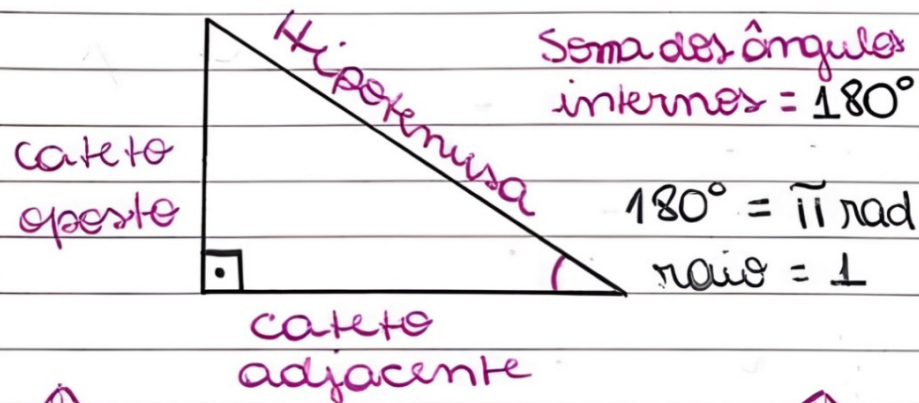


TRIGONOMETRIA



grau	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\pi \text{ rad}$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
seno	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0	-1	0
coseno	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	-1	0	1
tangente	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$	0	$\nexists$	0

Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$ (triângulo retâng.)
triângulo quaisquer:

Lei dos Senos:

→ usar quando:
2 ângulos, 1 lado

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

Lei dos cossenos:

→ usar quando:
1 ângulo, 2 lados

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

$$\sin \alpha = \sin (180^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = -\cos (180^\circ - \alpha)$$

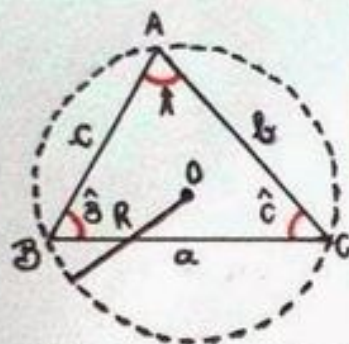
$$\sin = \frac{co}{hi} \quad \text{cosec} = \frac{hi}{co} = \frac{1}{\sin}$$

$$\cos = \frac{ca}{hi} \quad \text{sec} = \frac{hi}{ca} = \frac{1}{\cos}$$

$$\text{tg} = \frac{co}{ca} \quad \text{cotg} = \frac{ca}{co} = \frac{1}{\text{tg}}$$

Lei dos senos e Lei dos cossenos

Lei dos senos



DIÂMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA CIRCUNSCRITA.

► Cada lado é proporcional ao seno do ângulo oposto.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

► A RAZÃO ENTRE A MEDIDA DE UM LADO E O SENO DO ÂNGULO OPOSTO É IGUAL AO

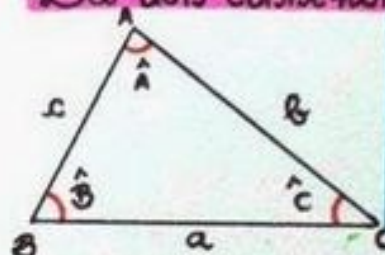
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R = d$$

Natureza de um triângulo

► Seja o triângulo ABC, com lados medindo a , b e c , em que $a \geq b \geq c$.

- I ΔABC SERÁ ACUTÂNGULO se $a^2 < b^2 + c^2$.
- II ΔABC SERÁ RETÂNGULO se $a^2 = b^2 + c^2$.
- III ΔABC SERÁ OBTUSÂNGULO se $a^2 > b^2 + c^2$.

Lei dos cossenos

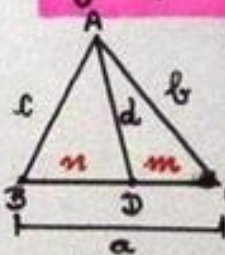


$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C \end{aligned}$$

► EM TODO TRIÂNGULO, O QUADRADO DE QUALQUER UM DOS LADOS É IGUAL À SOMA DOS QUADRADOS DOS OUTROS DOIS, DIMINUÍDA DO DOBRO DO PRODUTO DESSSES LADOS PELO COSSENO DO ÂNGULO POR ELES FORMADO.

Relação de Stewart

$$\frac{b^2}{am} + \frac{c^2}{an} - \frac{d^2}{mn} = \frac{a}{mn}$$



Onde a , b e c são os lados do triângulo, m e n são as projeções de b e c , respectivamente, sobre o lado a , e d é a ceviana.

Lembrete:

Ângulo inscrito em uma circunferência

$$\alpha = \frac{\widehat{AB}}{2}$$



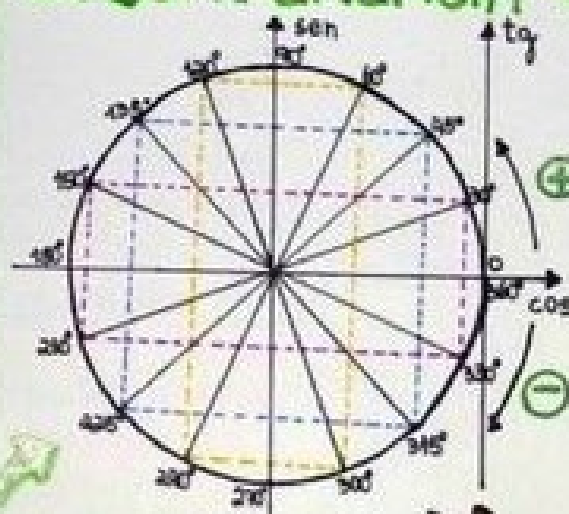
RELações NO TRIângULO RETângULO

$\text{sen } \theta = \frac{CO}{H} = \frac{b}{a}$
$\text{cos } \theta = \frac{CA}{H} = \frac{c}{a}$
$\text{tg } \theta = \frac{CO}{CA} = \frac{b}{c}$

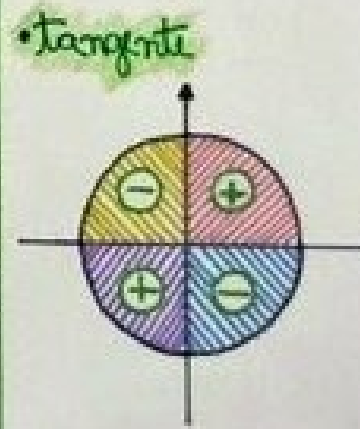
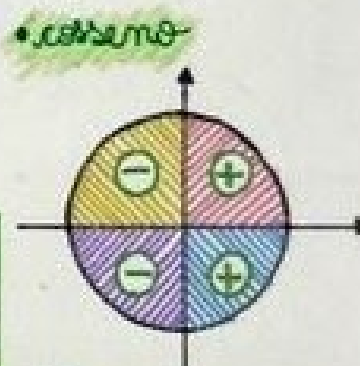
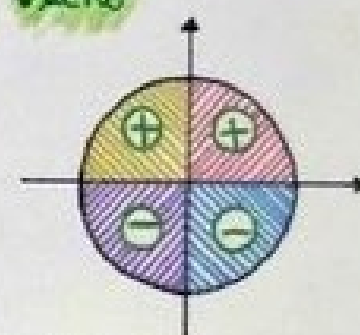


Ciclo

CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA

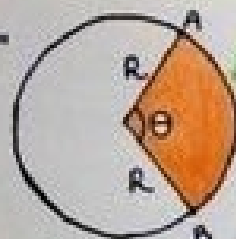


Variação de sinal



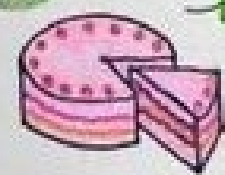
CIRCUNFERÊNCIA

$C = 2\pi R$
"or dos franceses"



$$m(\theta) = m(\widehat{AB})$$

$360^\circ \rightarrow 2\pi$
 $90^\circ \rightarrow \frac{\pi}{2}$
 $45^\circ \rightarrow \frac{\pi}{4}$



receita de bolo!

REDUÇÃO AO 1º QUADRANTE

- 1º) Identificar o quadrante a que pertence o arco
- 2º) "Levar" o arco para o 1º quadrante, por simetria
- 3º) Encontrar o valor da razão trigonométrica do ângulo obtido no 1º quadrante
- 4º) Usar o sinal do quadrante original.

ARGO

radiano	grau
π	180°
x	θ

"regra de três"

ELEMENTOS DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO



Esses três ângulos aparecem tanto nas questões que são popularmente conhecidos como ângulos notáveis

ÂNGULOS NOTÁVEIS

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

SENO, COSSENO E TANGENTE

sem complicação

SENO



$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

COSSENO



$$\text{cos}(\alpha) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

TANGENTE



$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$



RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{\text{seno}}{\text{cosseno}}$$

ÂNGULOS NOTÁVEIS

ÂNGULOS COMPLEMENTARES

SOMA IGUAL A 90°



$$\text{SEN } 30^\circ = \text{COS } 60^\circ$$

$$\text{COS } 30^\circ = \text{SEN } 60^\circ$$

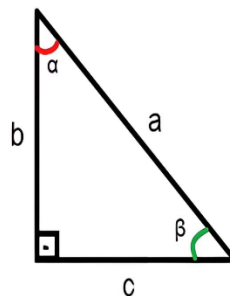
TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

descomplica

tangente de um
é o INVERSO
da tangente
do outro

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Introdução à Trigonometria



Sen

O seno de um ângulo é dado pela razão entre o cateto oposto a ele e a hipotenusa

$$\text{Sen}(\alpha) = \frac{c}{a}$$

$$\text{Sen}(\beta) = \frac{b}{a}$$

Tangente

A tangente de um ângulo é dada pela razão entre o cateto oposto a ele e o cateto adjacente ao mesmo

$$\text{Tg}(\alpha) = \frac{c}{b} \quad \text{Tg}(\beta) = \frac{b}{c}$$

Percebendo que:

$$\text{Tg}(\alpha) = \frac{\text{Sen}(\alpha)}{\text{Cos}(\alpha)} \quad \text{Tg}(\beta) = \frac{\text{Sen}(\beta)}{\text{Cos}(\beta)}$$

Cosseno

O cosseno é dado pela razão entre o cateto adjacente a esse ângulo e a hipotenusa

$$\text{Cos}(\alpha) = \frac{b}{a}$$

$$\text{Cos}(\beta) = \frac{c}{a}$$

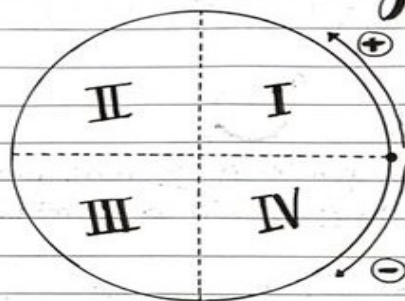
23/03/21

S T Q Q S S D

para representar todos os ângulos

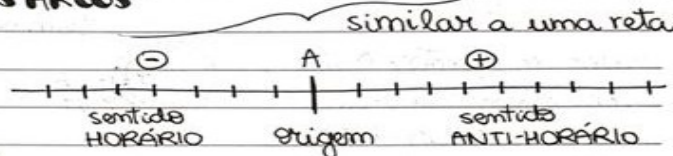
Ciclo Trigonométrico

CIRCUNFERÊNCIA de RAIO UNITÁRIO



- Sentido ANTI-HORÁRIO + POSITIVOS $\oplus$ valores sempre
- Sentido HORÁRIO + NEGATIVOS $\ominus$ valores sempre

A → ORIGEM (não pode haver outro) DOS ARCOS



• QUADRANTES • I, II, III e IV

• Em Trigonometria há ÂNGULOS COM MAIS DE 360°

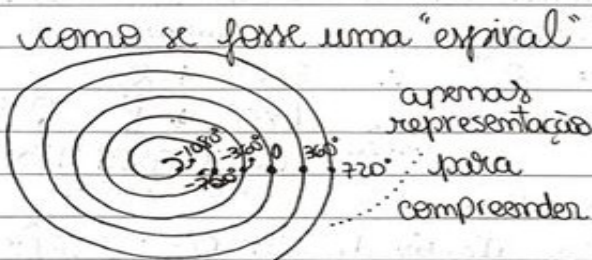
A cada volta no sentido anti-horário } $+360^\circ$

$360^\circ \rightarrow 720^\circ \rightarrow 1080^\circ \rightarrow \dots$

A cada volta no sentido horário } -360°

$-360^\circ \rightarrow -720^\circ \rightarrow -1080^\circ \rightarrow \dots$

COMPARAÇÃO!



Determinações de arco/ângulo *spiral* trigonométrico

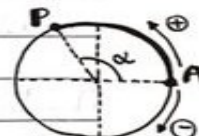
$\alpha + n \cdot 360^\circ$
com $n \in \mathbb{Z}$ inteiro

infinitas determinações do arco AP

Arco / Ângulo AP Trigonométrico

INFINITOS ARCOS / ÂNGULOS

sempre com origem em A até uma extremidade P qualquer



(exemplo)
 $\alpha = 120^\circ$

1ª det $\oplus = 120^\circ + (0) \cdot 360^\circ$
2ª det $\oplus = 120^\circ + (1) \cdot 360^\circ$
3ª det $\oplus = 120^\circ + (2) \cdot 360^\circ$

1ª det $\ominus = 120^\circ + (0) \cdot 360^\circ$
2ª det $\ominus = 120^\circ + (-1) \cdot 360^\circ$
3ª det $\ominus = 120^\circ + (-2) \cdot 360^\circ \dots$

Referências

Página 1

<https://maps4study.com.br/enem/trigonometria/>

Página 2

<https://br.pinterest.com/pin/797489046485447653/>

Página 3

<https://br.pinterest.com/pin/649151733792089052/>

Página 4

<https://pt.scribd.com/document/588882069/MAPA-MENTAL-Seno-Cosseno-e-Tangente>

Página 5

<https://br.pinterest.com/pin/113645590583966956/>

Página 6

https://maps4study.com.br/enem/razoes-trigonometricas/?utm_source=chatgpt.com#google_vignette

Página 7

<https://in.pinterest.com/pin/21955116927306176/>

Trabalho: Razões Trigonométricas.

Alunos: Julia Medina, Geneci Nathanael, Nycolas da Costa e Leonardo Junqueira.

Prof.: Luiz Paulo de Oliveira Sousa.



Os trabalhos apresentados foram desenvolvidos pelos estudantes das 3ª séries do **CEPI Osmundo Gonzaga Filho**, durante o ano letivo de 2025, em Caldas Novas – Goiás, como parte de um projeto que visa organizar e sistematizar, de forma simples e eficiente, diversos mapas mentais sobre temáticas variadas da Matemática. A proposta tem como objetivo facilitar o acesso dos alunos a um material didático visualmente atrativo, promovendo o aprendizado por meio da organização das ideias e da compreensão das relações entre os conteúdos. O uso de mapas mentais oferece inúmeras vantagens, como o estímulo à memória visual, a autonomia no estudo e o aumento do rendimento escolar. Além de consultar os materiais disponíveis, os estudantes são incentivados a criar seus próprios mapas mentais, utilizando os exemplos reunidos como fonte de inspiração. O projeto foi idealizado e orientado pelo professor **Luiz Paulo de Oliveira Sousa**, responsável também pela edição e formatação dos arquivos, sendo o conteúdo de responsabilidade dos autores das produções, sob sua orientação pedagógica.