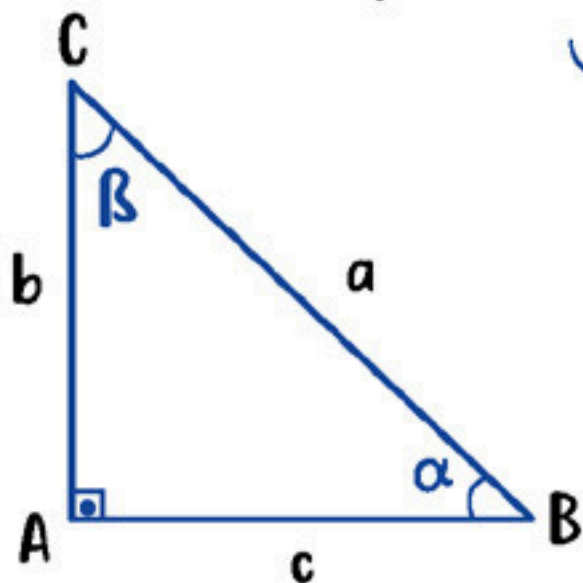
REDUÇÃO AO PRIMEIRO QUADRANTE DE UM ÂNGULO:

Basta dividir esse valor por 360, o resto será o ângulo correspondente.

GEOMETRIA PLANA

PARTE 1

Considere um triângulo retângulo ABC, com um ângulo reto no vértice A, e os ângulos agudos alfa e beta. Note que a soma desses ângulos é 90° (conhecidos como complementares).



A partir desse triângulo, é possível chegar as principais razões trigonométricas do triângulo retângulo.

$$\text{Sen } \alpha = \frac{b}{a}$$

$$\text{Cos } \alpha = \frac{c}{a}$$

$$\text{Tg } \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\text{Sen } \beta = \frac{c}{a}$$

$$\text{Cos } \beta = \frac{b}{a}$$

$$\text{Tg } \beta = \frac{c}{b}$$

GEOMETRIA PLANA

PARTE 2

ângulos	seno	cosseno	tangente
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS SE:

- Os lados correspondentes são proporcionais a uma razão K.
- Os lados correspondentes são proporcionais a uma razão K.
- As alturas correspondentes são proporcionais a uma razão K.
- As bissetrizes correspondentes são proporcionais a uma razão K.
- As mediatas correspondentes são proporcionais a uma razão K.

GEOMETRIA PLANA

PARTE 3

Os seus perímetros são proporcionais a uma razão K .



Os raios das circunferências inscritas (e também circunscritas) são proporcionais a uma razão K .



As áreas dos triângulos são proporcionais (k^2).

As áreas dos círculos circunscritos são proporcionais (k^2).



As áreas dos círculos inscritos são proporcionais (k^2).



Se os seus ângulos forem iguais, os triângulos também são proporcionais.

TEOREMA DE TALES

PARTE 1

Útil para determinar a medida de um segmento e nas relações de semelhança entre triângulos.

Garante a proporcionalidade entre segmentos de retas formados em um feixe de retas paralelas.

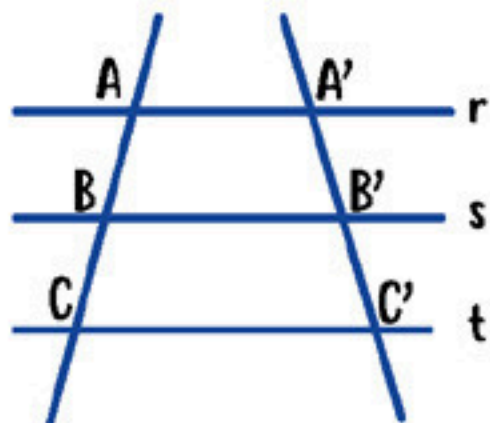
LEI DE CORRESPONDÊNCIA:

Quando duas retas transversais cortam um feixe de retas paralelas, as medidas dos segmentos delimitados pelas transversais são proporcionais.

FEIXE DE RETAS PARALELAS:
conjunto de retas paralelas.

RETAS TRANSVERSAIS:
intersecta todas as retas do feixe.

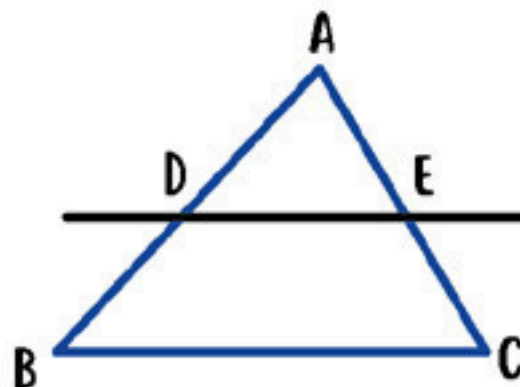
TEOREMA DE TALES APLICADO À DUAS RETAS:



RELAÇÃO DE PROPORCIONALIDADE:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$$

TEOREMA DE TALES APLICADO A TRIÂNGULO QUALQUER:



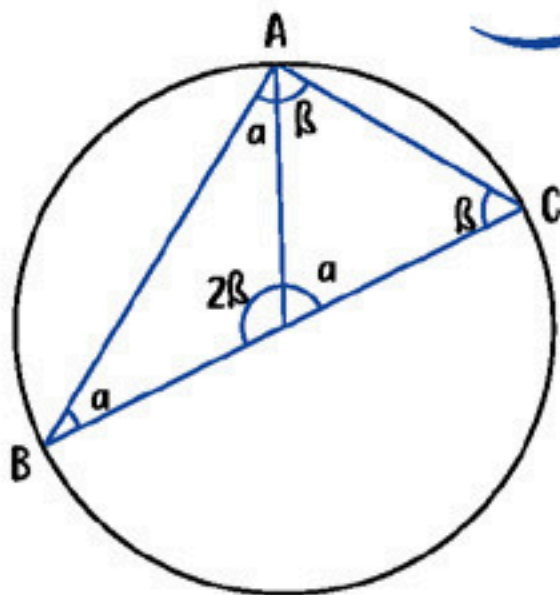
RELAÇÃO DE PROPORCIONALIDADE:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$$

TEOREMA DE TALES

PARTE 2

TEOREMA DE TALES
APLICADO A UM CÍRCULO:



RELAÇÕES:

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \text{raio}$$
$$\overline{BC} = \overline{OB} + \overline{OC}$$

Logo podemos dizer que os triângulos OAB e OAC são isósceles. E que:

$$a + a + \beta + \beta = 180^\circ$$

$$2a + 2\beta = 180^\circ$$

$$a + \beta = 90^\circ$$

Então, o triângulo OAC é retângulo.

CÍRCULO:

É o conjunto de todos os pontos pertencentes à região interior limitada pela circunferência e os pontos dela própria.

ÁREA DO CÍRCULO

- A área do círculo é calculada da seguinte forma:

$$A = \pi r^2$$

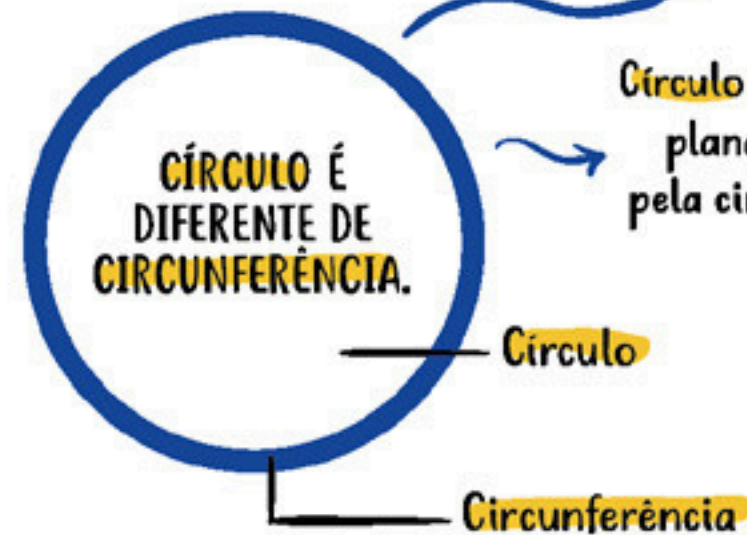
Onde:
 A = área do círculo,
 π = é constante
 r = raio

- Raio é a distância entre o centro a extremidade do círculo.

$$D = 2r \quad r = \frac{D}{2}$$

Circunferência é a linha que limita o círculo.

Círculo é uma figura plana limitada pela circunferência.



Perímetro do círculo: $P = 2\pi \cdot r$

DIÂMETRO: segmento de reta que passa pelo centro do círculo, dividindo-o ao meio.

RETAS

Linhas que não fazem curvas.

Apresenta uma única dimensão (comprimento)

São ilimitadas e infinitas.



RETAS

PARTE 1

POSTULADOS DA RETA: →

- Por um ponto fora de uma reta existe uma única paralela à reta dada (Postulado de Euclides).
- Dois pontos distintos determinam uma única reta.
- Em uma reta, bem como fora dela existem infinitos pontos.
- Por um ponto passam infinitas retas.

POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS RETAS

RETAS NÃO COPLANARES OU REVERSAS: não existe plano que as contenha.

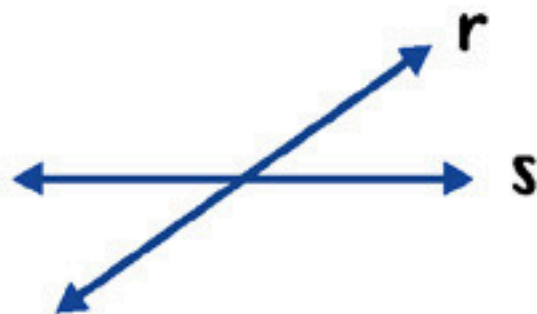


quando a projeção de uma reta reversa sobre outra formar um ângulo reto (90°) são chamadas ortogonais.

RETAS COPLANARES:

estão contidas em um mesmo plano. Podem ser concorrentes ou paralelas.

CONCORRENTES:



quando duas retas concorrentes formam um ângulo de 90° são chamadas perpendiculares.

RETAS

PARTE 2

PARALELAS:
podem ser coincidentes ou coplanares.



COINCIDENTES:
as duas retas têm todos os pontos em comum.



COPLANARES:
as retas não possuem ponto em comum.

O ponto de intersecção entre duas retas é obtido através da resolução do sistema linear formado pela equação das duas retas.

RETAS

PARTE 3

POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE UMA RETA E UM PLANO

RETA CONTIDA NO PLANO:

- Uma reta está contida em um plano se apresenta dois pontos distintos pertencentes a ele.
- Todos os pontos da reta estão contidos no plano.

RETA SECANTE OU CONCORRENTE AO PLANO:

- A reta tem um único ponto comum ao plano.
- Reta perpendicular ao plano: quando uma reta secante a um plano forma um ângulo de 90° com o plano. Senão ela é oblíqua.

RETA PARALELA AO PLANO:

não possuem nenhum ponto em comum

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES:

RETAS

PARTE 4

- EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA RETA:

$y - y_a = m(x - x_a)$, onde (x_a, y_a) é um ponto pertencente à reta e m é a tangente do ângulo que a reta forma com o eixo x .

- EQUAÇÃO GERAL DA RETA:

$ax + by + c = 0$, onde: a , b e c são números reais, a e b são não nulos. Um ponto (x, y) pertence à reta quando satisfaz a equação geral.

- EQUAÇÃO REDUZIDA DA RETA:

$y = m.x + q$, onde: $x = -a / b$, $q = -c / b$.

- EQUAÇÃO PARAMÉTRICA:

$x = f(t)$ e $y = f(t)$.

QUADRILÁTEROS:

São polígonos que têm quatro lados.



Em qualquer quadrilátero, a soma dos ângulos internos vale 360° .

PRINCIPAIS QUADRILÁTEROS

TRAPÉZIO:

Quadriláteros com apenas dois lados paralelos, chamados de bases.



Trapézio isósceles

Trapézio retângulo

Trapézio escaleno

QUADRILÁTEROS

PARTE 1

TRAPÉZIOS ESCALENOS:

- As medidas dos quatro lados são diferentes;
- os quatro ângulos não são congruentes.

TRAPÉZIOS ISÓSCELES

- As medidas dos lados não paralelos são congruentes.
- Os ângulos adjacentes de uma mesma base são congruentes.

TRAPÉZIO RETÂNGULO:

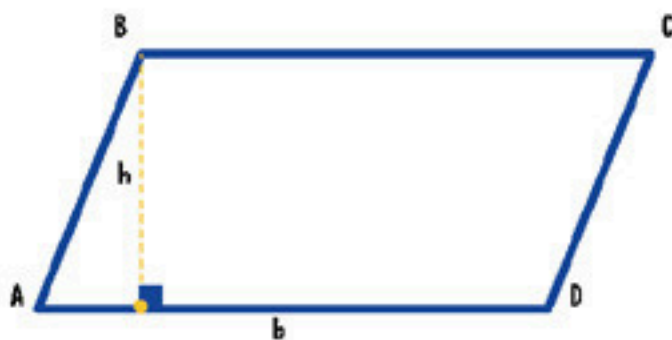
- Um dos lados não paralelos é perpendicular aos dois lados paralelos.

QUADRILÁTEROS

PARTE 2

PARALELOGRAMAS:

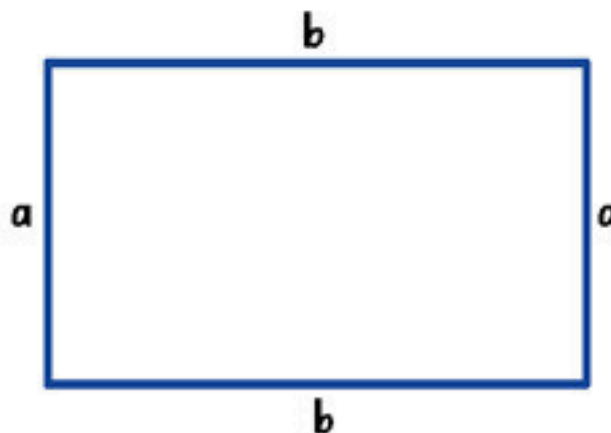
- Quadriláteros que têm lados opostos e paralelos e congruentes.
- Os ângulos opostos são congruentes.
- Diagonais que se cruzam no seu ponto médio.



CASOS ESPECIAIS:

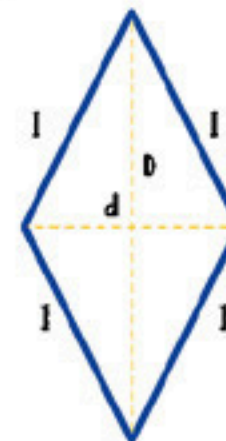
RETÂNGULO

- Paralelogramo com quatro ângulos internos congruentes e medindo 90° ;
- Diagonais congruentes.



LOSANGO

- Paralelogramo com quatro lados congruentes entre si;
- Ângulos opostos congruentes entre si;
- Diagonais se interceptam no ponto médio, perpendiculares entre si, bissetrizes dos ângulos internos.



QUADRADO

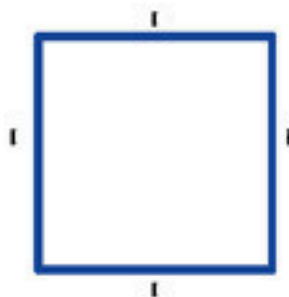
- Quatro lados e quatro ângulos congruentes entre si, medindo 90°.

- Diagonais congruentes entre si e se interceptam no ponto médio.

QUADRILÁTEROS

PARTE 3

RELAÇÕES IMPORTANTES



ÁREA DO TRAPÉZIO:

$$S = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

S = área,
B = base maior
b = base

ÁREA DO LOSANGO

$$S = \frac{D \cdot d}{2}$$

S = área,
D = diagonal maior
d = diagonal

ÁREA DO PARALELOGRAMO SIMPLES E DO RETÂNGULO:

$$S = b \cdot h$$

S = área,
b = base
h = altura

ÁREA DO QUADRADO

$$S = l^2$$

S = área,
l = lado

DETERMINAÇÃO DO PONTO MÉDIO NO TRAPÉZIO RETÂNGULO

$$MN = \frac{B + b}{2}$$

MN = ponto médio
B = base maior
b = base

CIRCUNFERÊNCIA

PARTE 2

RELAÇÕES IMPORTANTES

→ EQUAÇÃO GERAL DA CIRCUNFERÊNCIA:

$$X^2 + Y^2 - 2X_0X - 2Y_0Y + X_0^2 + Y_0^2 - R^2 = 0$$

→ EQUAÇÃO REDUZIDA DA CIRCUNFERÊNCIA:

$$(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 = R^2$$

→ COMPRIMENTO OU PERÍMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

RAIO DA
CIRCUNFERÊNCIA:

$$r = \frac{d}{2}$$

ÁREA DA
CIRCUNFERÊNCIA:

$$A = \pi r^2$$

CÔNICAS

PARTE 1

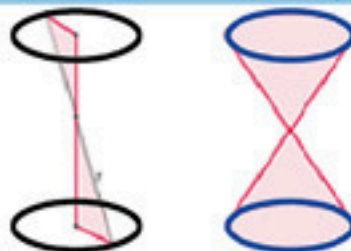
CÔNICAS

são figuras geométricas planas, obtidas pela intersecção de um cone duplo de revolução com um plano.

CONE DUPLO DE REVOLUÇÃO:

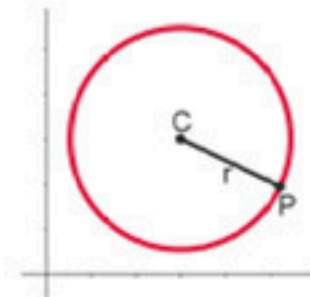
obtido pelo giro de uma reta r sobre um eixo, que, por sua vez, é outra reta concorrente à reta r .

a reta r sobre um eixo, que,



TIPOS DE CÔNICAS:

CIRCUNFERÊNCIA:



r é o raio da circunferência, segmento de reta que liga qualquer ponto $P(x, y)$ da circunferência ao seu centro, $C(x_0, y_0)$.

CÔNICAS

PARTE 2

ELEMENTOS DA CIRCUNFERÊNCIA:

RAIO:

segmento de reta que une um ponto da circunferência ao centro.

CORDA:

segmento de reta que dois pontos da circunferência.

CENTRO:

ponto equidistante à todos os pontos da circunferência.

DIÂMETRO:

segmento de reta que une dois pontos da circunferência passando pelo centro.

ARCO:

porção da circunferência limitada por dois pontos.

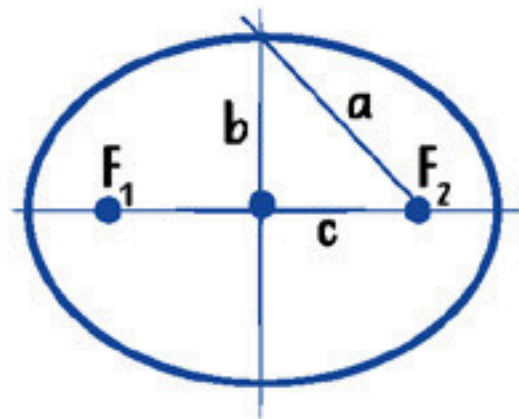
CÔNICAS

PARTE 3

EQUAÇÃO REDUZIDA
DA CIRCUNFERÊNCIA:

$$(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 = R^2$$

ELIPSE:



é o conjunto dos pontos P ,
que satisfazem a seguinte
condição: a soma da dis-
tância de P a F_1 com a
distância de P a F_2 é a
constante $2a$.

$$d_{PF1} + d_{PF2} = 2a$$

CÔNICAS

PARTE 4

ELEMENTOS DA ELIPSE:

FOCOS:
os pontos F_1 e F_2

EXCENTRICIDADE:
 c/a . $2A > 2C$.

CENTRO:
ponto médio do segmento F_1F_2 , cuja extremidade são os focos.

DISTÂNCIA FOCAL:
A distância entre os os focos, F_1 e F_2 é $2c$.

EIXO MAIOR: é o segmento A_1A_2 , onde as extremidades são pontos que pertencem à intersecção entre a elipse e a reta que contém os focos. A medida desse eixo é igual a $2a$, mesmo comprimento da soma das distâncias entre um ponto qualquer da elipse e seus focos.

EIXO MENOR: é o segmento B_1B_2 , onde suas extremidades são pontos que pertencem à intersecção entre a elipse e a reta perpendicular ao eixo maior. O comprimento desse eixo é igual a $2b$, em que b é a distância entre o centro da elipse e o ponto B_1 .

CÔNICAS

PARTE 5

EQUAÇÕES REDUZIDAS DA ELIPSE:

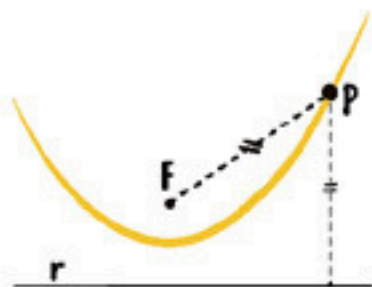
(focos no eixo x)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(focos no eixo y)

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$

PARÁBOLA:



ELEMENTOS DA PARÁBOLA:

- 1 **FOCO (F)**: ponto F usado na identificação da parábola.
- 2 **DIRETRIZ**: a reta r.
- 3 **PARÂMETRO (p)**: distância entre a diretriz e o foco.
- 4 **VÉRTICE (V)**: ponto mais próximo da diretriz. $VF = \frac{p}{2}$
- 5 **EIXO DE SIMETRIA**: reta perpendicular à diretriz, passa pelo vértice.

Temos uma reta r, chamada de diretriz e o ponto F, chamado de foco em um mesmo plano. Uma parábola é o conjunto de pontos P, onde a distância entre P e F é igual à distância entre P (x,y) e r.

EQUAÇÕES REDUZIDAS DAS PARÁBOLAS:

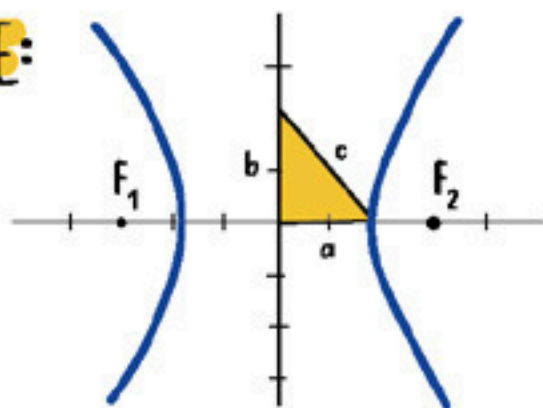
$$y^2 = 2px \text{ (foco no eixo } x)$$

$$x^2 = 2py \text{ (foco no eixo } y)$$

CÔNICAS

PARTE 6

HIPÉRBOLE:



é o conjunto dos pontos do plano cuja diferença (em módulo) das distâncias dos focos, F_1 e F_2 é a constante $2a$ ($0 < 2a < 2c$).

$$|d_{PF_1} - d_{PF_2}| = 2a$$

ELEMENTOS DA HIPÉRBOLE:

- 1 FOCOS:** os pontos F_1 e F_2 .
- 2 DISTÂNCIA FOCAL:** distância entre os focos, que é igual a $2c$.
- 3 CENTRO:** é o ponto médio do segmento que tem os focos como extremidade.
- 4 EIXO REAL:** o segmento de reta, A_1A_2 , que intercepta os focos. O comprimento do eixo real é $2a$.
- 5 EIXO IMAGINÁRIO:** é o segmento de reta B_1B_2 perpendicular ao eixo real, com ponto médio no centro da hipérbole. A distância do ponto B_1 até A_1 é igual a c , assim como as distâncias de B_1 a A_2 , B_2 a A_1 e B_2 a A_2 . O comprimento do eixo imaginário é $2b$.
- 6 EXCENTRICIDADE:** C/A .

EQUAÇÕES
REDUZIDAS
DA HIPÉRBOLE:

(focos no eixo x)

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(focos no eixo y)

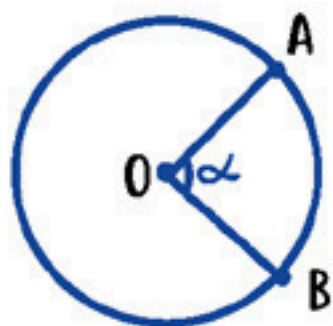
$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

ÂNGULOS DA CIRCUNFERÊNCIA E POLÍGONOS INSCRITOS

PARTE 1

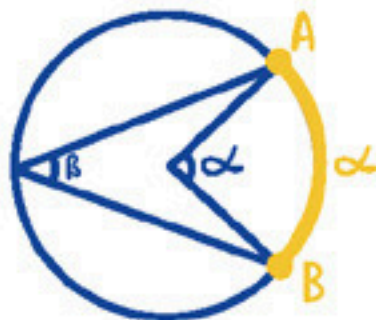
ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

ÂNGULO CENTRAL:
ângulo com vértice no centro da circunferência.



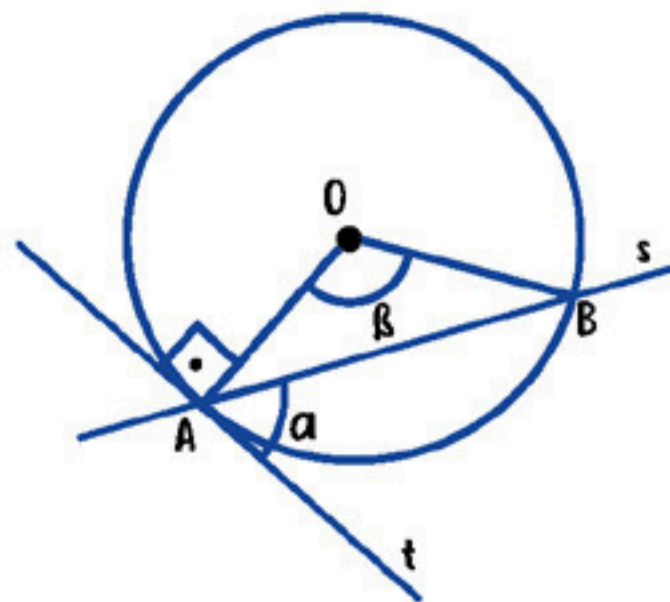
$$\alpha = \widehat{AOB}$$

ÂNGULO INSCRITO:
é o ângulo com vértice sobre a circunferência.



$$\beta = \frac{\alpha}{2}$$

ÂNGULO DE SEGMENTO:
ângulo com vértice sobre a circunferência, um dos lados na secante outro na tangente, concorrentes no vértice do ângulo.



$$a = \frac{\beta}{2}$$

ÂNGULOS DA CIRCUNFERÊNCIA E POLÍGONOS INSCRITOS

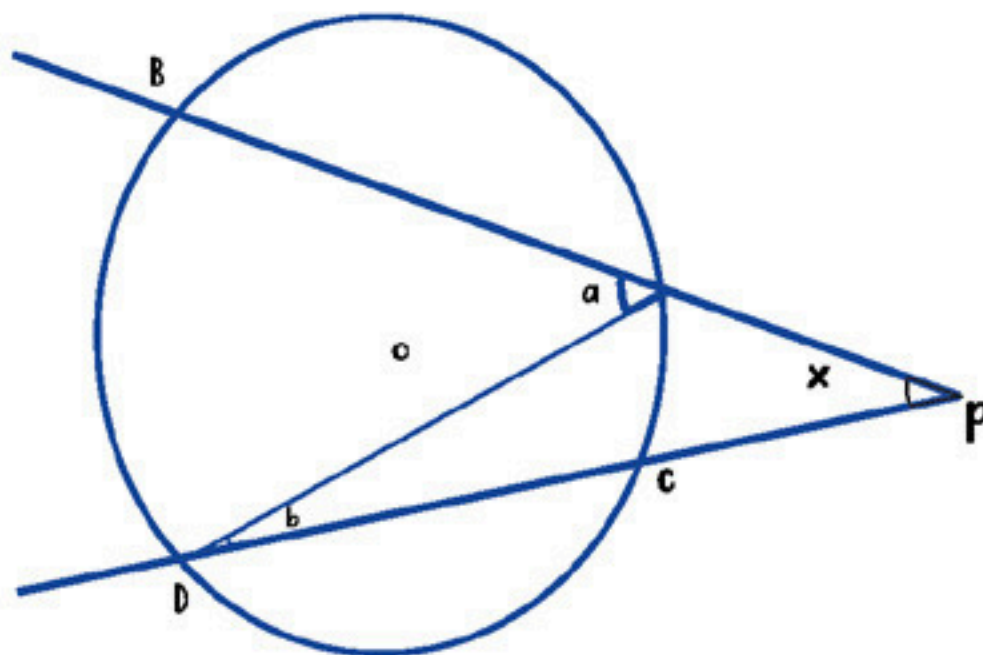
PARTE 2

ÂNGULO EXCÊNTRICO EXTERIOR:

é o ângulo de vértice externo à circunferência.



Formado por duas semirretas secantes, duas semirretas tangentes ou uma semirreta secante e outra tangente.



$$BPD = \frac{BD - AC}{2}$$

$$a = b + x$$

Teorema do Ângulo Externo

$$x = a - b$$

$$BPD = x = a - b$$

$$a = \frac{BD}{2} \quad b = \frac{AC}{2}$$

ÂNGULOS DA CIRCUNFERÊNCIA E POLÍGONOS INSCRITOS

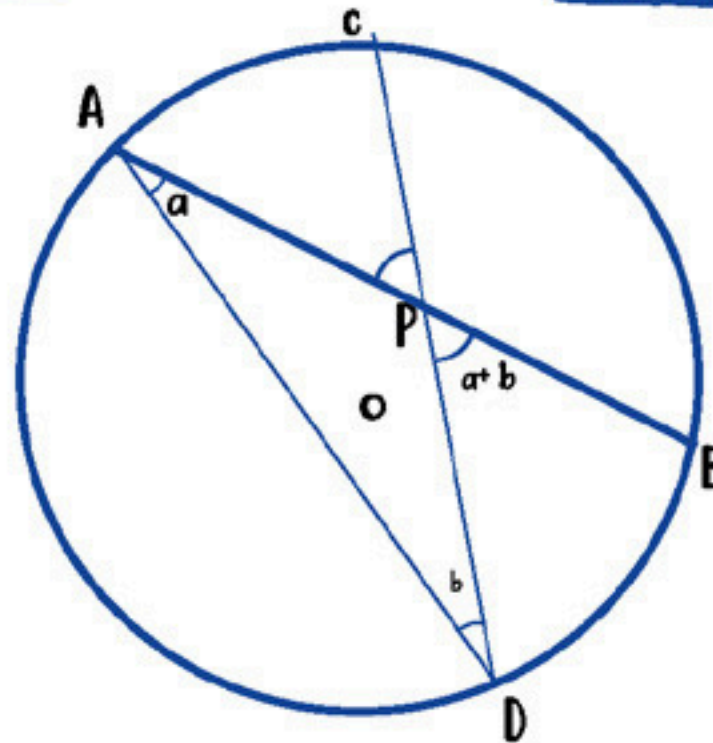
PARTE 3

ÂNGULO EXCÊNTRICO INTERIOR:

ângulo de vértice interno à circunferência.



Formado por duas cordas que se interceptam em um ponto distinto do centro.



$$BPD = a + b$$

Teorema do Ângulo Externo

$$a = \frac{BD}{2} \text{ e } b = \frac{AC}{2}$$

$$BPD = \frac{BD + AC}{2}$$

POLÍGONO INSCRITO NUMA CIRCUNFERÊNCIA:

é quando um polígono está contido no interior de uma circunferência.



- Todos os vértices do polígono são pontos da circunferência.



- Pode-se dizer também que a circunferência circunscreve o polígono.



- mesma medida do raio da circunferência.

ÂNGULOS DA CIRCUNFERÊNCIA E POLÍGONOS INSCRITOS

PARTE 4

APÓTEMA:

- Segmento de reta que liga o centro do polígono a um ponto médio de um de seus lados.



NO CASO DO QUADRILÁTERO INSCRITO:

Os ângulos opostos do quadrilátero são suplementares (sua soma = 180°).

E o produto das diagonais é igual à soma dos produtos dos lados opostos (Teorema de Ptolomeu).

RELAÇÕES IMPORTANTES

Ângulo formado por lados de raios consecutivos de um polígono inscrito:

$$x = 360^\circ/n$$

(x = ângulo e n = número de lados do polígono).

TEOREMA DE PTOLOMEU:

$$d_1 \cdot d_2 = l_1 \cdot l_2 + l_3 \cdot l_4$$

TEOREMA DE PITOT:

$$l_1 + l_2 = l_3 + l_4$$

CILINDRO E CONE

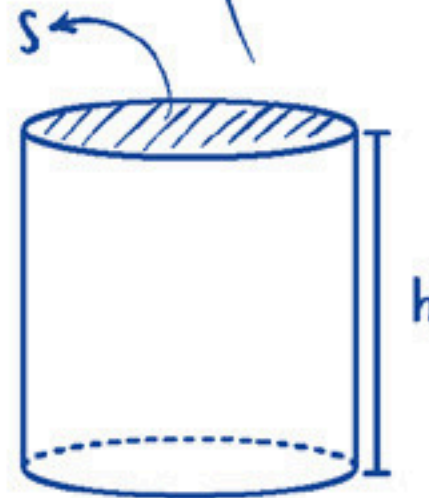
PARTE 1

CILINDRO CIRCULAR:

Denomina-se cilindro circular à reunião dos elementos congruentes e paralelos de uma reta, com uma extremidade nos pontos do círculo de raio R e situados num mesmo espaço determinados por um ângulo.

PRINCIPAIS
ELEMENTOS
DO CILINDRO:

GERATRIZ,
ALTURA,
RAIO DA BASE.



ÁREA DA BASE:

$$A_{base} = \pi R^2$$

ÁREA DA LATERAL:

$$A_{lateral} = 2\pi Rg$$

ÁREA DO TOTAL:

$$A_{Total} = 2\pi R(R+h)$$

VOLUME:

$$\text{Área}_{Total} = \pi R(R+g)$$

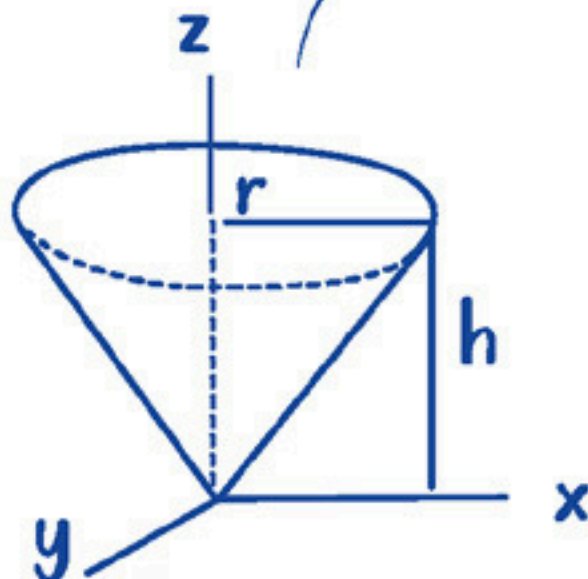
CILINDRO E CONE

PARTE 2

CONE DE REVOLUÇÃO (CONE RETO):

ELEMENTOS
DO CONE:

RAIO (R),
GERATRIZ (G),
ALTURA (H)



ÁREA DA BASE:

$$A_{\text{base}} = \pi R^2$$

ÁREA DA LATERAL:

$$A_{\text{lateral}} = \pi Rg$$

ÁREA DO TOTAL:

$$A_{\text{lateral}} = \pi Rg$$

GEOMETRIA ESPACIAL: ESFERA

PARTE 1

- A esfera é um elemento espacial em formato arredondado. Em outras palavras é o sólido obtido pela rotação completa de um semicírculo em torno de um eixo que contém diâmetro.

- Também é definida como o conjunto de pontos do espaço cujas distâncias ao ponto O são menores ou iguais a R (raio da esfera).

- O conjunto de todos os pontos P do espaço cujas distâncias ao ponto O são iguais a R é denominado superfície esférica de centro O e raio R.

ÁREA DA
SUPERFÍCIE ESFÉRICA:

$$A = 4\pi R^2$$

VOLUME DA ESFERA:

$$\frac{4}{3} \pi R^3$$

PLANO SECANTE:

A intersecção de um plano com uma esfera é um círculo de raio r (r menor ou igual a R). Quando um plano passa pelo centro da esfera, a secção é um círculo de raio R (raio da esfera), chamado círculo máximo da esfera.

GEOMETRIA ESPACIAL: ESFERA

PARTE 2

Um plano distando d e centro da esfera ($d < R$), determina na esfera uma secção de raio r . A relação entre d , r e R é dada por Pitágoras:

$$R^2 = r^2 + d^2$$

FUSO ESFÉRICO (ÁREA):

É a parte da superfície esférica compreendida entre dois semicírculos com o mesmo diâmetro. De uma maneira mais simples de compreender, é imaginar uma laranja e um de seus gomos, o fuso esférico é a casca desse gomo.

$$V_{\text{fuso}} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \alpha}{90^\circ}$$

$$V_{\text{fuso}} = 2 \cdot R^2 \cdot \alpha$$

CUNHA ESFÉRICA (VOLUME):

É o sólido por dois semicírculos e pela superfície do fuso. De maneira mais simples de compreender, é imaginar uma laranja e um de seus gomos, a cunha esférica é o gomo completo.

$$V_{\text{cunha}} = \frac{\pi \cdot R^3 \cdot \alpha}{270^\circ}$$

$$V_{\text{cunha}} = \frac{2 \cdot R^3 \cdot \alpha}{3}$$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

Progressão Aritmética (PA) é toda sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado com uma constante, chamada razão da progressão aritmética.

REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA:

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n)$$

RAZÃO:

é o número somado aos termos.

$$r = a_n - a_{n-1}$$

TERMO GERAL: Qualquer termo de uma PA pode ser encontrado usando a formula

a_n = é o enésimo termo

a_1 = é o primeiro termo

n = número de termos

r = razão

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

PARTE 2

SOMA DOS "N"
PRIMEIROS TERMOS
DE UMA PA:

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$$

S_n = é a soma dos n termos da PA

a_1 = é o primeiro termo

a_n = é o enésimo termo

n = número de termos da PA

PROPRIEDADES:

I) Em uma PA de 3 termos a média aritmética dos extremos resultará no termo do meio.

II) A soma de termos equidistantes é igual à soma dos extremos.

III) Em PA cuja o total de termos é um número ímpar, o termo central é igual à média aritmética dos extremos.

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

Progressão geométrica (PG) é toda sequência numérica que cresce ou decresce através do produto por uma taxa constante. Tal constante é denominada de razão da progressão geométrica.

REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA:

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, \dots)$$

RAZÃO DA PG:

Seguindo a representação matemática dada a cima é possível obter a razão de uma PG usando a seguinte formula:

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

q = razão da PG

a_n = é o enésimo termo

n = é o número de termo da PG

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

PARTE 2

TERMO GERAL DE UMA PG:

Usando a seguinte fórmula é possível encontrar qualquer termo de uma PG

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

a_n = é o enésimo termo

a_1 = é o primeiro termo

n = número de termos da PG

q = razão da PG

SOMA DOS INFINITOS TERMOS DE UMA PG:

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q}$$

S_{∞} Soma dos infinitos termos

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

PARTE 3

SOMA DOS N TERMOS DE UMA PG:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

S_n = SOMA DOS N TERMOS DA PG

PROPRIEDADES:

- I) Em uma PG de 3 termos o termo central é igual à média geométrica dos números vizinhos.
- II) O produto de dois termos equidistantes dos extremos é igual ao produto dos extremos.
- III) O termo central em toda PG com a quantidade de termos ímpares é igual à média geométrica dos extremos.

MATRIZES

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

Servem pra calcular sistemas lineares.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 3 & 7 & 8 \end{bmatrix} \text{ — matriz}$$

n : n° de linhas
 m : n° de colunas

Matriz linha: $\rightarrow [1 \ 3 \ 2]$

Matriz coluna: $\rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -10 \end{bmatrix}$

MATRIZ QUADRADA:

Determinantes só podem ser calculados de matrizes quadradas. O número de linhas deve ser igual ao de colunas.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 10 & 2 & 2 \\ -1 & 8 & 2 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

MATRIZES ESPECIAIS

MATRIZES

PARTE 2

Matriz diagonal:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Matriz identidade:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

OPERAÇÕES COM MATRIZES:

Igualdade de matrizes de ordem semelhante:

$$\begin{bmatrix} 2x & 3y \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 & 2y \\ 3 & y+4 \end{bmatrix}$$

MATRIZES

PARTE 3

→ SOMA DE MATRIZES DE MESMA ORDEM:

Basta somar os elementos correspondentes a cada linha e coluna.

→ SUBTRAÇÃO DE MATRIZES DE MESMA ORDEM:

Basta subtrair os elementos correspondentes a cada linha e coluna.

→ MULTIPLICAÇÃO MATRICIAL:

A quantidade de colunas da matriz A deve ser igual a quantidade de linhas da matriz B, o resultado terá o mesmo número de linhas da primeira e colunas da segunda matriz.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0.4 + 1.2 & 7.0 + 1.3 \\ 1.4 + 0.2 & 7.1 + 3.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

EQUAÇÃO LINEAR:

Toda equação que pode ser reduzida à forma:

SISTEMAS LINEARES

PARTE 1

$$a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 + \dots + a_n \cdot x_n = b$$

(onde x = incógnitas, os coeficientes a = números reais e o termo independente b = número real).

Numa equação linear os expoentes das incógnitas são todos igual a 1.

SISTEMAS LINEARES:

- É todo sistema formado por equações lineares.
- A solução deve satisfazer todas as equações lineares.
- Modelo de um sistema linear:

SISTEMAS LINEARES

PARTE 2

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

> A classificação de um sistema linear de um sistema linear é feita de acordo com o número de soluções que ele admite, da seguinte maneira:

SISTEMA LINEAR HOMOGÊNEO:

todos os termos independentes são nulos.

POSSÍVEL: ADMITE SOLUÇÕES.

- **DETERMINADO**: solução única;
- **INDETERMINADO**: infinitas soluções.
- **IMPOSSÍVEL**: não tem solução.

SISTEMAS LINEARES

PARTE 3

TEOREMA DE CRAMER:

Um sistema linear com n equações e n incógnitas é possível e determinado quando o determinante dos coeficientes das equações lineares for não nulo.

SOLUÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR COM DUAS EQUAÇÕES E DUAS INCÓGNITAS:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

1 CALCULA O DETERMINANTE DA MATRIZ:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

SISTEMAS LINEARES

PARTE 4

Se $\Delta = 0$:
Sistema possível e indeterminado ou impossível.

$$\begin{cases} ax + by = k_1 \\ ax + by = k_2 \end{cases}$$

Se $k_1 = k_2$
sistema possível e indeterminado.

Se $k_1 \neq k_2$
sistema impossível.

Se $\Delta \neq 0$:
sistema possível e determinado.

2 Faz Δx e Δy :

$$\Delta x = \begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}$$

3 Por fim,

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta}$$

Sistemas lineares com três equações e três incógnitas:

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ ex + fy + gz = h \\ ix + jy + kz = e \end{cases}$$



SISTEMAS LINEARES

PARTE 5

1 **Calcula o determinante:**

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{vmatrix}$$

Se $\Delta = 0$:

Sistema possível e indeterminado ou impossível.

→ O MAIS COVENIENTE É:

- 1 isolar uma das incógnitas de uma das equações dadas;
- 2 substituí-la nas outras equações;
- 3 resolver como um sistema linear de duas equações e duas incógnitas.

Se $\Delta \neq 0$: sistema possível e determinado.

SISTEMAS LINEARES

PARTE 6

(2) Faz Δx , Δy e Δz :

$$\Delta x = \begin{vmatrix} d & b & c \\ h & f & g \\ l & j & k \end{vmatrix}$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a & d & c \\ e & h & g \\ i & l & k \end{vmatrix}$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} a & b & d \\ e & f & h \\ i & j & l \end{vmatrix}$$

MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO:

- 1 Isolamos uma incógnita de uma das equações.
- 2 Substituímos esse valor algébrico na equação que não foi usada.
- 3 Como haverá só uma incógnita, resolvendo essa equação encontraremos o valor dela.
- 4 Substituindo o valor encontrado em uma das equações, obteremos o valor da outra incógnita.



SISTEMAS LINEARES

PARTE 7

MÉTODO DA ADIÇÃO:

- 1 Somamos as equações -- Quando as incógnitas não forem o mesmo número com sinais opostos multiplica uma equação por uma constante, de modo que fique o oposto da outra.
- 2 Por possuírem o mesmo valor com sinais diferentes, na soma das equações uma das incógnitas será anulada.
- 3 Assim restará apenas uma incógnita e seu valor será obtido pela resolução da equação resultante da soma.
- 4 Substituímos o valor obtido em uma das equações para solucionar a outra incógnita.

ANÁLISE COMBINATÓRIA

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

Análise combinatória é um ramo da matemática que possibilita prever de quantas maneiras um evento pode acontecer.

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM-PFC:

É um método algébrico utilizado para obter o número de possibilidades de um evento acontecer sem precisar descrever todas as possibilidades do evento.

DETALHE:

Os princípios aditivo e multiplicativo são a base para a resolução de problemas que envolvem o **cálculo combinatório**. Dessa forma, para não haver incompreensão sobre o assunto e erros nos cálculos a distinção entre esses dois princípios devem ficar bem

Conjunção	Faz ligação entre	Operação
ou	Hipóteses	Adição
e	Etapas	Multiplicação

PRINCÍPIO ADITIVO:

Realiza a união de dois ou mais conjuntos finitos de intersecção vazia.

ANÁLISE COMBINATÓRIA

PARTE 2



REPRESENTAÇÃO:

Seja um conjunto A e um conjunto B disjuntos e finitos a adição dos elementos é dada por:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

Onde:

$n(A \cup B)$ = União dos elementos dos conjuntos A e B

$n(A)$ = Elementos do conjunto A.

$n(B)$ = Elementos do conjunto B.

ANÁLISE COMBINATÓRIA

PARTE 3

EXEMPLO DO
PRINCÍPIO ADITIVO:

Fábio Assunção em uma sexta-feira vai a uma lanchonete com o objetivo de tomar uma bebida, em seguida olhando o cardápio ele encontra os conjuntos: suco de frutas/SF, bebidas artificiais/BA e alcoólicas/A, contendo respectivamente 8, 5 e 15 opções distintas. Nesse contexto, Fábio pode ingerir uma bebida alcoólica ou um artificial ou um suco. Desse modo, quantas maneiras distintas há de o Fábio beber algo?

$$n(SF \cup BA \cup A) = n(SF) + n(BA) + n(A)$$

$$n(SF \cup BA \cup A) = 8 + 5 + 15$$

$$n(SF \cup BA \cup A) = 28$$

RESPOSTA: 28

PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:

Se um evento A pode ocorrer de x maneiras distintas e o evento B de y maneiras diferentes, então o evento A seguido simultaneamente do evento B pode ocorrer de $x.y$ maneiras distintas, ou seja, o resultado será dado pela multiplicação do número elementos contidos no conjunto A pelo número de elementos do conjunto B.

ANÁLISE COMBINATÓRIA

PARTE 4

EXEMPLO DO PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:

Fábio Assunção chega a uma lanchonete com o objetivo de tomar algo, então olha o cardápio de bebidas e encontra os conjuntos: **suco de frutas/SF**, **bebidas artificiais/BA** e **alcoólicas/A**, contendo respectivamente 8, 5 e 15 opções distintas. Em seguida ele olha seu WhatsApp e ver que foi convidado para 7 eventos. Fábio decide que tomar um suco de fruta e ir somente a um evento. Qual o número de maneiras diferentes ele pode fazer essas ações?

NÚMERO DE OPÇÕES PARA SUCO DE FRUTA = 8

NÚMERO DE EVENTOS = 7

Aplicação do princípio multiplicativo

$$\begin{aligned} n(SF).n(BA) \\ 8.7 = 56 \end{aligned}$$

RESPOSTA: 56

FATORIAL:

ANÁLISE COMBINATÓRIA

PARTE 5

Produto cujos
os fatores estão
em progressão
aritmética de
razão 1.

$$n! = n.(n-1).(n-2)...3.2.1$$



EX:

Detalhe: $0! = 1! = 1$

$$3! = 3.2.1 = 6$$

$$5! = 5.4.3.2.1 = 120$$

$$7! = 7.6.5.4.3.2.1 = 5.040$$



ANÁLISE COMBINATORIA

PARTE 6

PERMUTAÇÃO SIMPLES:

A palavra “**permutar**” significa “**trocar reciprocamente**”.

A permutação simples de n elementos distintos são todos os agrupamentos possíveis formados com todos os n elementos e que diferem um do outro pela ordem que esses elementos foram agrupados. A permutação simples é uma permutação sem repetições de elementos. Dessa forma, a permutação simples de n elementos é dada pela seguinte formula:

$$P_n = n!$$

ONDE:

- P_n = Permutação de n elementos
- $n!$ = Número de elementos em fatorial
- n = Número de elementos

EXEMPLOS DE PERMUTAÇÃO SIMPLES

= PERMUTAÇÃO SEM REPETIÇÕES:

1. Quantas maneiras distintas podemos formar uma fila com 6 pessoas?

$$P_6 = 6!$$

$$P_6 = 6.5.4.3.2.1 = 720$$

$$P_6 = 720$$

Resposta:
720 maneiras distintas

ANÁLISE COMBINATÓRIA

PARTE 7

2. Quantos anagramas distintos podemos formar com as letras do nome PATRICK? Anagramas = transposição de letras de uma palavra para formar outra diferente, ou seja, formação de distintas palavras usando as mesmas letras.

O nome Patrick possui 7 letras distintas, dessa forma:

$$P_7 = 7!$$

$$P_7 = 7.6.5.4.3.2.1 = 5040$$

$$P_7 = 5040$$

Resposta:
5040 anagramas diferentes

PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÕES:

É a permutação onde aparecem elementos repetidos. Por possuir elementos repetidos a troca entre esses elementos iguais não resulta em qual quer mudança de posição.

EXEMPLO:

Os anagramas da palavra "DEVAGAR". Ao trocar as letras "A" com a outra "A" aparentemente não haverá mudança

ANÁLISE COMBINATORIA

PARTE 8

Para o cálculo de permutação com repetições é dada a seguinte fórmula:

$$P_n^{\alpha, \beta, \gamma} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \gamma!}$$

ONDE:

n = Número de elementos

$\alpha! \beta! \gamma!$

Cada símbolo representa o número de quantas vezes um elemento do conjunto n foi repetido

EXEMPLOS DE PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÕES:

ANÁLISE COMBINATÓRIA

PARTE 9

1) Quantos números de 8 algarismos podemos formar com a permutação dos algarismos 2, 2, 5, 5, 5, 3, 3 e 9?

$$P_{8}^{2,3,2} = \frac{8!}{2!3!2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3}!}{2 \cdot \cancel{3}! \cdot 2} = 1680 //$$

2) Quantos anagramas podemos formar com a palavra LARANJA?

A palavra laranja possui:
letras = 7
Repetições = 3

$$P_7^3 = \frac{7!}{3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3}!}{\cancel{3}!} = 840 //$$

PERMUTAÇÃO CIRCULAR:

ANÁLISE COMBINATÓRIA

PARTE 10

$$(PC)_n = (n - 1)!$$

A permutação circular é um tipo de permutação constituída por um ou mais conjunto em ordem cíclica. Esse tipo de permutação ocorre quando temos conjuntos com x elementos distintos formando uma circunferência.

Os cálculos que envolvem a permutação circular podem ser feitos com a seguinte fórmula:

EXEMPLO DE PERMUTAÇÃO CIRCULAR:

De quantos modos distintos podemos formar uma roda de ciranda com 6 pessoas?

$$(PC)_6 = (6 - 1)! = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$$

ARRANJO SIMPLES:

No arranjo com repetição é possível formar grupamentos repetindo elementos. Para cálculo utilizar a seguinte fórmula:

$$(AR)_{n,p} = n^p$$

ANÁLISE COMBINATÓRIA

PARTE 11

EXEMPLO DE ARRANJO COM REPETIÇÃO:

Quantas senhas de 4 dígitos são possíveis formar com os números 1,2,3,4,5,6,7,8,9?

$$(AR)_{9,4} = 9^4 = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 6561$$

EXEMPLO DE COMBINAÇÃO:

João fará uma festa e terá de convidar 5 amigos do trabalho, mas João possui 10 colegas. Dessa forma, quantos grupos de convidados é possível fazer?

$$C_{10,5} = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{\cancel{10}^2 \cdot 9 \cdot 8^2 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5}!}{5! \cdot \cancel{5} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 36$$

COMBINAÇÃO:

A ordem dos elementos não influencia na formação de um novo grupo.

Exemplo: não importa a ordem em que 4 pessoas foram convidadas para ir à festa, pois, elas estarão na festa e independente da ordem dos convites o grupo será o mesmo.

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

PROBABILIDADE

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

Operação matemática que permite calcular a possibilidade de um determinado evento acontecer.

CONCEITOS IMPORTANTES:

- **ESPAÇO AMOSTRAL (S)**

É o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório.

- **EVENTO (A)**

É um conjunto de resultados, sendo esse um subconjunto do espaço amostral.

- **EVENTO COMPLEMENTAR ($\bar{A}$)**

Dois eventos são complementares quando a união entre os eventos do conjunto e do seu complementar resulta no espaço amostral.

PROBABILIDADE

PARTE 2

$$A + \bar{A} = S$$

EX: Ao lançarmos um dado não viciado, o evento complementar do evento "número ímpar" é o evento "número par".

$$S = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

$$A = (1, 3, 5)$$

$$\bar{A} = (2, 4, 6)$$

A PROBABILIDADE DE EVENTOS EQUIPROVÁVEIS:

Com eventos que possuem iguais possibilidade de ocorrência.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

ONDE

$P(A)$ = Probabilidade de o evento acontecer

$n(A)$ = Números de eventos desejados

$n(S)$ = Número de eventos que podem acontecer

PROBABILIDADE

PARTE 3

PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ONDE:

$P(A \cup B)$ = Probabilidade de acontecer o evento A ou o evento B.

$P(A)$ = Probabilidade de o evento A acontecer.

$P(B)$ = Probabilidade de o evento B acontecer.

$P(A \cap B)$ = Probabilidade de acontecer o evento A e B simultaneamente.

PROBABILIDADE

PARTE 4

PROBABILIDADE CONDICIONAL:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$P(A|B)$ = Probabilidade de ocorrer o evento A, já tendo ocorrido o evento B.

$P(A \cap B)$ = Probabilidade de ocorrer o evento A e o evento B simultaneamente.

$P(B)$ = Probabilidade de ocorrer o evento B.

PROBABILIDADE DE EVENTOS SIMULTÂNEOS:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$P(A \cap B)$ = Probabilidade de ocorrer o evento A e o evento B simultaneamente.

$P(A)$ = Probabilidade de ocorrer o evento A.

$P(B)$ = Probabilidade de ocorrer o evento B.

DEFINIÇÃO:

Aplicação matemática que tem como objetivo coletar, organizar e estruturar dados de modo que sua interpretação seja crucial na tomada de decisões.

ESTATÍSTICA

PARTE 1

MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL:

MÉDIA ARITMÉTICA:

É o quociente da soma dos elementos pelo número de elementos.

$$Ma = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}{n}$$

Onde: n = número de elementos do conjunto
 x = elemento do conjunto

EX: (7,4,8,12)

$$Ma = \frac{7 + 4 + 8 + 12}{4} = 10$$

MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA:

- 1º) multiplique os termos por seus respectivos pesos.
- 2º) divida o resultado pela soma dos pesos.

$$Mp = \frac{p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + p_4 \cdot x_4 + \dots + p_n \cdot x_n}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots + p_n}$$

Onde: p = pesos
 n = número de elementos do conjunto

EX: Elementos (10,7,25) respectivos pesos (2,5,3):

$$Mp = \frac{10 \cdot 2 + 7 \cdot 5 + 25 \cdot 3}{2 + 5 + 3} = 13$$

ESTATÍSTICA

PARTE 2

MEDIANA:

Para obter a mediana deve-se ordenar o conjunto de elementos em ordem crescente ou decrescente.

CASO I:

Se a quantidade de elementos for par a mediana será a média aritmética dos dois elementos centrais.

EX: (2,4,7,9)

$$\text{Mediana} = \frac{4+7}{2} = 5,5$$

CASO II:

Se a quantidade de elementos for um número ímpar a mediana será o termo central.

EX: (2,4,5,7,8,9)

$$\text{Mediana} = 5$$

MODA:

É o elemento da amostra que se repete mais vezes.

EX: (2,3,5,7,4,4,6,2,4,5,8,4,3,4,7,4,4)

$$\text{Moda} = 4$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO:

ESTATÍSTICA

PARTE 3

VARIÂNCIA:

$$Var = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Onde:

x_i = valor individual de cada elemento

$\bar{x}$ = média aritmética dos valores do conjunto

$\sum$ = soma

n = número de elementos do conjunto

Logo:

$\sum (x_i - \bar{x})^2$ = é a soma da diferença entre a média aritmética e cada elemento do conjunto.

DESVIO PADRÃO:

$$Dp = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{Var}$$

Onde:

$\sum (x_i - \bar{x})^2$ = é a soma da diferença entre a média aritmética e cada elemento do conjunto.

n = número de elementos do conjunto

$\sqrt{Var}$ = raiz quadrada da variância

DESVIO
MÉDIO

ESTATÍSTICA

PARTE 4

FÓRMULA

$$DM = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Onde:

x_i = valor individual de cada elemento

$\bar{x}$ = média aritmética dos valores do conjunto

$\sum$ = soma

n = número de elementos do conjunto

$\sum |x_i - \bar{x}|$ = somatório dos desvios

ANÁLISE DE TABELAS

PARTE 1

TABELA:

Recurso utilizado na representação de resultados de pesquisas e informações de forma organizada.

- Visualização de um grande número de informações em um pequeno espaço.
- Facilita a leitura, interpretação e utilização desses resultados.
- Os dados presentes numa tabela são organizados em linhas (horizontal) e colunas (vertical).

ANÁLISE DE TABELAS

PARTE 2

ELEMENTOS DE UMA TABELA:

TÍTULO:

indica o assunto
abordado

SUBTÍTULO:

detalha o tema da
tabela e contextualiza
a situação.

CABEÇALHO:

título do conteúdo
das linhas e colunas.

CORPO:

dados da tabela.

FONTE:

de onde as informações
foram tiradas junto do
ano de publicação.

ANÁLISE DE TABELAS

PARTE 3

TIPOS DE TABELA:

TABELA SIMPLES

- São usadas para relacionar uma informação com outra.
- Formada por duas colunas.
- Deve ser lida horizontalmente.

EXEMPLO:

Tabela que relaciona produto e preço (possui duas colunas).

TABELA DUPLA ENTRADA

- Útil para mostrar dois ou mais tipos de dados sobre um item.
- Deve ser lida na horizontal e vertical, simultaneamente, para que as linhas e colunas sejam relacionadas.

EXEMPLO:

Tabela que relaciona alturas e pesos de diferentes pessoas (3 colunas: nome, altura e peso).

ANÁLISE DE TABELAS

PARTE 4

Prestar atenção no enunciado e dados da tabela, pois em alguns casos a resposta está na questão.

RESOLUÇÃO DE
QUESTÕES COM A
PRESENÇA DE
TABELAS:

Realizar a leitura da tabela relacionando seus dados.

Por ser um meio de representar informações, questões que apresentam tabelas não são exclusividade da matemática, também podem estar presentes em várias disciplinas, como física, química, geografia, entre outras.

INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS

PARTE 1

GRÁFICO:

recurso que expressa visualmente dados ou valores numéricos.

Facilita a leitura e compreensão de dados. Além da visualização de padrões e comparação de resultados.

ELEMENTOS DE UM GRÁFICO

- **TÍTULO:** indica a que informação ele se refere.
- **FONTE:** de onde as informações foram tiradas junto do ano de publicação.
- **NÚMEROS:** usados para comparar as informações dadas pelos gráficos. São a parte mais importante.
- **LEGENDA:** auxilia na leitura das informações.

PRINCIPAIS TIPOS DE GRÁFICO:

GRÁFICO DE COLUNAS:

- Um dos mais utilizados.
- O valor de cada coluna é proporcional a sua altura.
- Categorias indicadas no eixo x (eixo horizontal) e os valores para cada categoria, no eixo y (eixo vertical).
- Exemplo: Gráfico de colunas que apresenta as hospitalizações por Síndrome Respiratória Aguda Grave

GRÁFICOS EM BARRA:

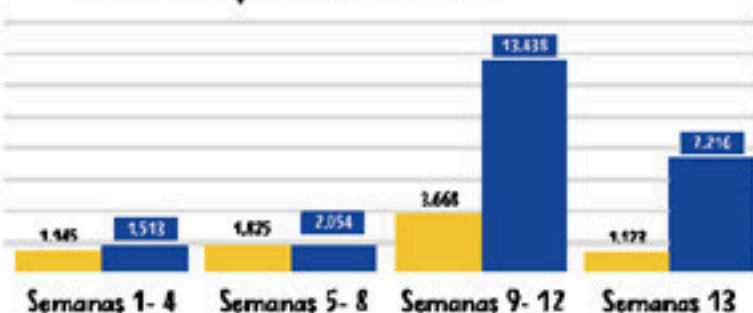
INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS

PARTE 2

Usado para apresentar uma sequência de valores de um elemento (eixo y) ao longo do tempo (eixo x).

Basicamente tem a mesma função dos gráficos de colunas.

Hospitalizações por Síndrome Respiratória Aguda Grave (SRAG) por mês (2019 x 2020)



Ao analisar o gráfico, percebe-se, por exemplo, que nas semanas 9-12 o número de casos em 2020 foi 4 vezes maior do que o ano anterior.

GRÁFICO DE LINHAS:

-São muito úteis para representar a evolução de um certo dado.

EVOLUÇÃO DIÁRIA



-Exemplo: Gráfico de linhas representando a evolução diária do corona vírus (covid-19) na China. Os dias estão dispostos no eixo x e os valores de novos casos no eixo y.

GRÁFICO DE SETORES: "GRÁFICO DE PIZZA".

INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS

PARTE 3

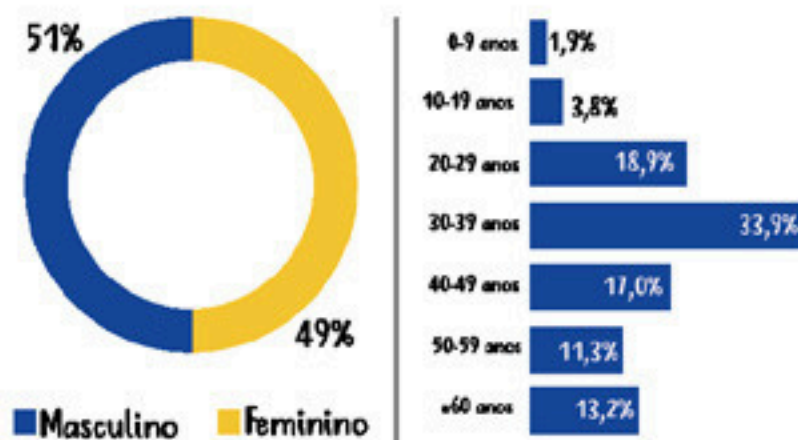
- Usado principalmente para a visualização de números percentuais.

- Consiste num círculo (o todo) dividido em setores com cores diferentes (as partes).

- As partes são divididas de maneira proporcional.

- Exemplo: Perfil dos casos confirmados de covid-19 em Minas Gerais (02/04/2020) - o gráfico de pizza retrata o sexo e o gráfico de barras a faixa etária dos contaminados, respectivamente.

PERFIL DOS CASOS CONFIRMADOS COVID-19



É possível saber que a maioria dos infectados em Minas Gerais possuem entre 30 e 39 anos e que por uma pequena margem de diferença pouco mais da metade dos infectados em Minas Gerais são homens. Além de outras informações.

INFOGRÁFICOS:

junção de palavras, info (informação) e imagens (informação visual), podendo apresentar gráficos.

INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS

PARTE 4

RESOLUÇÃO DE QUESTÕES COM A PRESENÇA DE GRÁFICOS:

Conferir se as informações do gráfico batem com os dados do enunciado: o enunciado pode ter informações complementares;

Entender as informações destacadas nos eixos x e y ;

Interpretar com calma e atenção: muitas vezes a resposta está na própria questão.

-Por ser um meio de representar informações, questões que apresentam gráficos não são exclusividade da matemática, também podem estar presentes em várias disciplinas, como física, química, geografia, entre outras.

JUROS

PARTE 1

DEFINIÇÃO:

Análise combinatória é um ramo da matemática que possibilita prever de quantas maneiras um evento pode acontecer.

FORMULA:

$$J = C . i . t$$

JUROS SIMPLES

A taxa de juros aplicada a cada período de tempo é sempre baseada no capital aplicado inicialmente.

J = Juros
C = Capital
i = Taxa de juros
t = Tempo de aplicação

EX: Um capital de R\$5.000,00 foi aplicado à taxa de 5% ao ano. Qual o valor do montante após 10 anos.

$$\begin{aligned} J &= C . i . t \\ J &= 5000.0,5.10 \\ J &= 5000.5 \\ J &= 25000 \end{aligned}$$

MONTANTE:

É a soma do juros produzido com o capital inicial.
 $5.000 + 25.000 = 30.000$

$$M = C + J$$

JUROS

PARTE 2

JUROS COMPOSTO

A taxa de juros aplicada a cada período de tempo é baseada na soma dos juros de um determinado período somado ao capital inicial.

FORMULA:

$$M = C (1 + i)^t$$

$$J = M - C$$

EX: Um capital de R\$5.000,00 foi aplicado à taxa de juros compostos de 5% ao ano. Qual o valor do montante após 3 anos.

$$\begin{aligned} M &= C (1 + i)^t \\ M &= 5000 (1 + 0.05)^3 \\ M &= 5000 \cdot 1.157625 \\ M &= 5000 \cdot 3,375 \\ M &= 16.875 \end{aligned}$$

JUROS

$$\begin{aligned} J &= M - C \\ J &= 16875 - 5000 \\ J &= 11875 \end{aligned}$$

GEOMETRIA ANALÍTICA: INTRODUÇÃO

PARTE 1

DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS:

Considere dois pontos A (X_1, Y_1) e B (X_2, Y_2)

$$D_{AB} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

RAZÃO ENTRE SEGMENTOS ORIENTADOS:

Ao se definirem dois pontos distintos A e B sobre uma reta r , sendo A sua origem e B a extremidade, obtém-se uma porção da reta, chamada de segmento

$$r \frac{AC}{CB} = \frac{X_C - X_A}{X_B - X_C}$$

PONTO MÉDIO:

Considerando os pontos A (X_a, Y_a) e B (X_b, Y_b) o ponto médio é dado por:

$$M = \left(\frac{X_A + X_B}{2}, \frac{Y_A + Y_B}{2} \right)$$

GEOMETRIA ANALÍTICA: INTRODUÇÃO

PARTE 2

BARICENTRO DE UM TRIÂNGULO:

Seja o triângulo ABC de vértices A (X_A, Y_A), B (X_B, Y_B) e C (X_C, Y_C). O Baricentro (ponto de encontro das medianas de um triângulo ABC é calculado por:

$$G = \left(\frac{X_A + X_B + X_C}{3}, \frac{Y_A + Y_B + Y_C}{3} \right)$$

A área de um triângulo de vértices A (X_A, Y_A), B (X_B, Y_B) e C (X_C, Y_C) é calculada da seguinte forma:

$$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |D|$$

$$|D| = \begin{vmatrix} X_A & Y_A & 1 \\ X_B & Y_B & 1 \\ X_C & Y_C & 1 \end{vmatrix}$$

NÚMEROS COMPLEXOS

PARTE 1

São o conjunto de números que abrangem todos os outros

Adota-se agora no plano cartesiano um novo eixo, que é o eixo imaginário. Uma raiz de um número complexo é uma raiz imaginária.

Os números reais possuem limitações, como raízes de números negativos, essas limitações desafiava uma série de matemáticos.

Definição

$$C = \{ Z / Z = a + bi \}$$

a, b

$$i = \sqrt{-1} = i^2 = -1$$

O a se refere a parte real e o b a parcela imaginária do número complexo. Exemplo:

$$z = 4 + 3i$$

-Note que caso o i seja 0, o número pertencerá ao conjunto dos números reais.

-Se o b for distinto de zero, o número será complexo.

-Caso o b seja diferente de zero e o a igual a zero, temos um número imaginário puro.

Um número complexo precisa seguir algumas regras:

$$N(z) = a^2 + b^2 \leftrightarrow N(z) = z\bar{z}$$

Operações com números complexos. Levando em conta as expressões genéricas

$$z_1 = a + bi \leftrightarrow z_2 = c + di$$

ADICÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS:

$$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d) i$$

SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS:

$$z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d) i$$

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS:

$$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + (ad + bc) i$$

NÚMEROS COMPLEXOS

PARTE 2

RAZÃO ENTRE NÚMEROS COMPLEXOS:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_2 \cdot \overline{z_2}} = \frac{ac + bd + (bc - ad) i}{c^2 + d^2}$$

MÓDULO DE UM NÚMERO COMPLEXO:

Pode ser calculado pela análise do plano de Gauss, fazendo uso do teorema de Pitágoras.

$$p = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

FORMA TRIGONOMÉTRICA DE UM NÚMERO COMPLEXO:

$$z = p (\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$$

$$\cos \theta = \frac{a}{p}$$

$$\sin \theta = \frac{b}{p}$$

PRINCIPAIS POTÊNCIAS COM NÚMEROS COMPLEXOS:

$$i^0 = 1$$

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

Essas quatro relações irão se repetir periodicamente de 4 em diante.