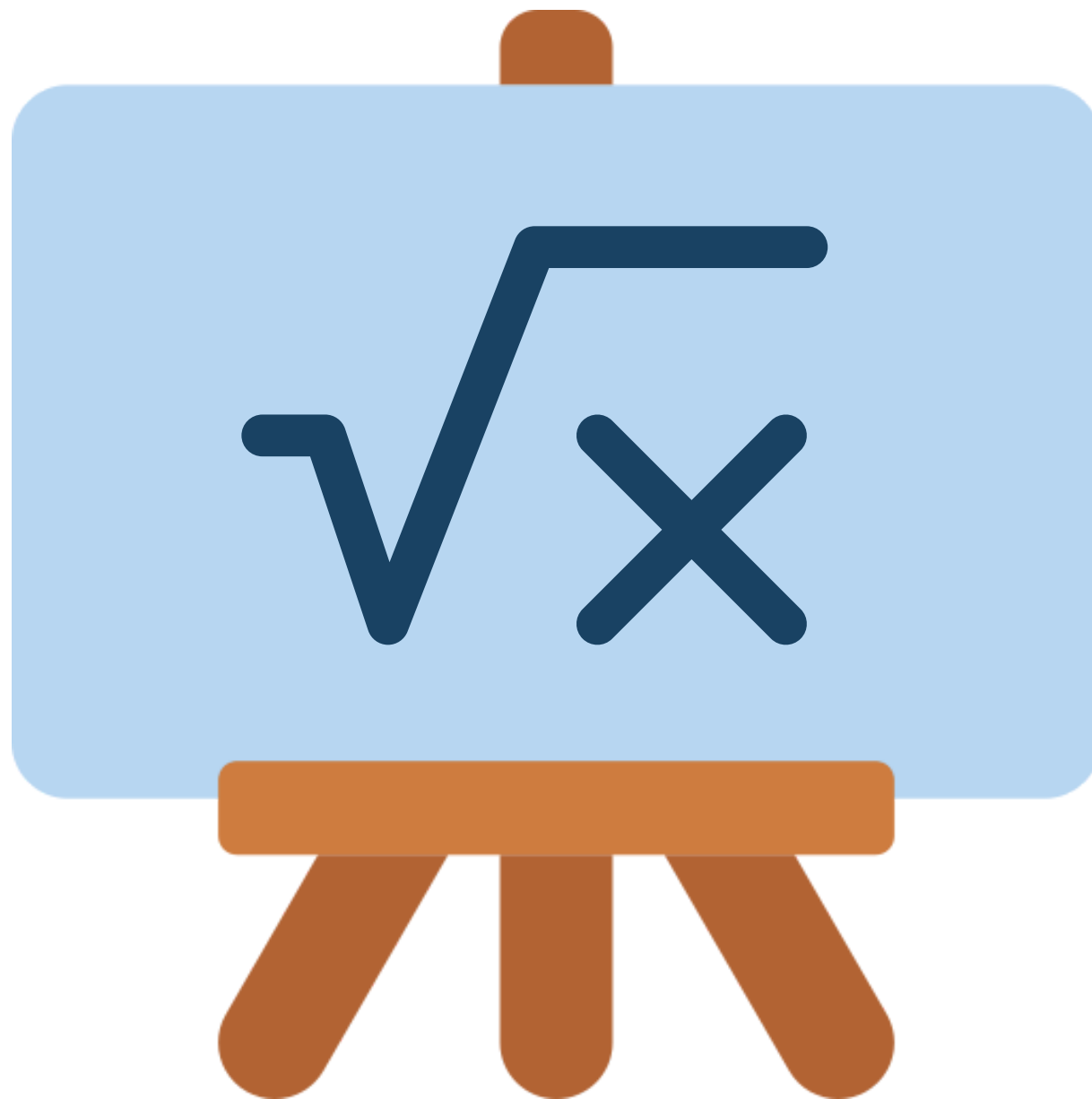


9º Ano



JORGE OLIVEIRA

Copyright © 2021 de Jorge Oliveira

Todos os direitos reservados.

Este e-book ou qualquer parte dele não pode ser reproduzido ou usado sem autorização expressa, por escrito, do autor ou editor, exceto pelo uso de citações em uma resenha ou trabalho acadêmico.

Sobre o Autor.

Professor de matemática, atuando em diversos níveis educacionais, além de cursos preparatórios diversos. Especialista em modelagem matemática.

<https://superaulas.lojavirtualnuvem.com.br/>



Sumário

Radiciação

Raiz enésima de um número real

Simplificação de radicais

Operações com radicais

Equação do 2º grau

Resolução de equações do 2º grau incompletas

Resolução de equações do 2º grau completas

Discussão quanto às raízes

Relações entre coeficientes e raízes da equação

Equações Biquadradas e Equações Irracionais

Equações biquadradas

Equações irracionais

Sistemas de equações

Funções

Produto cartesiano

Relação binária

Conceito Função

Valor numérico de uma função

Função polinomial do 1º grau

Função quadrática

Inequações do 2º grau

Semelhança

Razão entre segmentos

Teorema de Tales

Triângulos semelhantes

Triângulo Retângulo

Relações métricas no triângulo retângulo

Aplicações do teorema de Pitágoras

Relações trigonométricas no triângulo retângulo

Relações Métricas

Relações métricas num triângulo qualquer
Classificação de um triângulo quanto aos ângulos

Ângulos na Circunferência

Ângulo Central

Ângulo Excêntrico Interno

Ângulo Excêntrico Externo

Ângulo Inscrito

Ângulo Circunscrito

Ângulo De Segmento

Polígonos Regulares e Circunferência

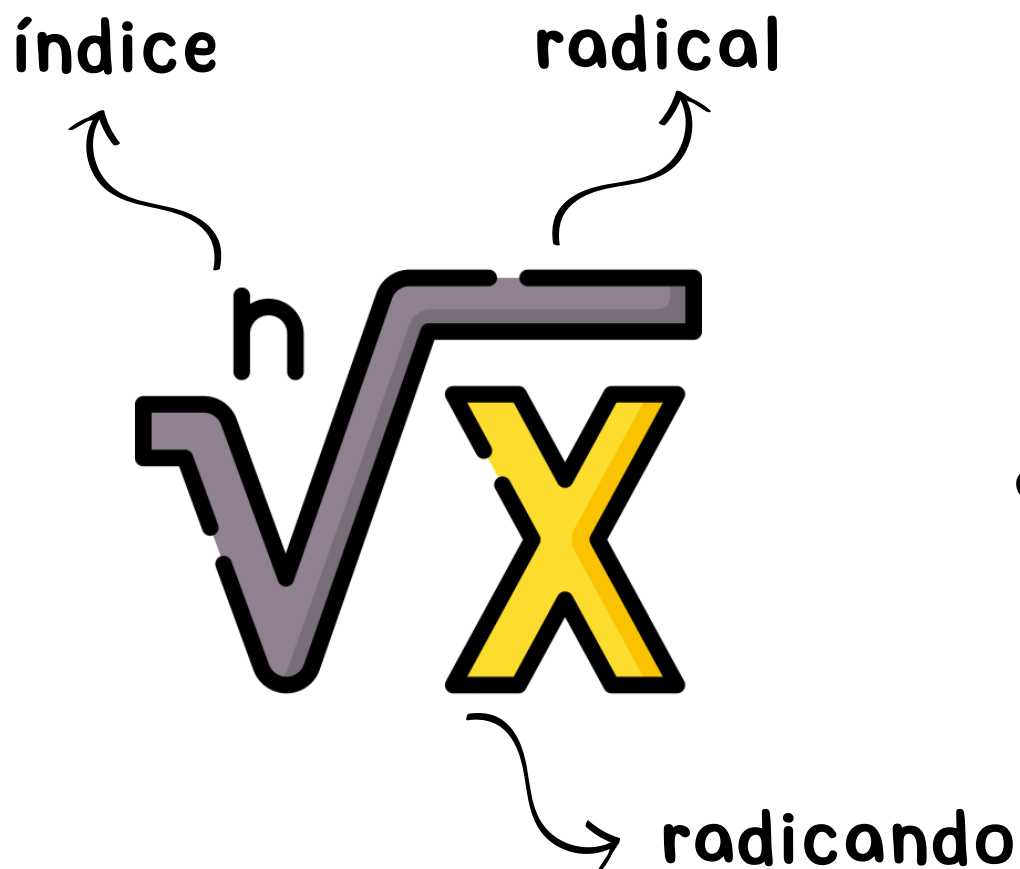
Relações métricas na circunferência

Relações métricas nos polígonos regulares

Áreas de figuras geométricas planas

$$\sqrt[n]{x^n} = |x|$$

se n par



Exemplos:

$$\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$$

$$\sqrt[4]{(-6)^4} = |-6| = 6$$

IMPORTANTE

- $\sqrt[n]{x} = y \Rightarrow y^n = x$

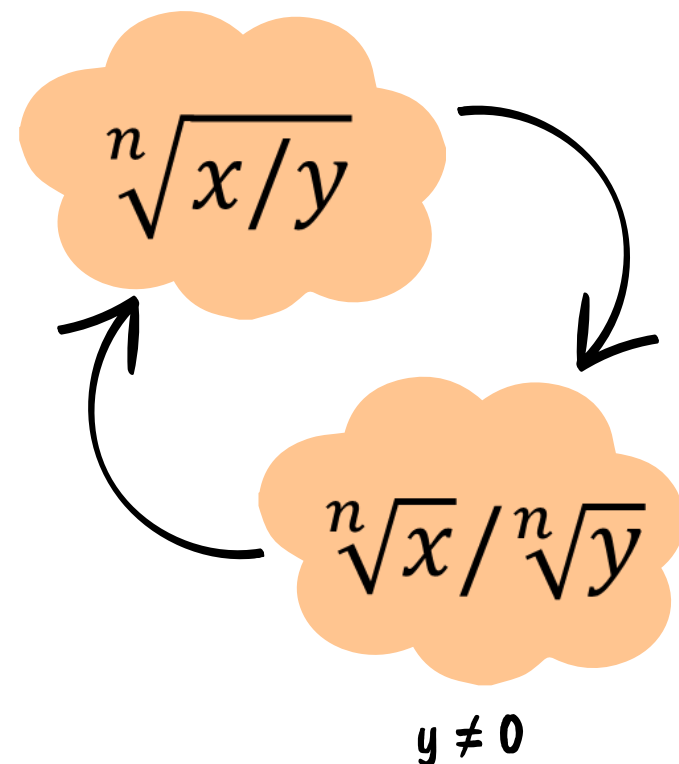
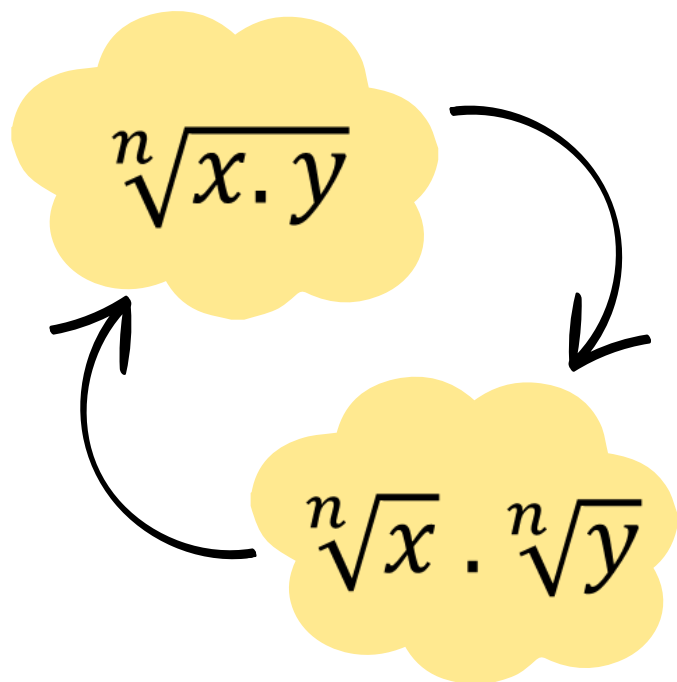
- $\sqrt[\text{par}]{(-)} \notin \mathbb{R}$

Exemplo:

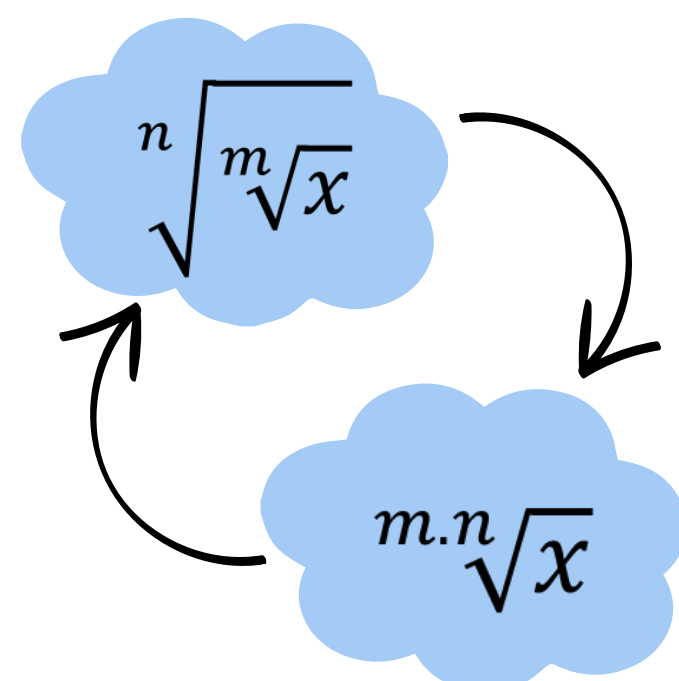
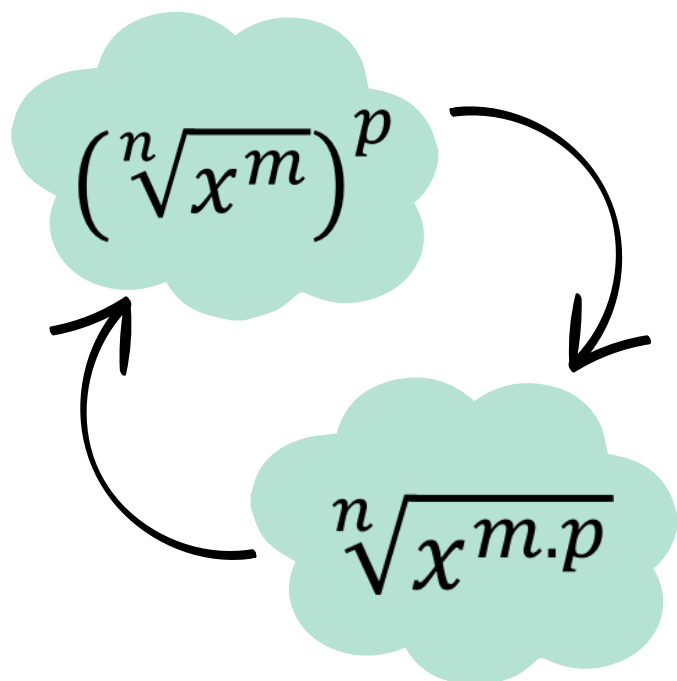
$$\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$$

$$\sqrt[n]{x^n} = x$$

se n ímpar



Propriedades da Radiciação



Radicais Semelhantes

Se os radicais são semelhantes operamos os coeficientes e conservamos os radicais.

$$\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = (1 + 3)\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

Radicais não Semelhantes

Neste caso devemos reduzir os radicais em termos semelhantes operamos como no 1º caso.

$$\sqrt{12} + 5\sqrt{27} =$$

$$\begin{aligned}\sqrt{4} \cdot \sqrt{3} + 5\sqrt{9} \cdot \sqrt{3} &= \\ 2\sqrt{3} + 5 \cdot 3\sqrt{3} &= 17\sqrt{3}\end{aligned}$$

Operações

Importante

Redução de radicais ao mesmo índice:

$$\sqrt[3]{2^2}, \sqrt[4]{5^3}, \sqrt{7}$$

$$\text{MMC}(3, 4, 2) = 12$$

$$\sqrt[3]{2^2} = \sqrt[12]{2^8}, \sqrt[4]{5^3} = \sqrt[12]{5^9}, \sqrt{7} = \sqrt[12]{7^6}$$

$$12 \div 3 = 4$$

$$12 \div 4 = 3$$

$$12 \div 2 = 6$$

$$4 \cdot 2 = 8$$

$$3 \cdot 3 = 9$$

$$6 \cdot 1 = 6$$

Multiplicação e divisão

Conservamos o índice comum e multiplicamos ou dividimos os radicandos.

$$3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} = 15\sqrt{6}$$

$$\sqrt[3]{30} \div \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{5}$$

O que é?

É o processo que converte uma fração com denominador irracional em uma fração equivalente de denominador racional. Esse processo é obtido multiplicando seu numerador e seu denominador pelo fator racionalizante.

Regra Geral

O fator racionalizante de $\sqrt[n]{a^p}$ é:

$$\sqrt[n]{a^{n-p}}$$

Exemplo: Racionalizar $\frac{6}{\sqrt[5]{9}}$.

$$\frac{6}{\sqrt[5]{9}} = \frac{6}{\sqrt[5]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^3}} = \frac{6\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^5}}$$

$$\frac{6}{\sqrt[5]{9}} = \frac{6\sqrt[5]{3^3}}{3} = 2\sqrt[5]{27} \checkmark$$

Racionalização

Importante

Racionalize o seguinte denominador:

$$\frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$$

$$\frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \times \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})} =$$

$$= \frac{6(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{(\sqrt{5^2} - \sqrt{2^2})} = \frac{6(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{5 - 2} = 2(\sqrt{5} - \sqrt{2}) \checkmark$$

Equação do 2º grau

o que é

É toda equação que pode ser escrito sob a forma:

$$ax^2 + bx + c = 0,$$
$$a \neq 0$$

Resolutiva

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta \geq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

Raízes

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Fórmula resolutiva

Resolutiva

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx = -c$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac \quad (\times 4a)$$

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Finalmente

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A relação $b^2 - 4ac$ é chamada discriminante, e é simbolizado por Δ .

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

Exemplo

Resolva a equação $x^2 - 8x + 15 = 0$ em $\mathbb{R}$.

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4.1.15 = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{4}}{2.1} \begin{cases} \nearrow x = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x = \frac{10}{2} = 5 \end{cases}$$

O que é?

É toda equação do 2º grau em que $b = 0$ ou $c = 0$.

Exemplos:

(1) $x^2 - 3x = 0$ ($c = 0$)
incompleta em c

(2) $2x^2 - 18 = 0$ ($b = 0$)
incompleta em b

Exemplo 1

(1) $x^2 - 3x = 0$ ($c = 0$)

Quando $c = 0$ resolvemos utilizando fatoração.

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x - 3) = 0$$
$$x(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } (x - 3) = 0 \Rightarrow x = 3$$
$$S = \{0, 3\}$$

Equação Incompleta

Exemplo 2

(2) $2x^2 - 18 = 0$ ($b = 0$)

Quando $b = 0$ resolvemos isolando o termo c .

$$2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 18$$

$$x = 18/2 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$S = \{-3, 3\}$$

Importante

(i) Quando $b = 0$, as raízes são opostas;

(ii) Quando $c = 0$, uma das raízes é nula;

(iii) Também podemos resolver as equações incompletas pela fórmula resolvente

o que são?

São equações escritas sob a seguinte forma:

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

Exemplos:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$x^4 - 16x^2 = 0$$

Resolução

Para determinar as raízes, devemos reorganizá-la como uma equação do 2º grau.

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$y^2 - 5y + 4 = 0$$

Equações Biquadradas

Exemplo

$$(1) \quad x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$y^2 - 5y + 4 = 0$$

$$y = 4 \text{ ou } y = 1$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

Exemplo

$$(2) \quad x^4 + 2x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$

$$y = 1 \text{ ou } y = -3$$

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x^2 = -3 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$$

Equação

Irracional

Toda equação que apresenta a incógnita no radicando é chamada de irracional.

Exemplo

$$\sqrt{x + 5} = x - 1$$

$$(\sqrt{x + 5})^2 = (x - 1)^2$$

$$x + 5 = (x - 1)^2$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} \begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ao verificarmos as raízes somente $x = 4$ é solução.

Resolução

Devemos transformar a equação irracional em uma equação racional, elevando os os dois membros da equação a uma potência adequada.

Importante

As raízes encontradas devem sempre ser verificadas ao final da resolução. Se a sentença matemática obtida for verdadeira, o valor encontrado é, de fato, raiz da equação.

Função



Definição

Dados os conjuntos A e B , chamamos de produto cartesiano de A por B ($A \times B$), o conjunto formado por todos os pares ordenados (x, y) , em que x é um elemento de A e y é um elemento de B , tomados um a um.

Exemplo

Dados $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 4\}$, $A \times B$ (lê-se: A cartesiano B) corresponde ao conjunto formado pelos seguintes pares ordenados:

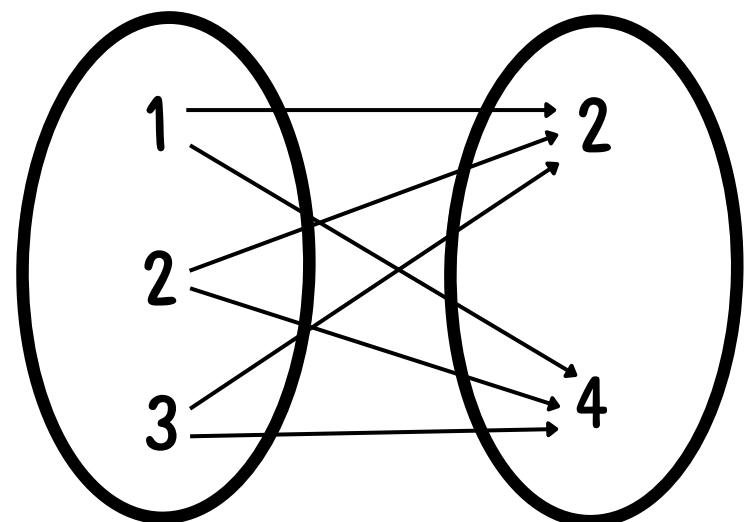
$$A \times B = \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)\}$$

$$B \times A = \{(2, 1), (4, 1), (2, 2), (4, 2), (2, 3), (4, 3)\}$$

PRODUTO CARTESIANO

Representação

Representação do produto cartesiano ($A \times B$) num diagrama de flechas:

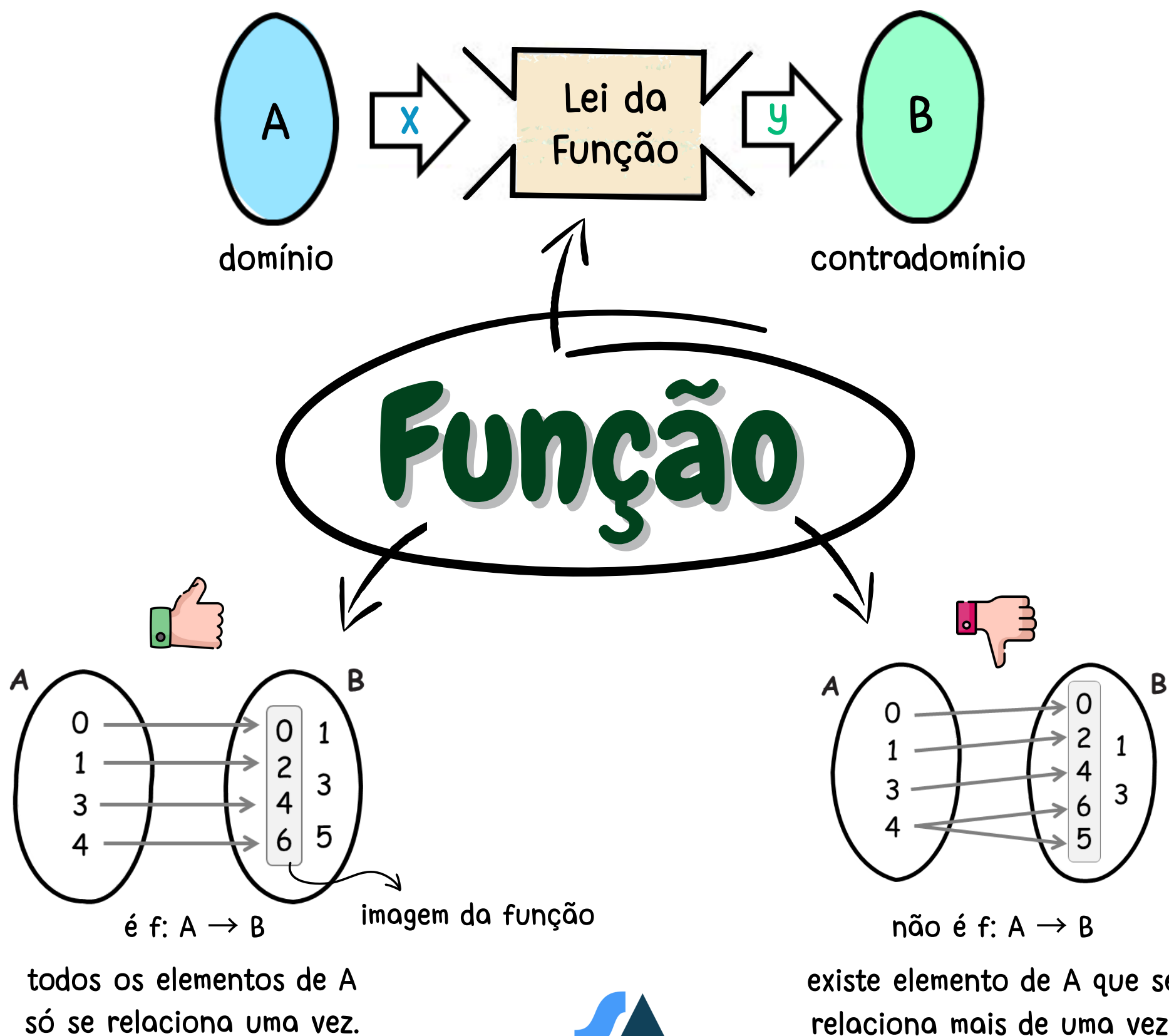


Importante

Se $A \neq B$, pode afirmar que:

$$A \times B \neq B \times A$$

“Uma variável y se diz função de uma variável x se, para todo valor atribuído a x , corresponde, por alguma lei ou regra, um único valor de y .”



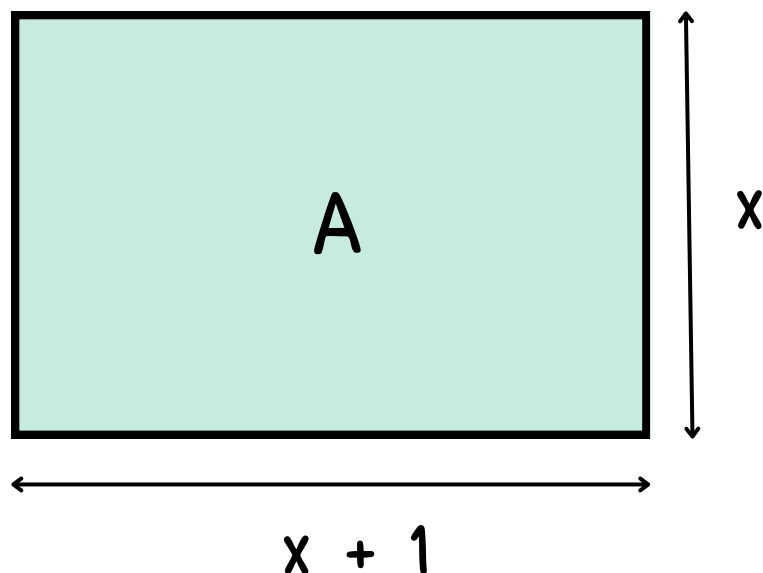
Quando há correspondência entre duas grandezas x e y , de modo que para cada valor de x fica determinado um único valor de y , dizemos que y é função de x .

$$y = f(x)$$

(Lê-se: “ y é igual a f de x ”)

Função

Exemplo: A área de um retângulo de altura x e base $x + 1$ é função da medida x .



$$\text{área} = \text{base} \times \text{altura}$$

$$\text{área} = (x + 1) \cdot x$$

$$\text{área} = x^2 + x$$

Simbolicamente:

$$A = f(x) = x^2 + x$$

Valor Numérico

É o valor obtido quando atribuímos determinado valor para a variável. Este valor é obtido realizando as operações matemáticas de acordo com a lei da função.

Exemplo

$$f(x) = 2x^2 + x - 1$$

Valor numérico de $f(-2)$ é:

$$f(-2) = 2.(-2)^2 + (-2) - 1$$

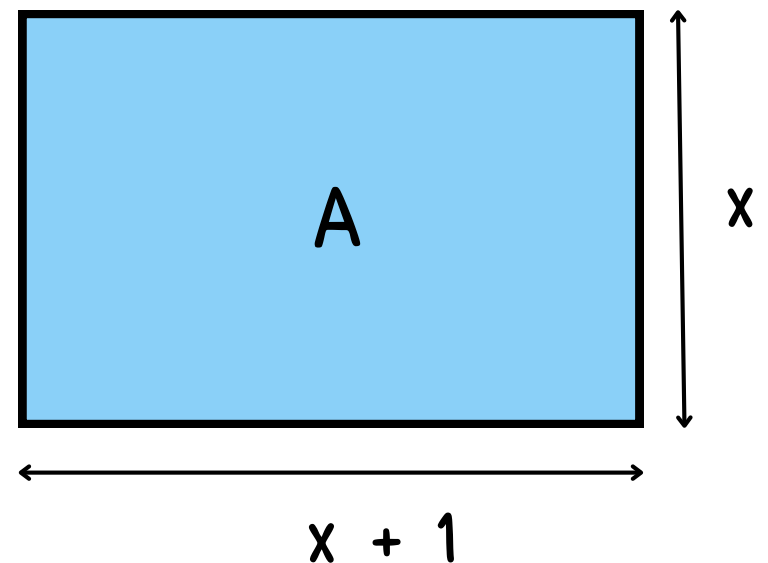
$$f(-2) = 2.4 - 2 - 1 = 1$$

Função

Exemplo

No exemplo da área do retângulo pode ser escrita por $f(x) = x^2 + x$, qual o valor da área para $x = 4$?

$$f(4) = 4^2 + 4 = 20$$



Área do retângulo

$$A = x(x + 1)$$

$$A = f(x) = x^2 + x$$

Definição

é toda função dada por:

$$f(x) = ax + b$$

$$a \neq 0$$

Crescimento

$a > 0$ crescente

$a < 0$ decrescente

Importante

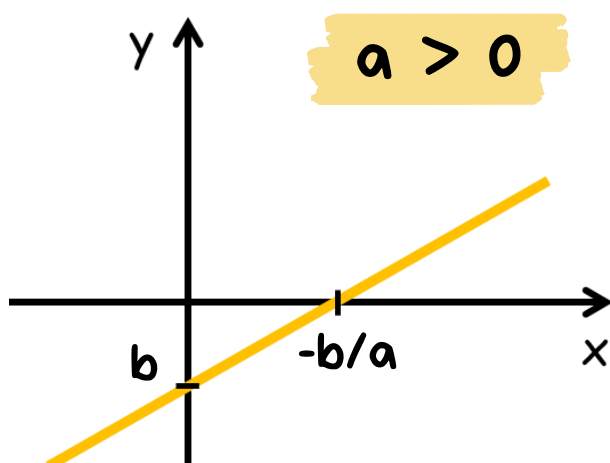
Se $b = 0$, a função é dita linear e seu gráfico passa pela origem.

Função Afim

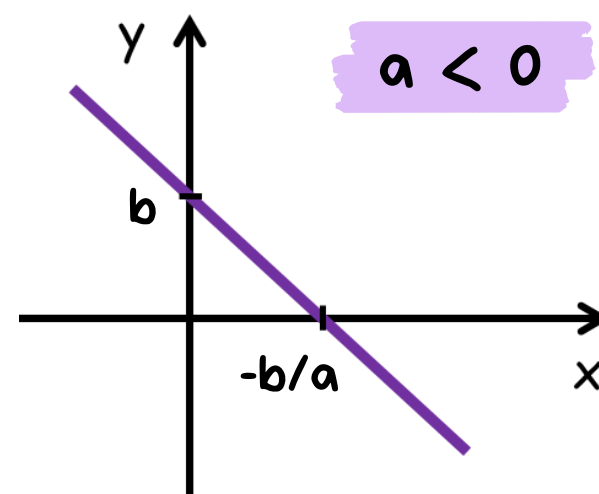
Importante

$D = \mathbb{R}$ $Im = \mathbb{R}$
domínio imagem

Gráfico



Gráfico



O QUE É?

Estudar o sinal de uma função f é examinar se a ordenada de cada ponto é positiva, nula ou negativa.

A função afim é definida por:

$$f(x) = ax + b, \quad a \neq 0$$

Importante

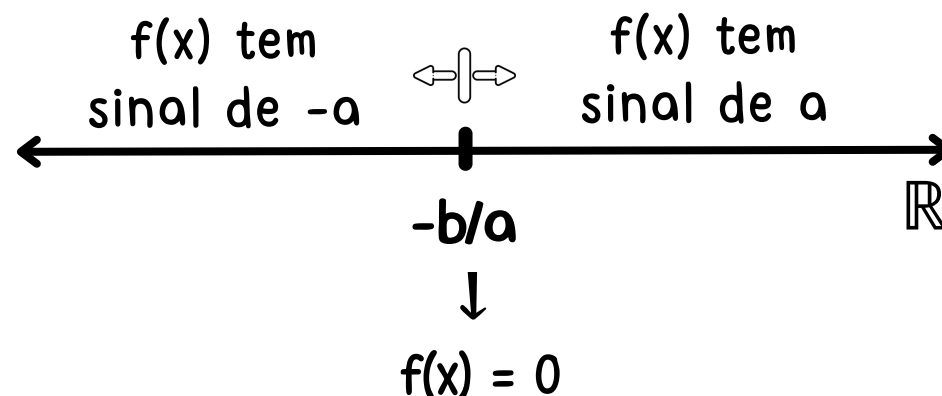
$$f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0$$

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = -b/a$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -b/a$$

DISPOSITIVO PRÁTICO

Os sinais da função afim podem ser determinados a partir do seguinte dispositivo prático:



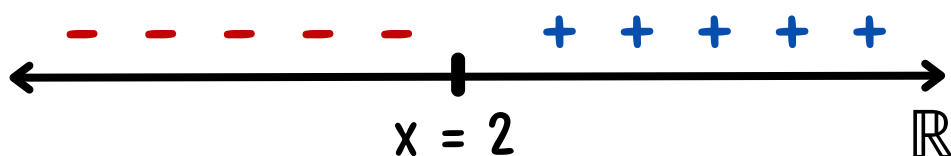
SINAIS

Função Afim

EXEMPLO

Estudar os sinais da função $f(x) = 2x - 4$.

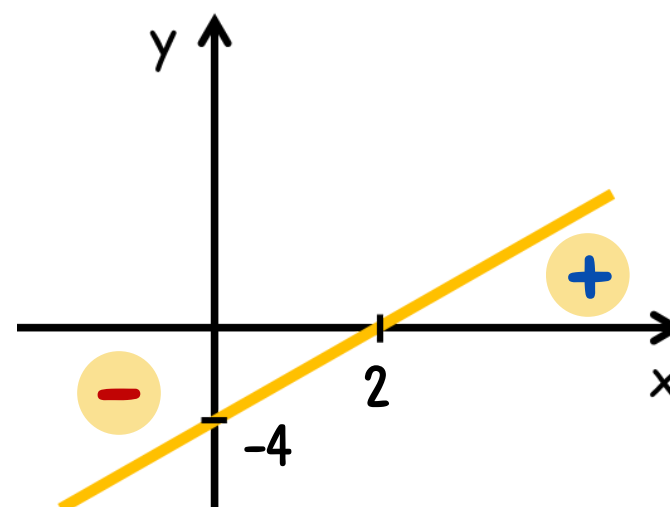
$$f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$



- $f(x) > 0$ se $x > 2$
- $f(x) < 0$ se $x < 2$

GRÁFICO

Para $f(x) = 2x - 4$, temos:



Definição

é toda função dada por:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a \neq 0$$

Concavidade

O gráfico é uma parábola que pode se apresentar:

para cima, se $a > 0$

para baixo, se $a < 0$

Vértice

$$V = (x_v, y_v)$$

$$x_v = -b/2a = \frac{x' + x''}{2}$$

$$y_v = -\Delta/4a = f(x_v)$$

Função Quadrática

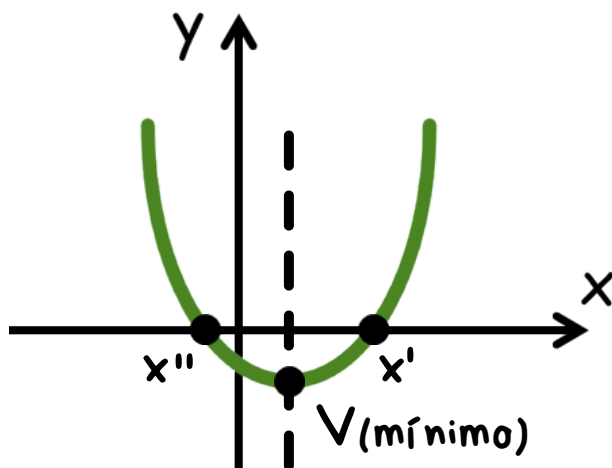
Importante

$$\Delta > 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow x = -b/2a$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow S = \emptyset$$

Gráfico

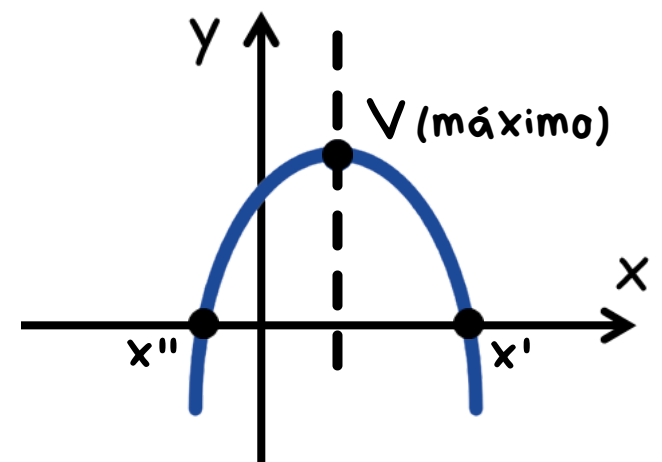


$$I_m = [-\Delta/4a ; +\infty[$$

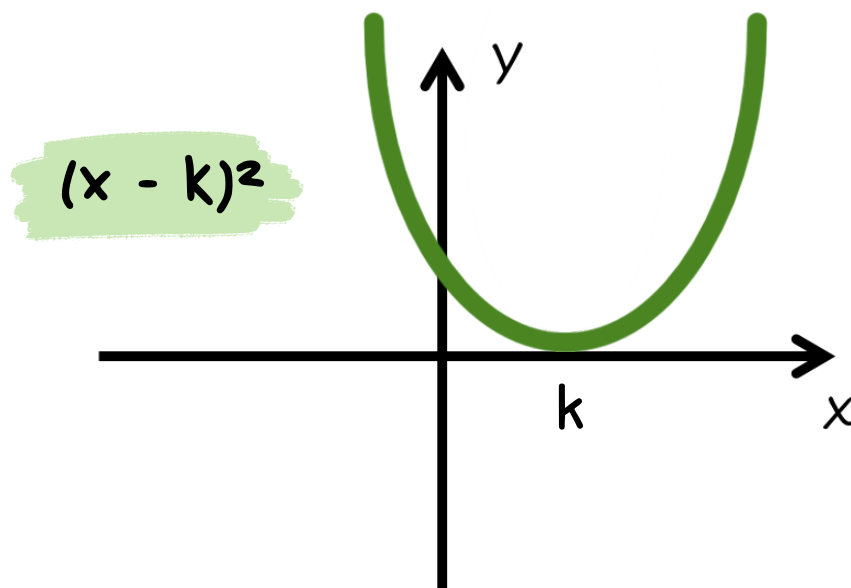
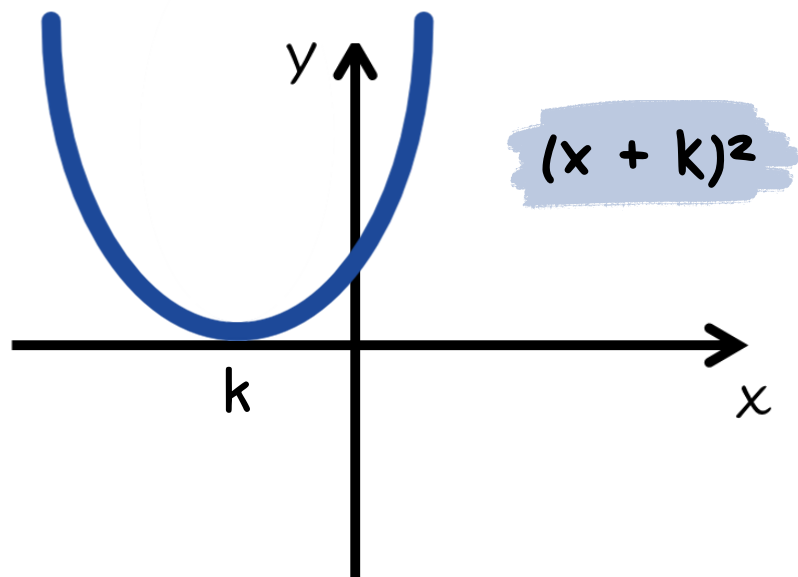
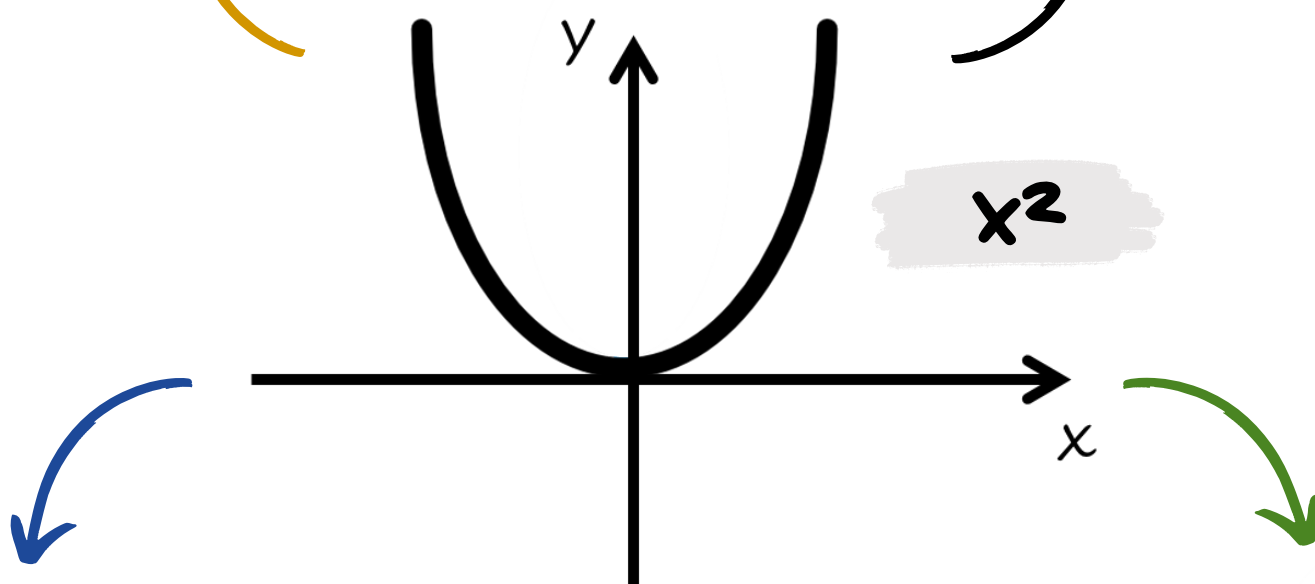
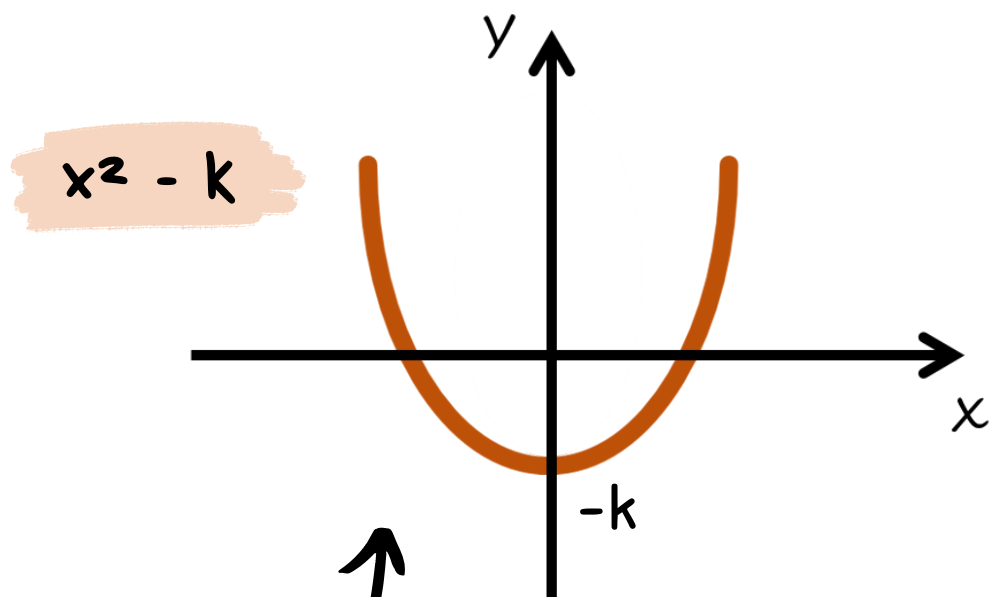
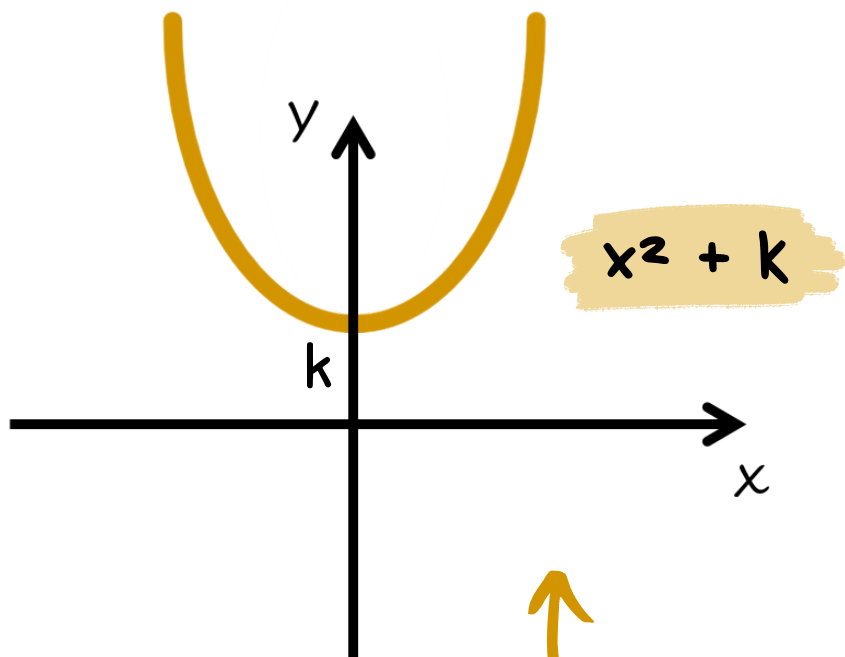
$$D = \mathbb{R}$$

(domínio)

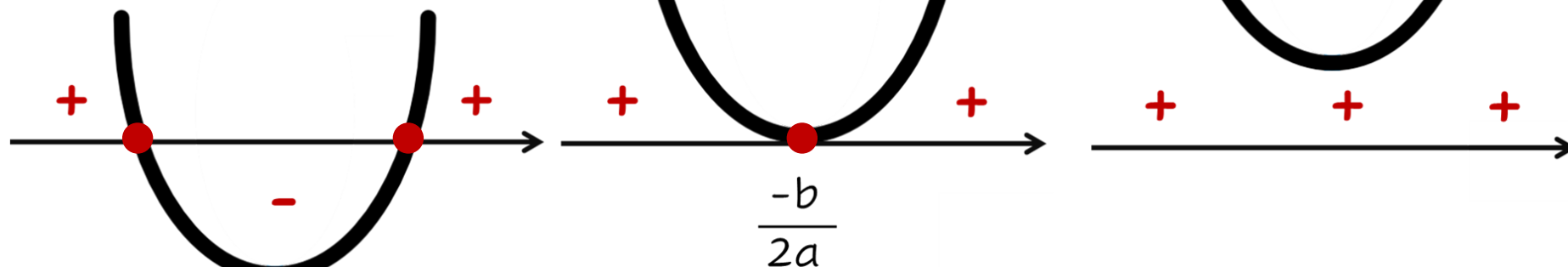
Gráfico



$$I_m =]-\infty ; -\Delta/4a]$$



$$a > 0$$



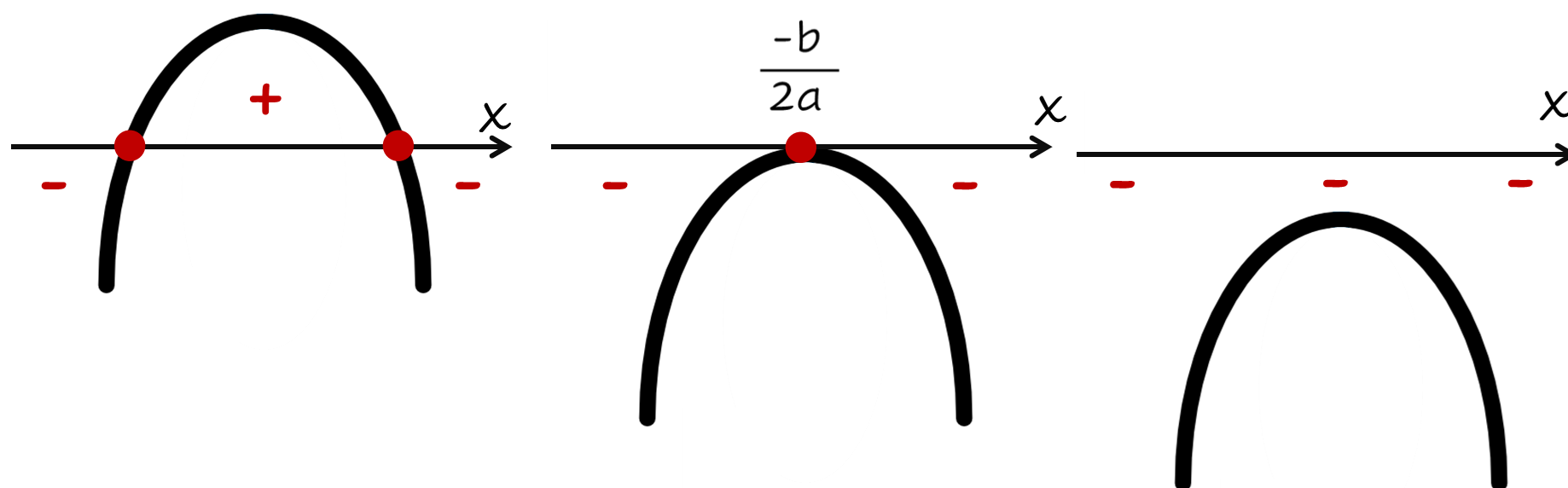
$$\Delta > 0$$

$$\Delta = 0$$

$$\Delta < 0$$

Sinais da Função Quadrática

$$a < 0$$

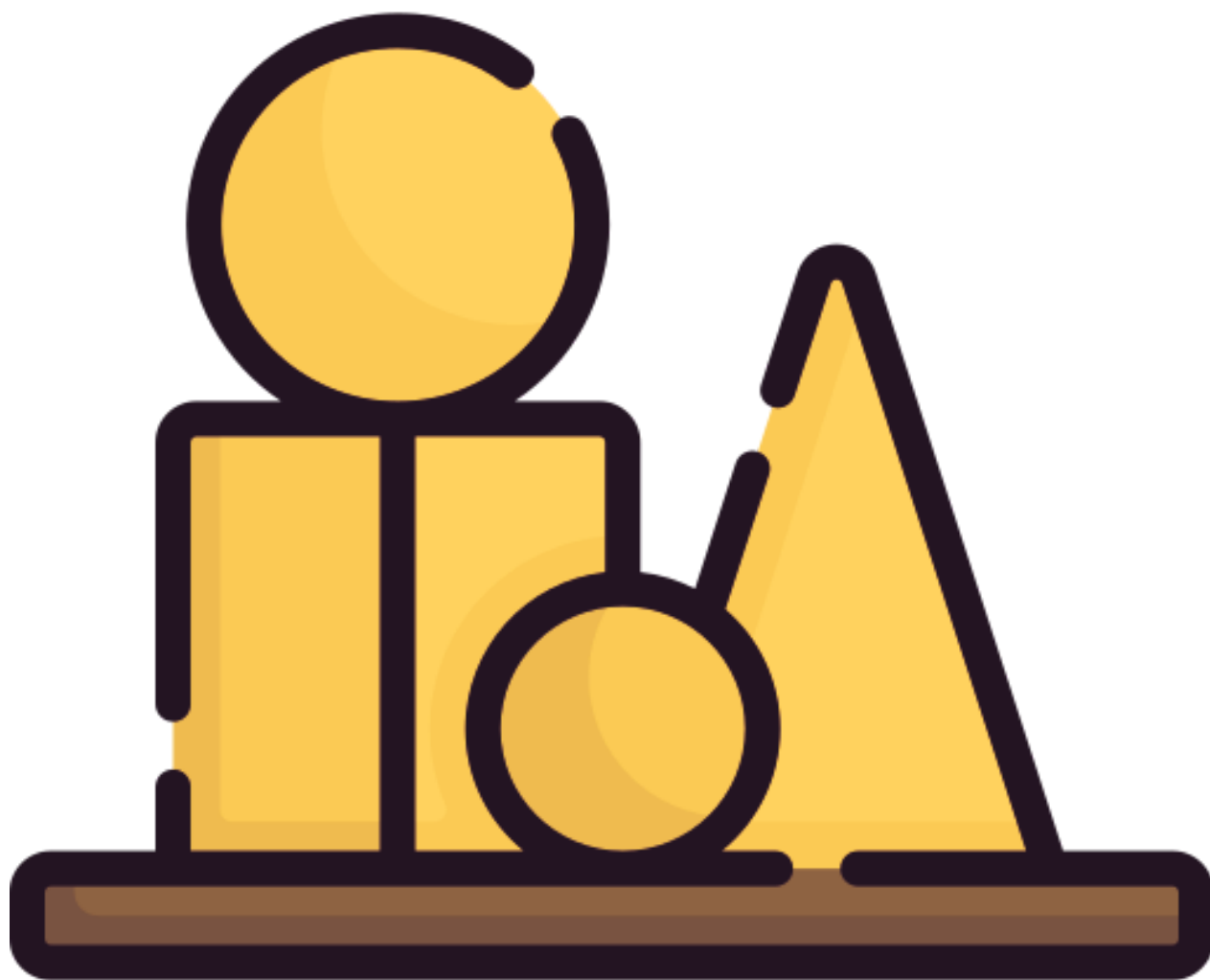


$$\Delta > 0$$

$$\Delta = 0$$

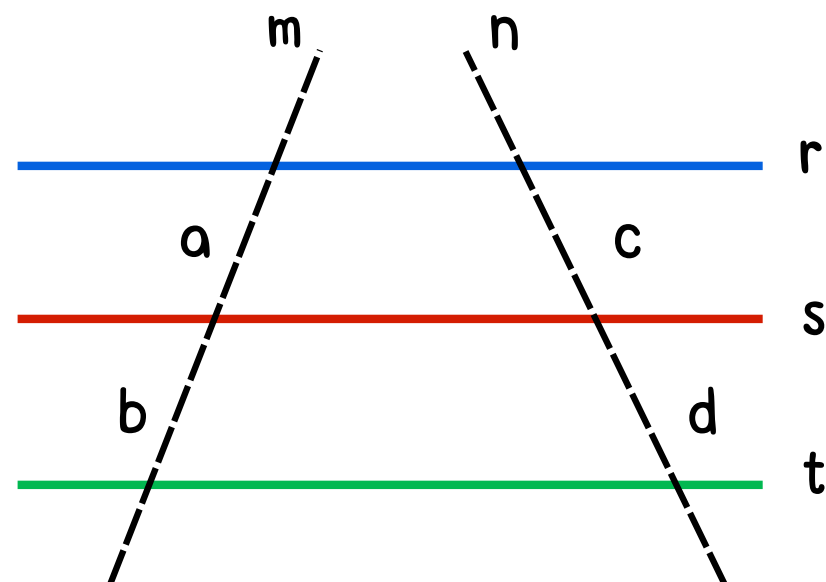
$$\Delta < 0$$

Geometria



Considere um feixe de retas paralelas interceptadas (r, s e t) por duas retas transversais (m e n).

“Os segmentos correspondentes determinados sobre as transversais (a, b, c e d) são proporcionais.”

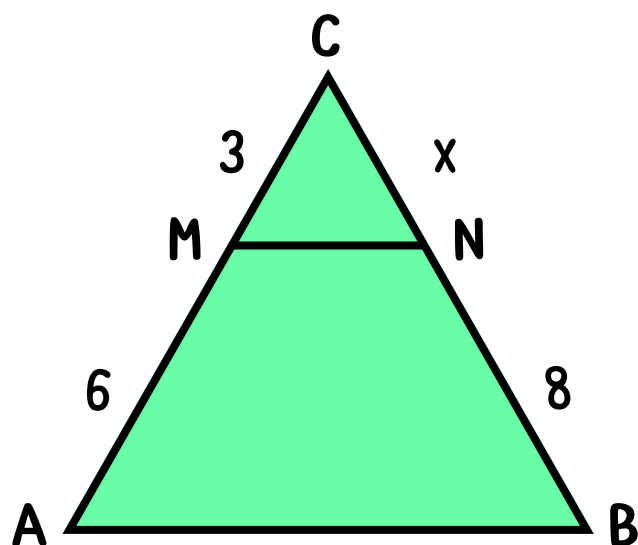


As retas m e n são transversais ao feixe de paralelas r, s e t.



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Sendo MN // AB, calcule o valor de x em:

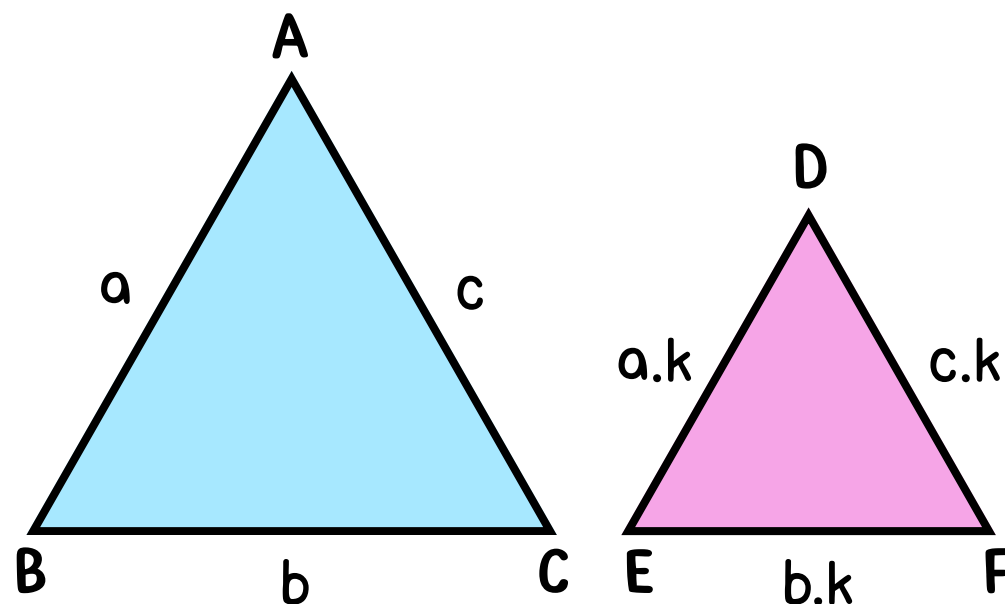


Pelo teorema de Tales temos:

$$\begin{aligned}\frac{x}{8} &= \frac{3}{6} \\ 6 \cdot x &= 8 \cdot 3 \\ x &= 4\end{aligned}$$

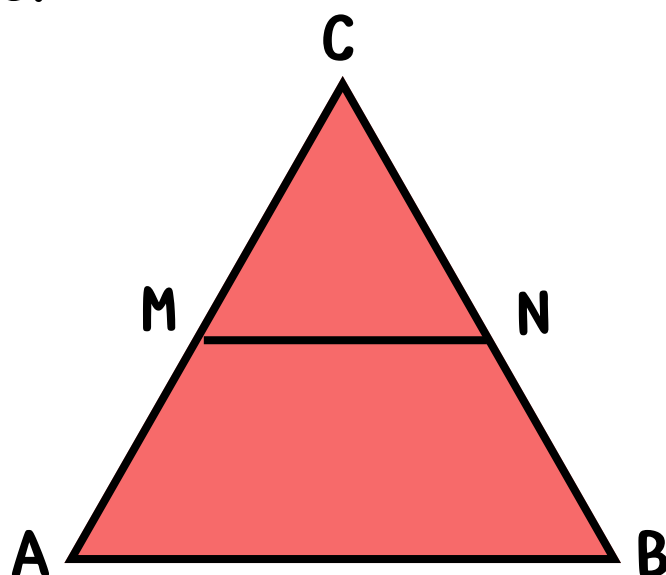
Em triângulos semelhantes, os lados correspondentes são proporcionais e os ângulos correspondentes são congruentes.

Usamos como símbolo para indicar semelhança:



Triângulos Semelhantes

Ao traçarmos um segmento paralelo a um dos lados de um triângulo ($MN \parallel AB$), obtemos um outro triângulo semelhante ao primeiro.



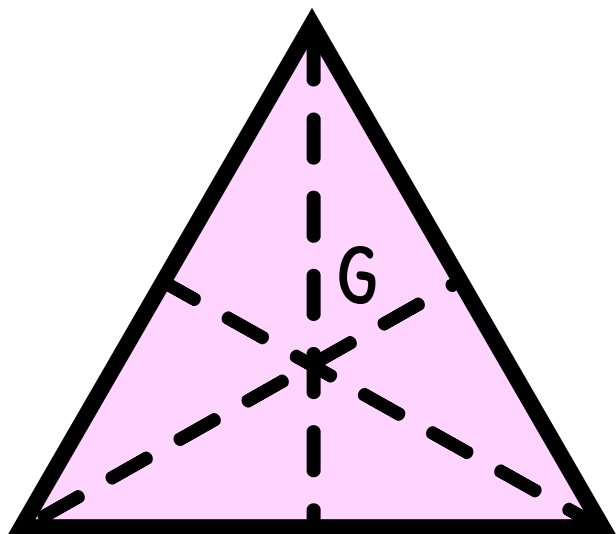
$$\Delta ABC \quad \Delta DEF$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = k$$

Razão de Semelhança

$$\frac{MC}{AC} = \frac{NC}{BC} = \frac{MN}{AB}$$

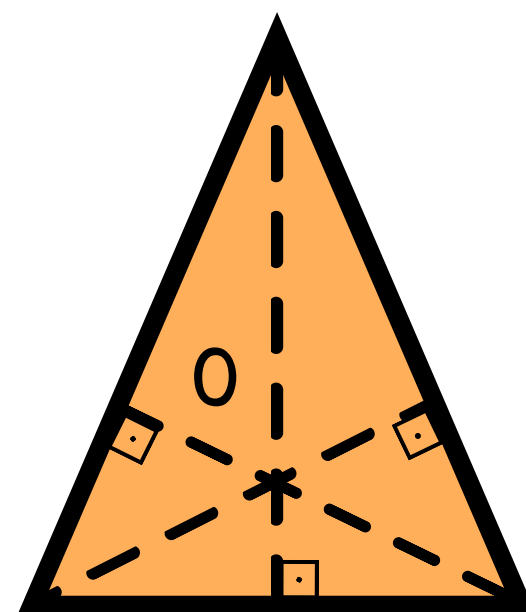
$$\Delta ABC \quad \Delta MCN$$



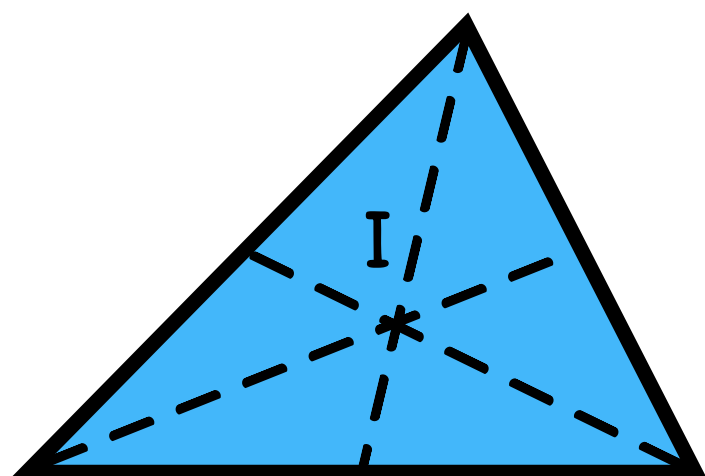
G - BARICENTRO
Encontro das medianas

O baricentro divide qualquer uma das medianas na razão 1 para 2. É conhecido também como centro de gravidade do triângulo.

Pontos Notáveis do Triângulo



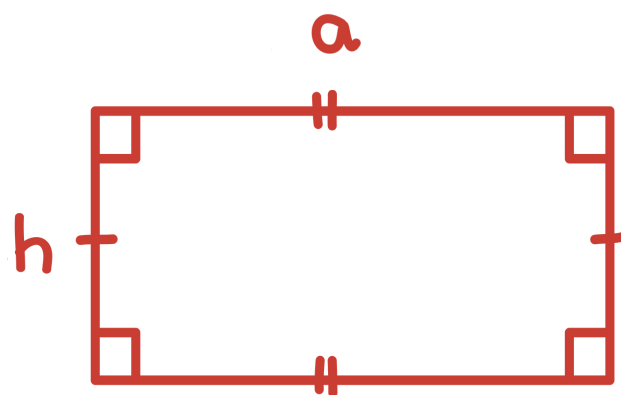
O - ORTOCENTRO
Encontro das alturas



I - INCENTRO
Encontro das bissetrizes

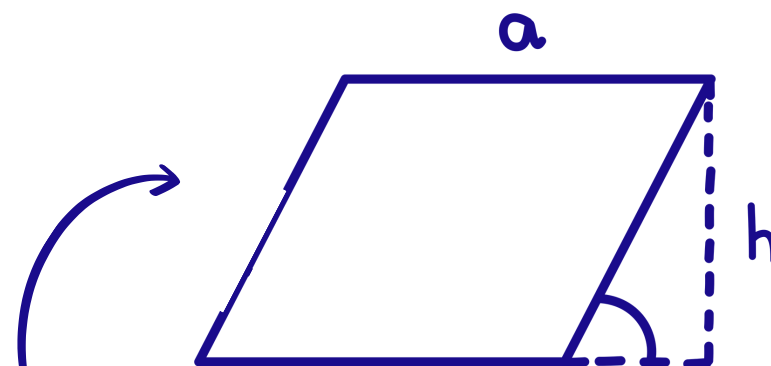
O incentro de um triângulo é equidistante de todos os seus lados.

RETÂNGULO



$$a \times h$$

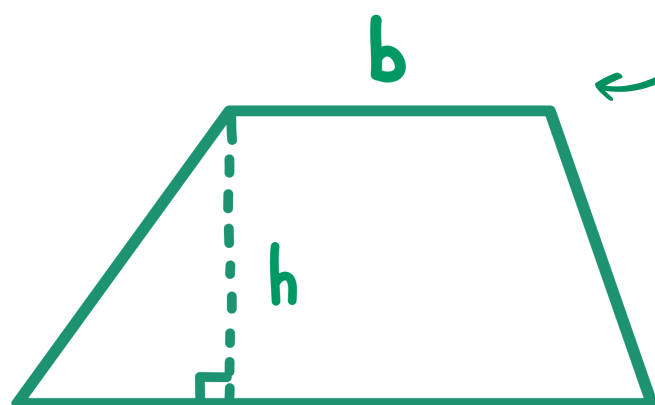
PARALELOGRAMO



$$a \times h$$

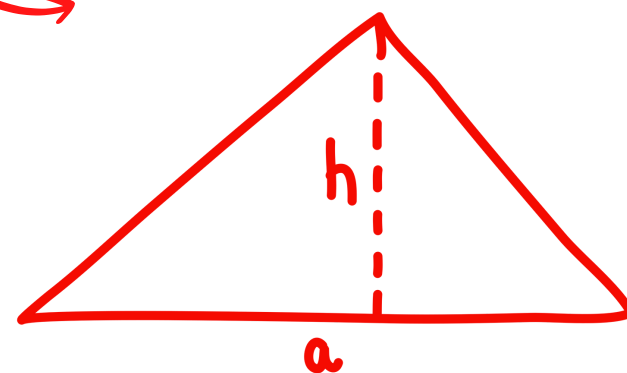
Áreas

TRAPÉZIO



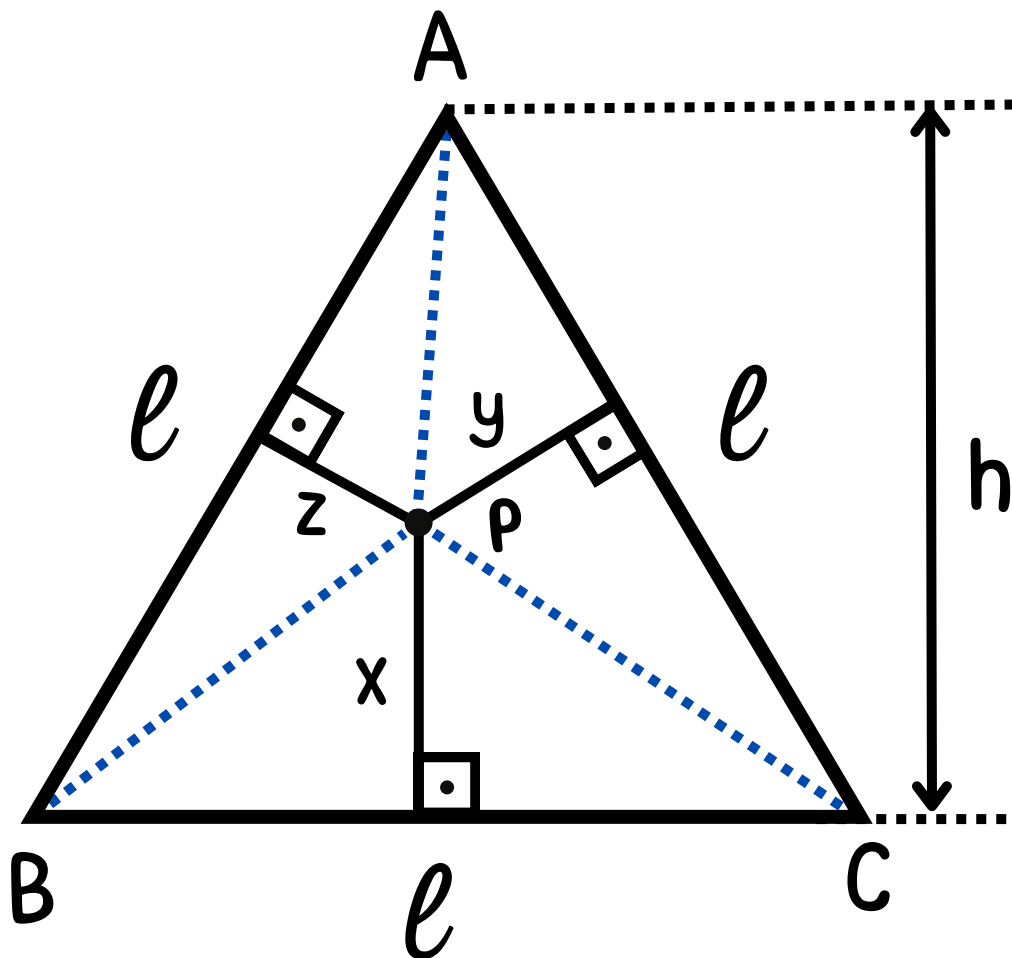
$$\frac{1}{2} \times (a + b) \times h$$

TRIÂNGULO



$$\frac{1}{2} \times a \times h$$

Teorema de Viviani



Teorema

Sendo P um ponto interno qualquer de um triângulo equilátero, a soma das distâncias de P aos lados desse triângulo é igual a medida de sua altura.

$$A_{\triangle ABC} = A_{\triangle PBC} + A_{\triangle PAC} + A_{\triangle PAB}$$

$$\frac{\cancel{l} \cdot h}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{l} \cdot x}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{l} \cdot y}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{l} \cdot z}{\cancel{2}}$$

$$h = x + y + z$$

O Triângulo Retângulo

a - hipotenusa do triângulo

b e c - catetos

θ e β - ângulos agudos

Importante:

$$\theta + \beta = 90^\circ$$

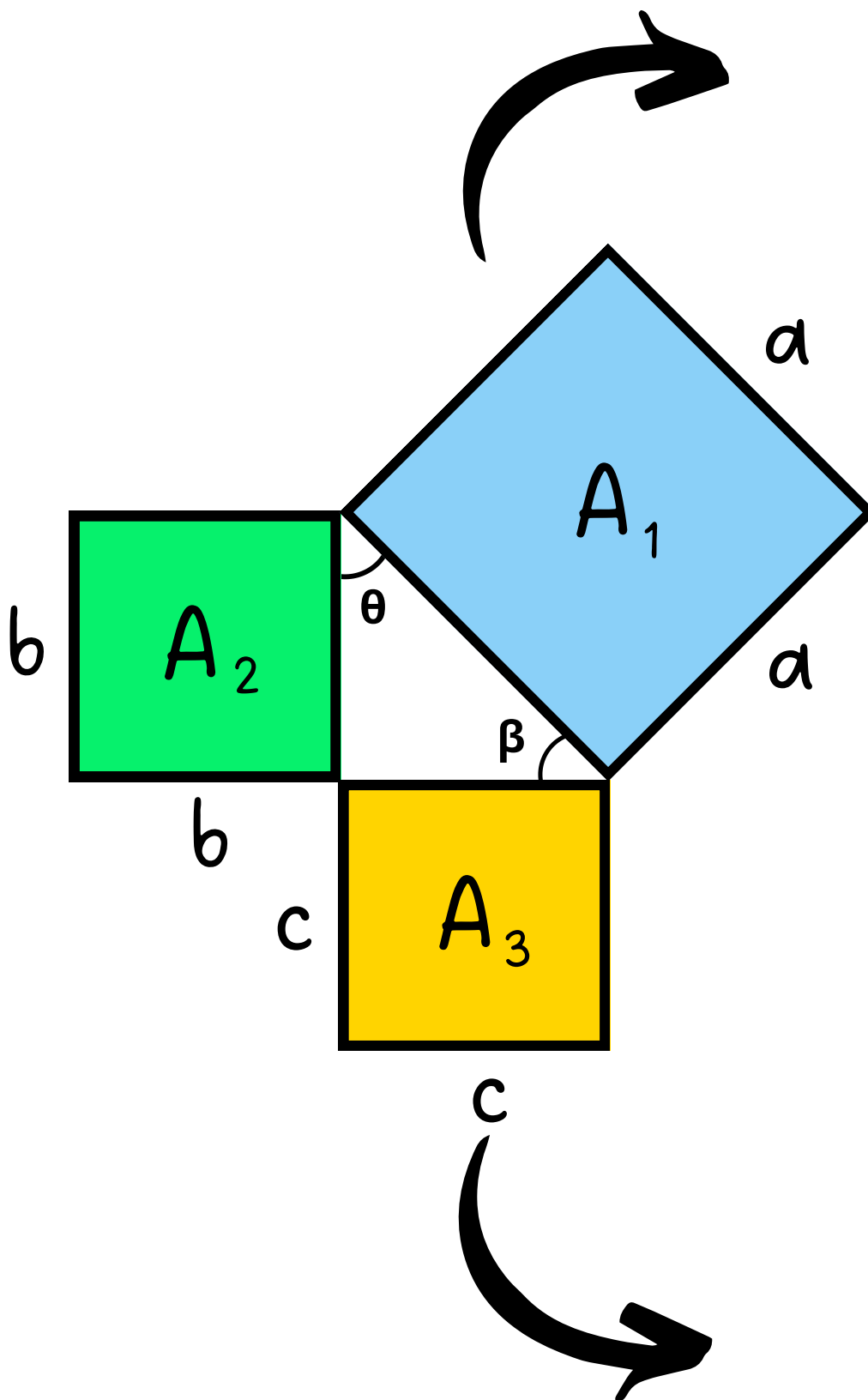
Teorema de Pitágoras

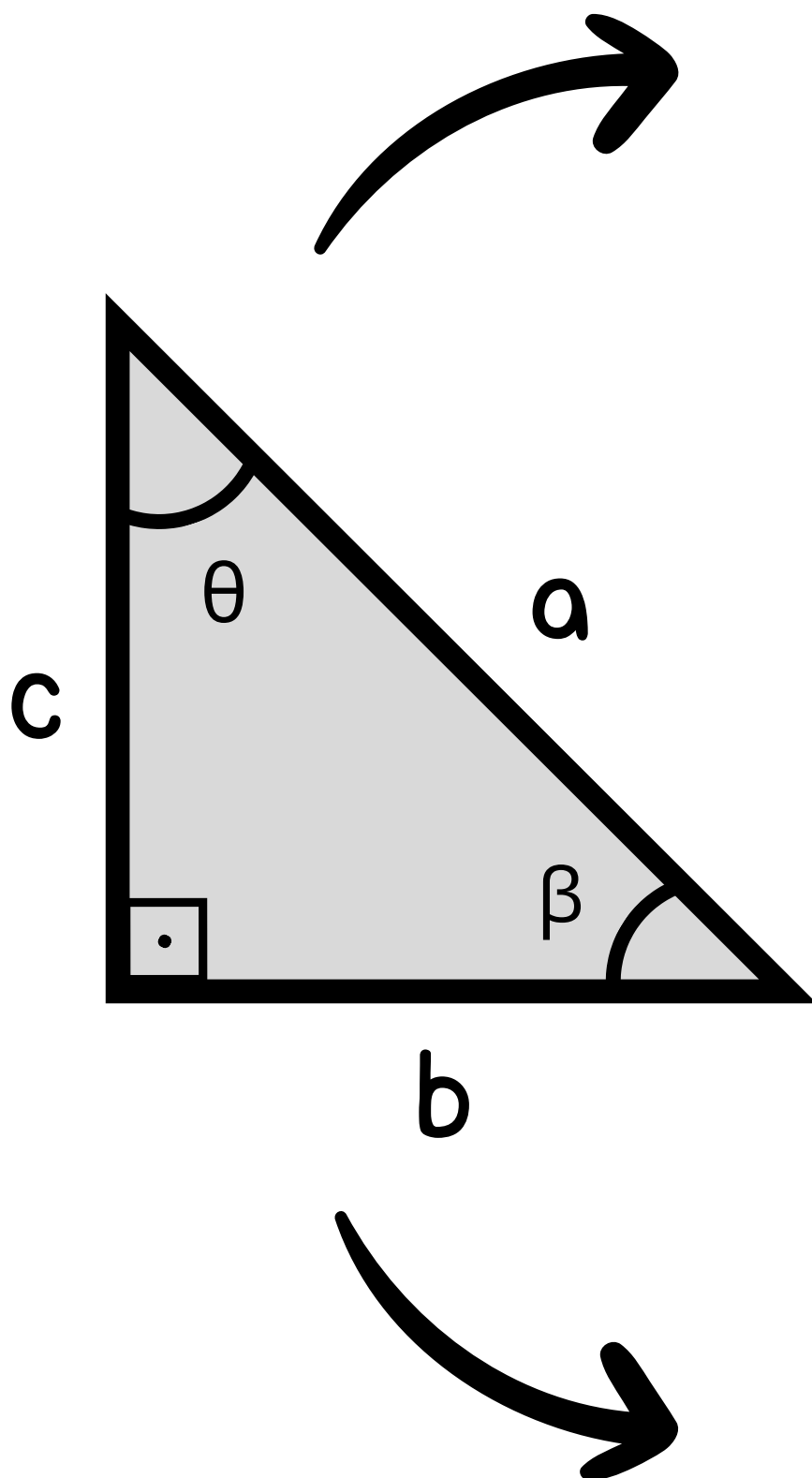
Em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos.

$$A_1 = A_2 + A_3$$

$$a.a = b.b + c.c$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$





Seno

$$\text{seno} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen } \theta = \frac{b}{a} \quad \text{sen } \beta = \frac{c}{a}$$

coseno

$$\text{coseno} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

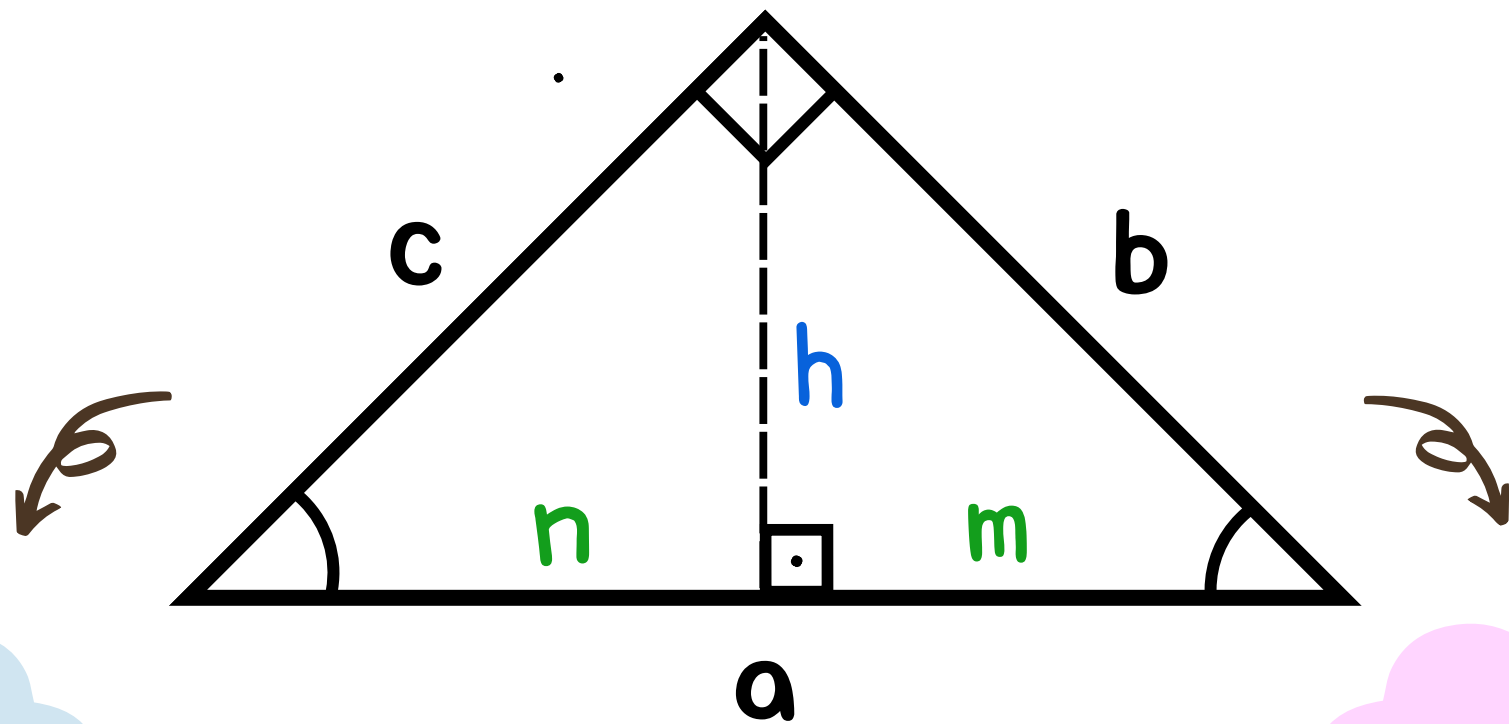
$$\cos \theta = \frac{c}{a} \quad \cos \beta = \frac{b}{a}$$

tangente

$$\text{tangente} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{b}{c} \quad \text{tg } \beta = \frac{c}{b}$$

Relações Métricas



$$c^2 = a.n$$

$$h^2 = m.n$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

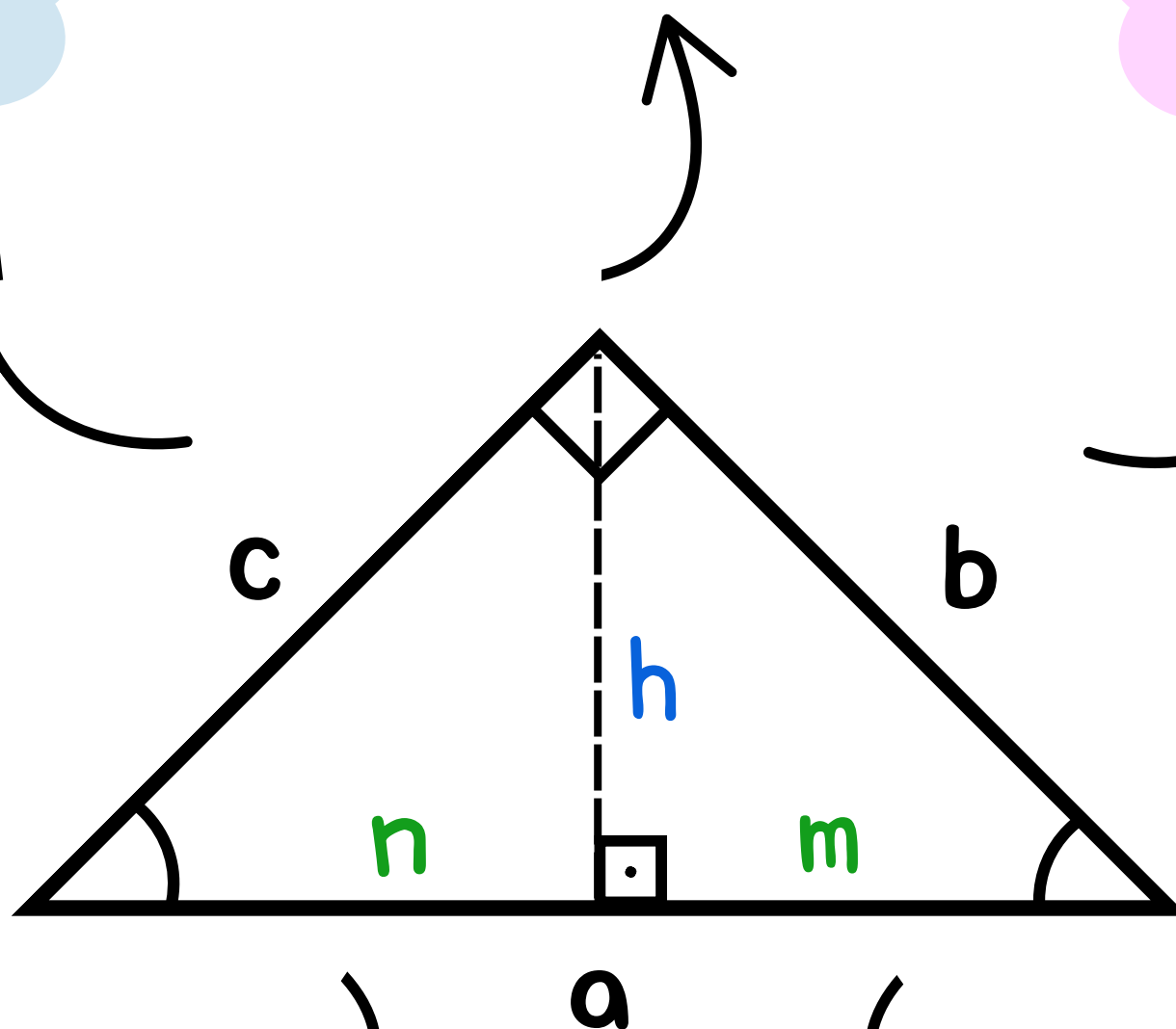
$$a.h = b.c$$

$$b^2 = a.m$$

$$c^2 = a.n$$

$$h^2 = m.n$$

$$a.h = b.c$$



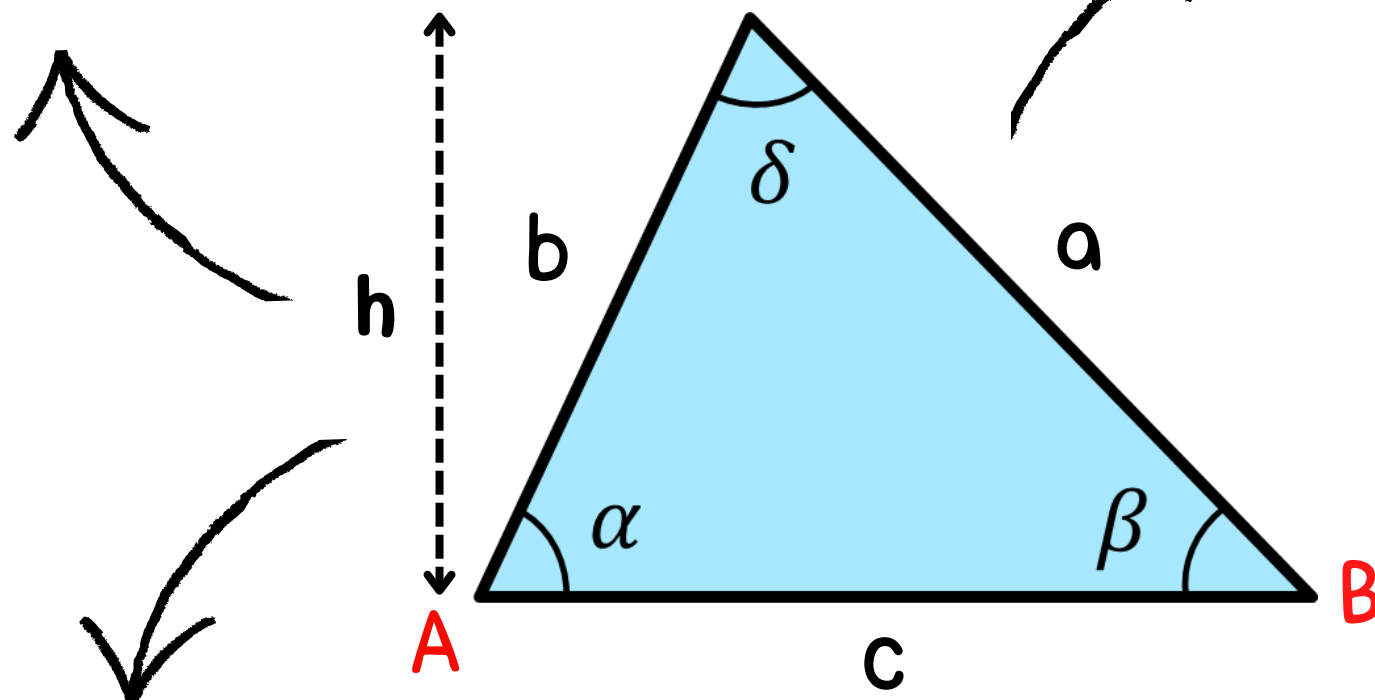
$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$b^2 = a.m$$

Área

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

$$A = \frac{c \cdot h}{2}$$



Natureza

$$a^2 < b^2 + c^2$$

acutângulo

$$a^2 = b^2 + c^2$$

retângulo

$$a^2 > b^2 + c^2$$

obtusângulo

importante

$$\alpha + \beta + \delta = 180^\circ$$

Lei dos senos

$$\frac{a}{\text{sen}(\textcolor{red}{A})} = \frac{b}{\text{sen}(\textcolor{red}{B})} = \frac{c}{\text{sen}(\textcolor{red}{C})}$$

Lei dos cossenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot bc \cdot \cos(\textcolor{red}{A})$$

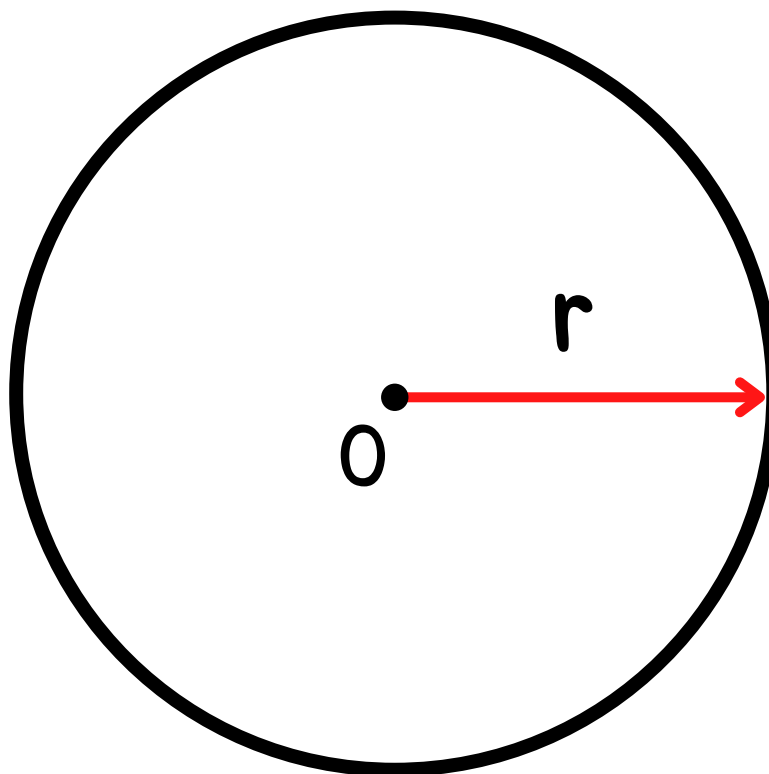
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot ac \cdot \cos(\textcolor{red}{B})$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot ab \cdot \cos(\textcolor{red}{C})$$

Circunferência

Definição

Lugar geométrico dos pontos de um plano que estão a mesma distância de um ponto (O) desse plano.



$C(O, r)$: circunferência de centro O e raio r.

Elementos

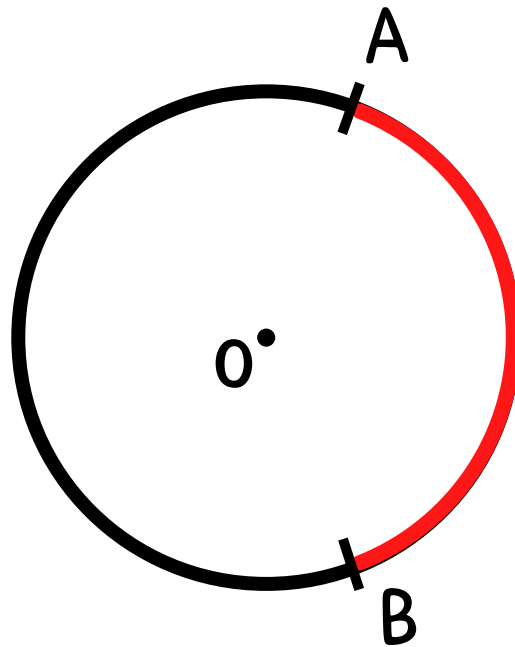
- (1) O é o centro da circunferência.
- (2) r - **raio** é a distância do centro a qualquer ponto da circunferência.

Importante: toda circunferência pode ser representada, utilizando a seguinte notação:

Circunferência

Arco

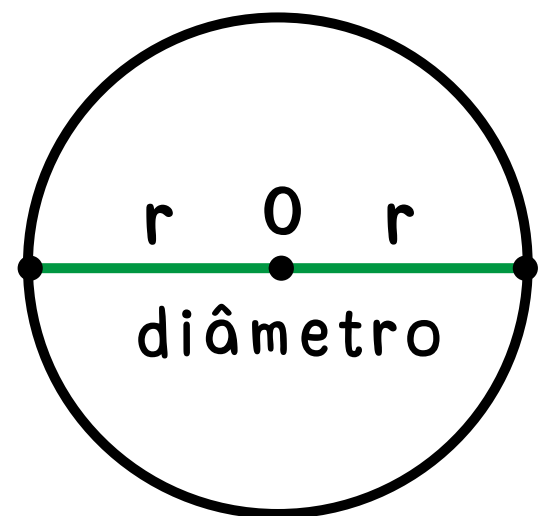
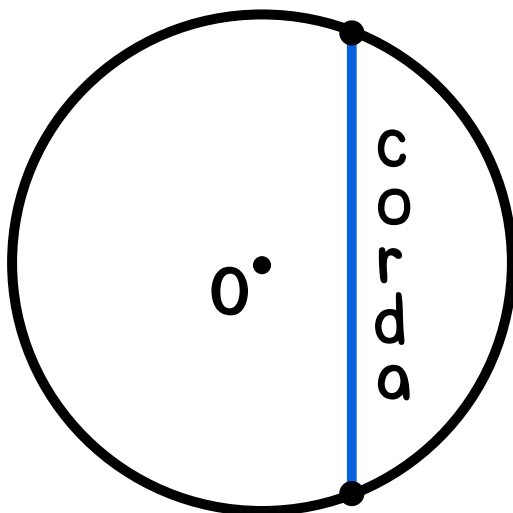
Arco é a porção compreendida entre dois pontos (os extremos) de uma mesma circunferência.



$\widehat{AB}$ = Arco AB

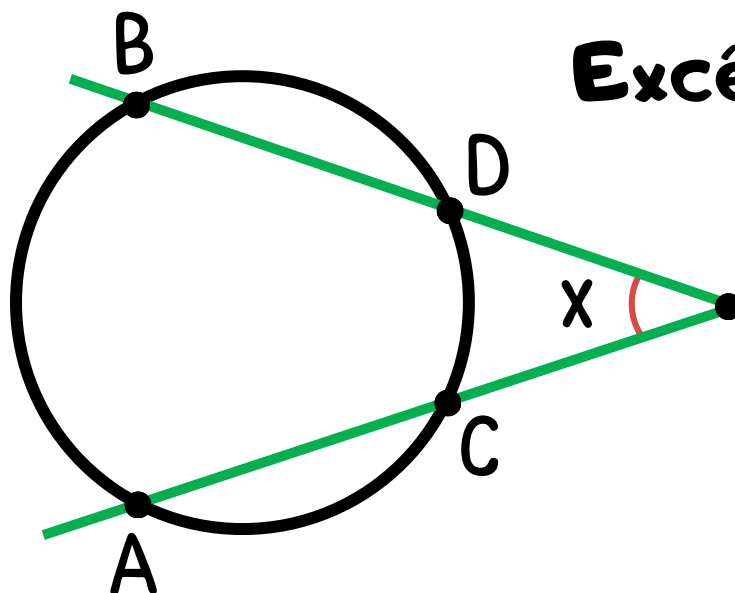
Corda

É todo segmento de reta que tem como extremos dois pontos da circunferência. Se a **corda** passa pelo centro (O), ela é chamada de **diâmetro** (d), onde $d = 2r$.



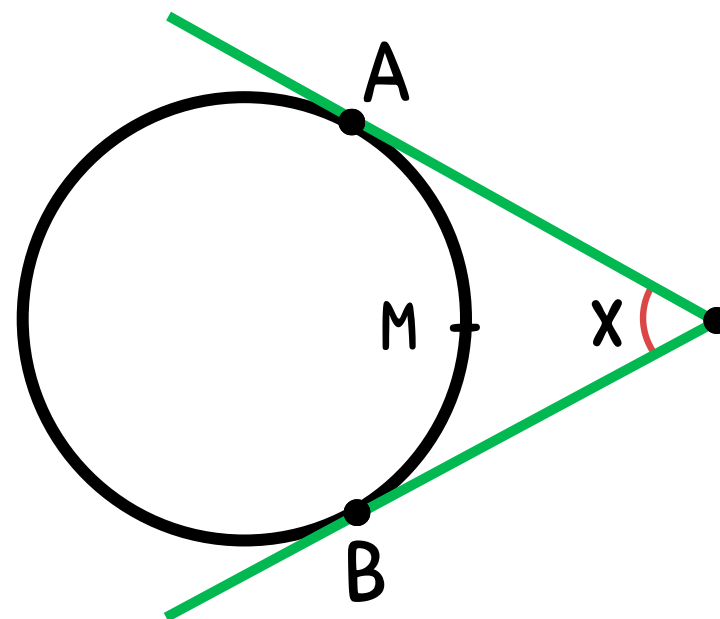
Ângulos na Circunferência

Excêntrico Externo



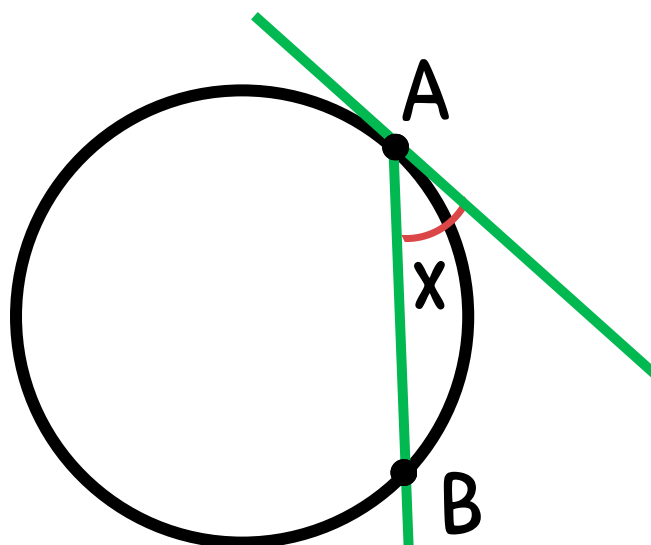
$$x = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$$

De segmento



$$x = 180^\circ - \widehat{AMB}$$

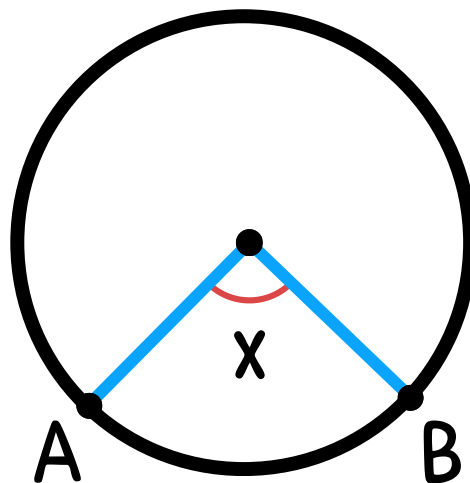
Circunscrito



$$x = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

Ângulos na Circunferência

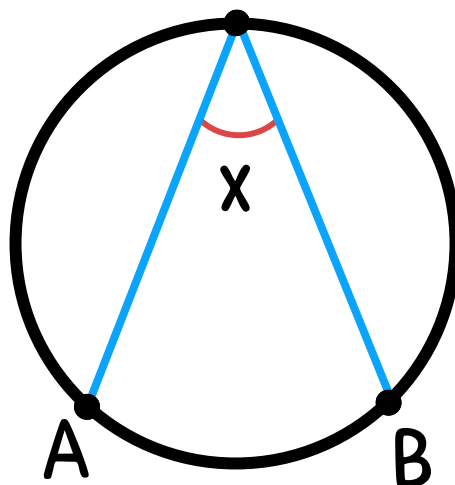
Central



$$x = \widehat{AB}$$

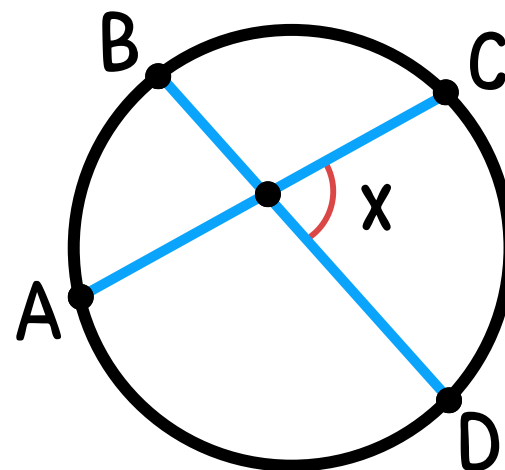


Inscrito



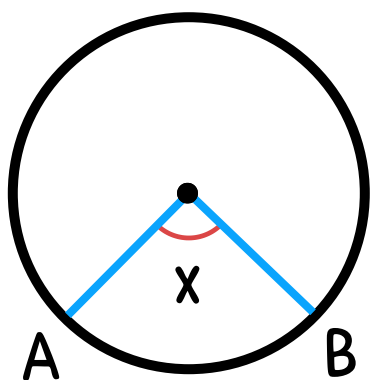
$$x = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

Excêntrico Interno



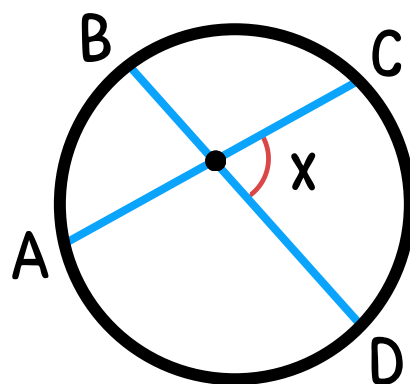
$$x = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$$

Central



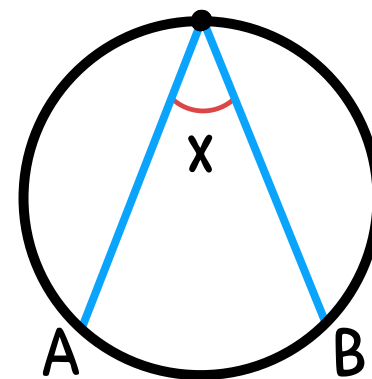
$$x = \widehat{AB}$$

Excêntrico Interno



$$x = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$$

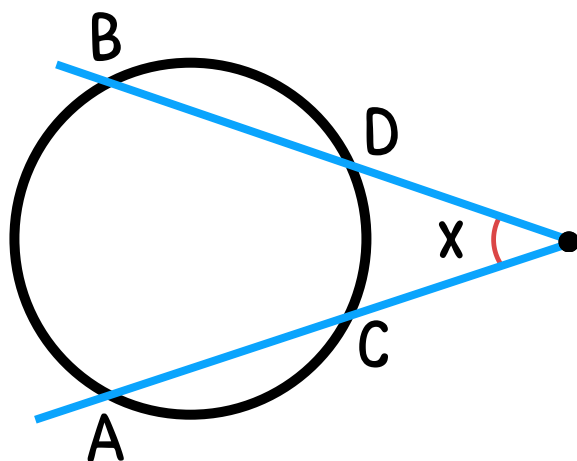
Inscrito



$$x = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

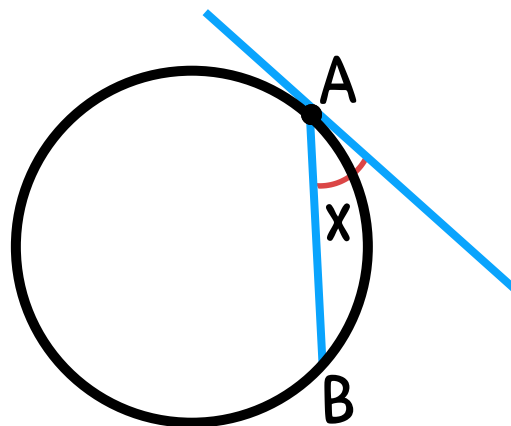
Ângulos na Circunferência

Excêntrico Externo



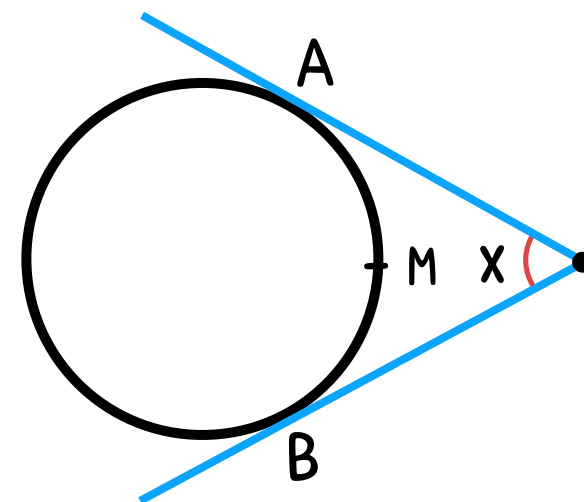
$$x = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$$

De segmento

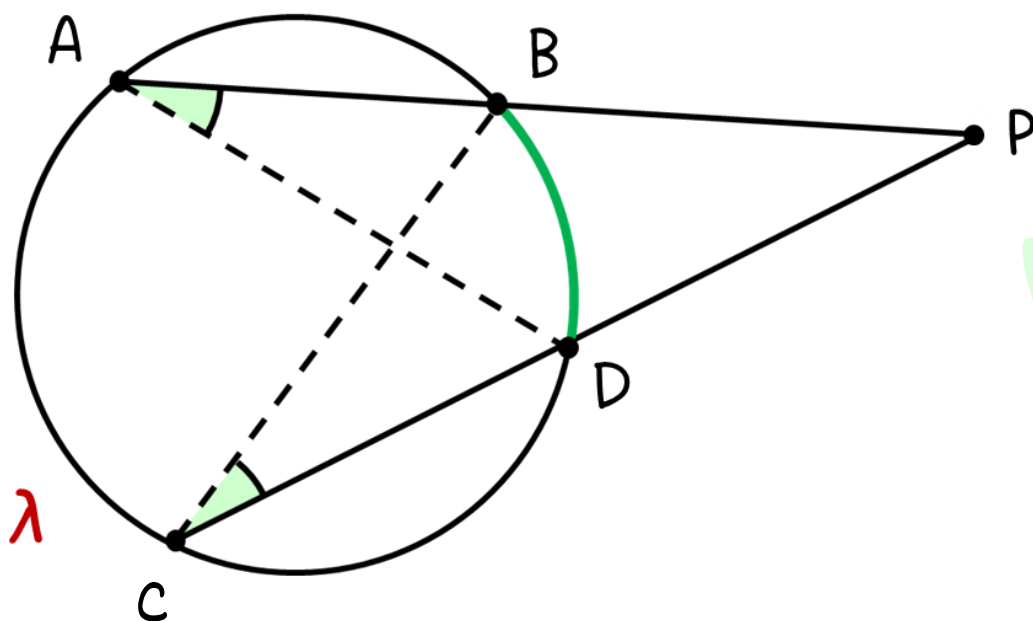


$$x = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

Circunscrito



$$x = 180^\circ - \widehat{AMB}$$



$$(PA).(PB) = (PC).(PD)$$

Fixados o ponto P e a circunferência (λ), o produto $(PA).(PB)$ é constante, qualquer que seja a corda AB passando por P.

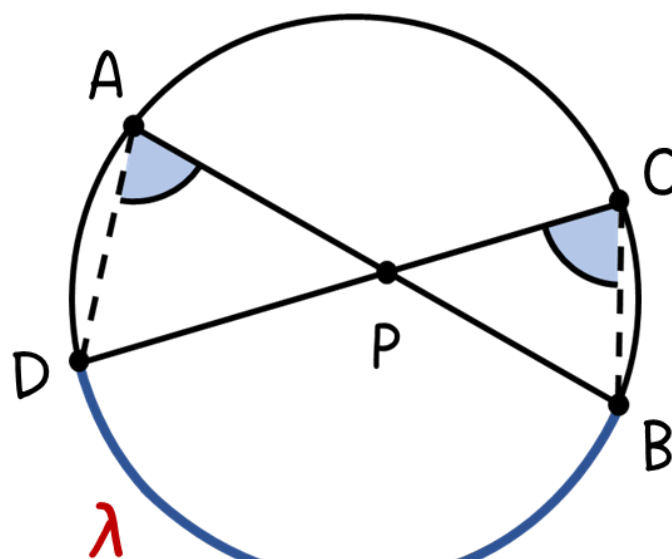
Potência de ponto

$$\triangle PAD \sim \triangle PCB$$

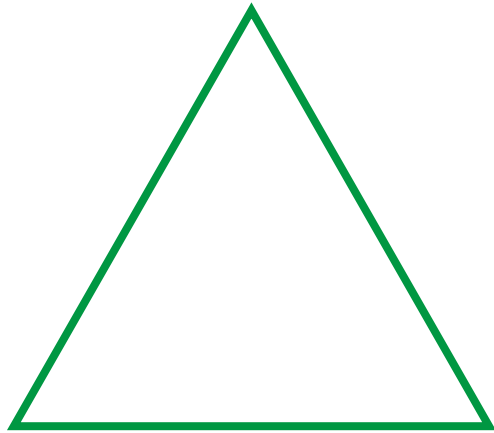
$$A = C = BD/2 \rightarrow \frac{PA}{PC} = \frac{PD}{PB}$$

$$(PA).(PB) = (PC).(PD)$$

$$(PA).(PB) = (PC).(PD)$$

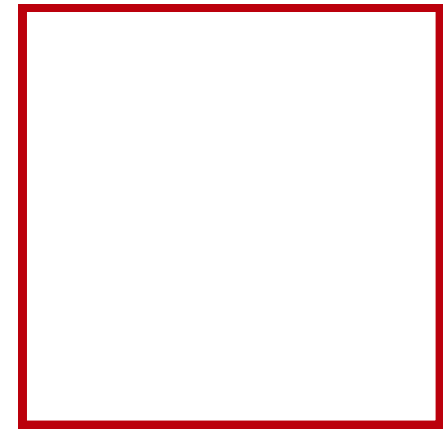


com 3 lados



triângulo regular
(triângulo equilátero)

com 4 lados

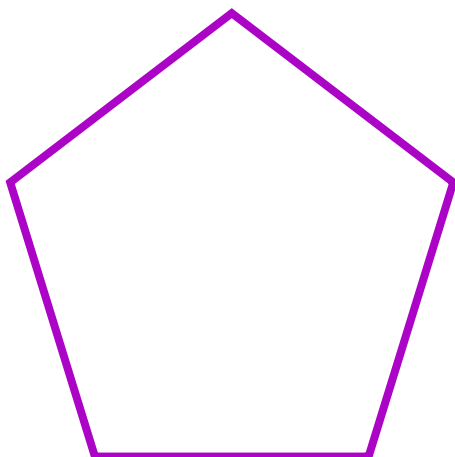


quadrilátero regular
(quadrado)

Polígonos Regulares

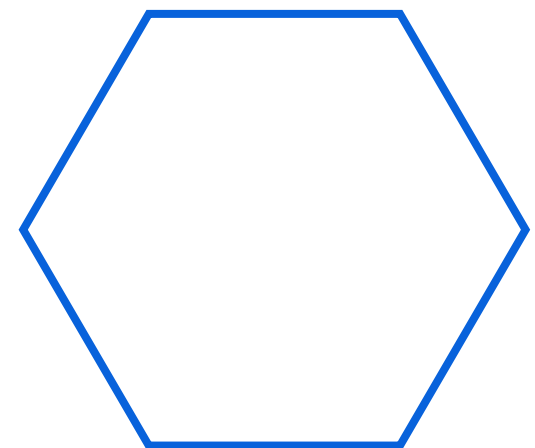
É todo polígono convexo que tem todos os lados e todos os ângulos internos congruentes. Um polígono regular é equilátero e equiângulo.

com 5 lados



pentágono regular

com 6 lados

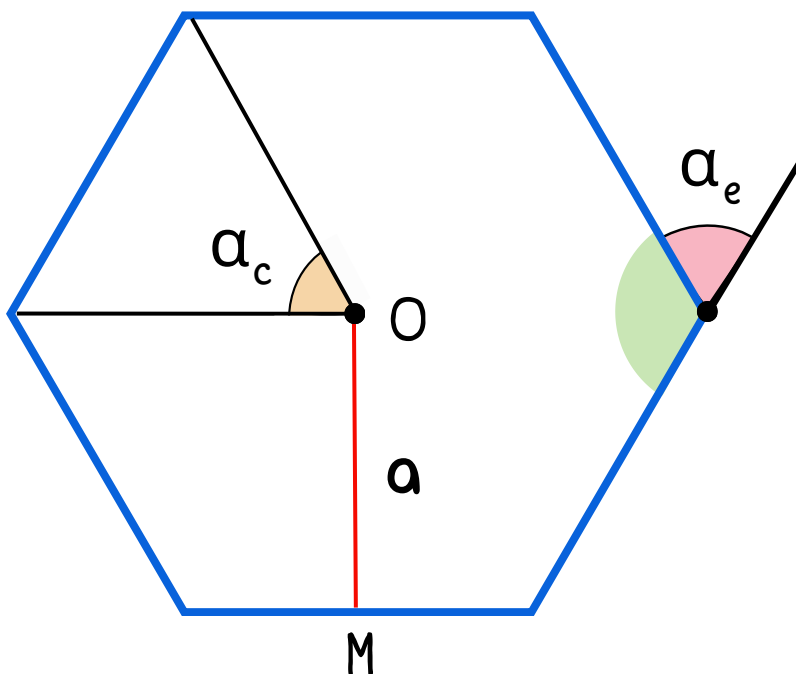


hexágono regular

Elementos importantes

Centro: é o ponto (O) em que concorrem as mediatrizes dos lados e as bissetrizes dos ângulos internos.

Apótema: é o segmento perpendicular (a) ao lado com uma extremidade no centro e a outra no ponto médio do lado.



Polígono Regular

No hexágono regular representado acima temos:

- O é o centro;
- M é o ponto médio do lado;
- OM é o apótema ($OM = a$);
- α_c é o ângulo central;
- α_i é o ângulo interno;
- α_e é o ângulo externo.

$$\alpha_c = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\alpha_i = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$$

$$\alpha_e = \frac{360^\circ}{n}$$

n = número de lados

Polígonos

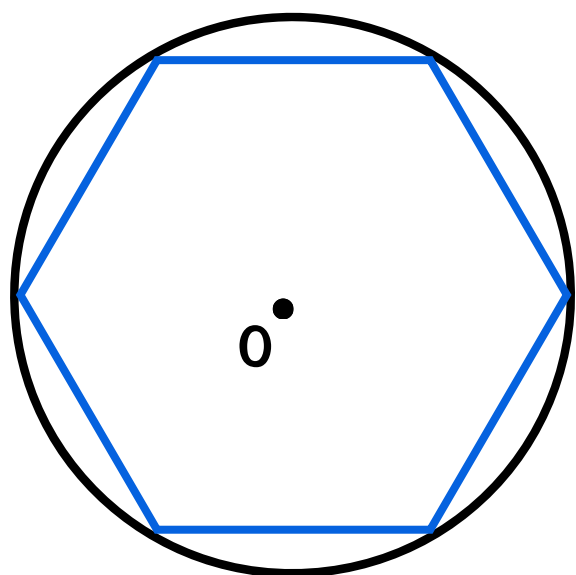
Inscritível

Um polígono é inscritível somente se existe um ponto O igualmente distante de todos os vértices do polígono.

Os polígonos inscritíveis mais importantes são:

- os triângulos;
- alguns quadriláteros;
- os polígonos regulares.

Exemplo:



hexágono regular inscrito

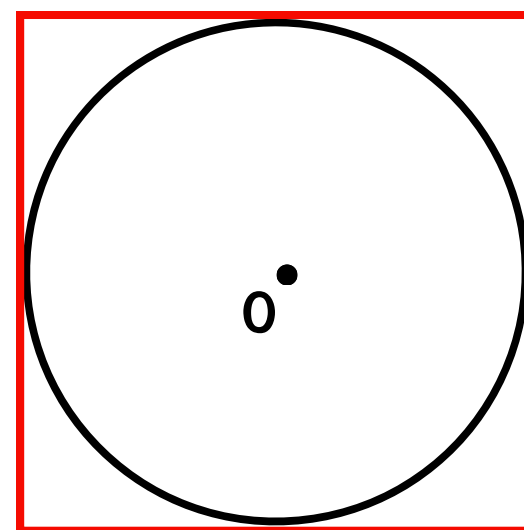
Circunscritível

Um polígono é circunscritível somente se existe um ponto O igualmente distante de todos os lados do polígono.

Os polígonos circunscritíveis mais importantes são:

- os triângulos;
- alguns quadriláteros;
- os polígonos regulares.

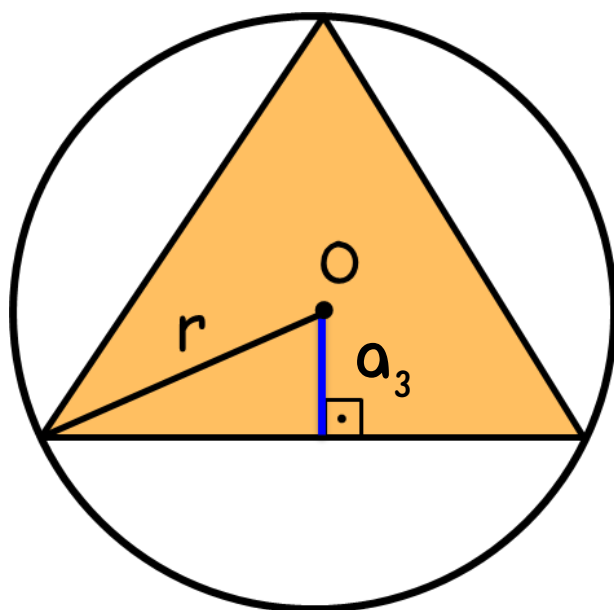
Exemplo:



quadrado circunscrito

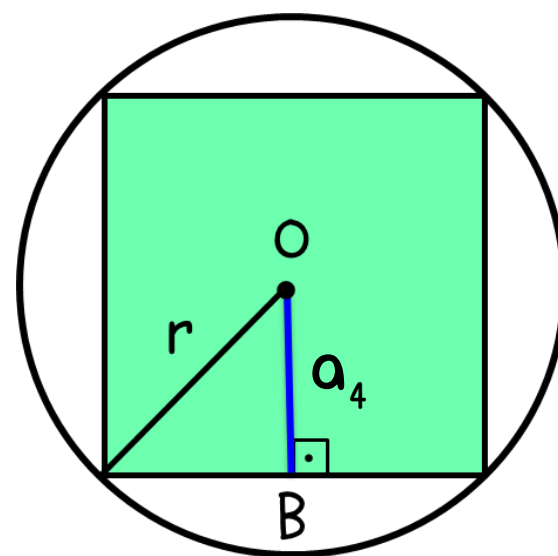
APÓTEMA

TRIÂNGULO
EQUILÁTERO



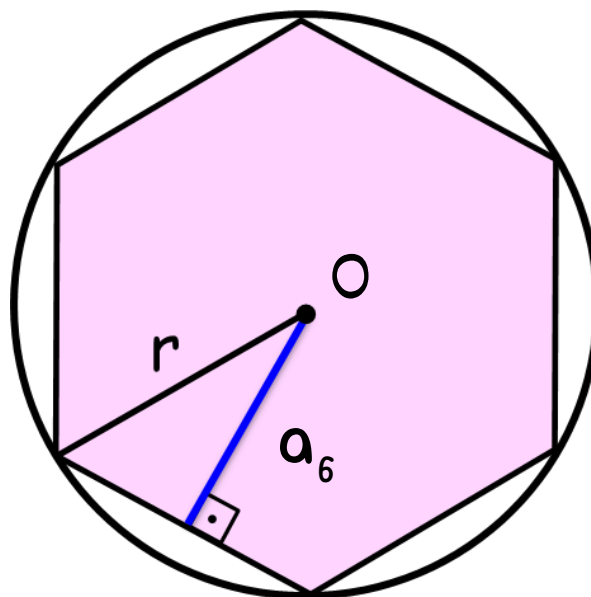
$$a_3 = \frac{r}{2}$$

QUADRADO



$$a_4 = \frac{r\sqrt{2}}{2}$$

HEXÁGONO
REGULAR



$$a_6 = \frac{r\sqrt{3}}{2}$$

em atualização...

@superaulasbr

