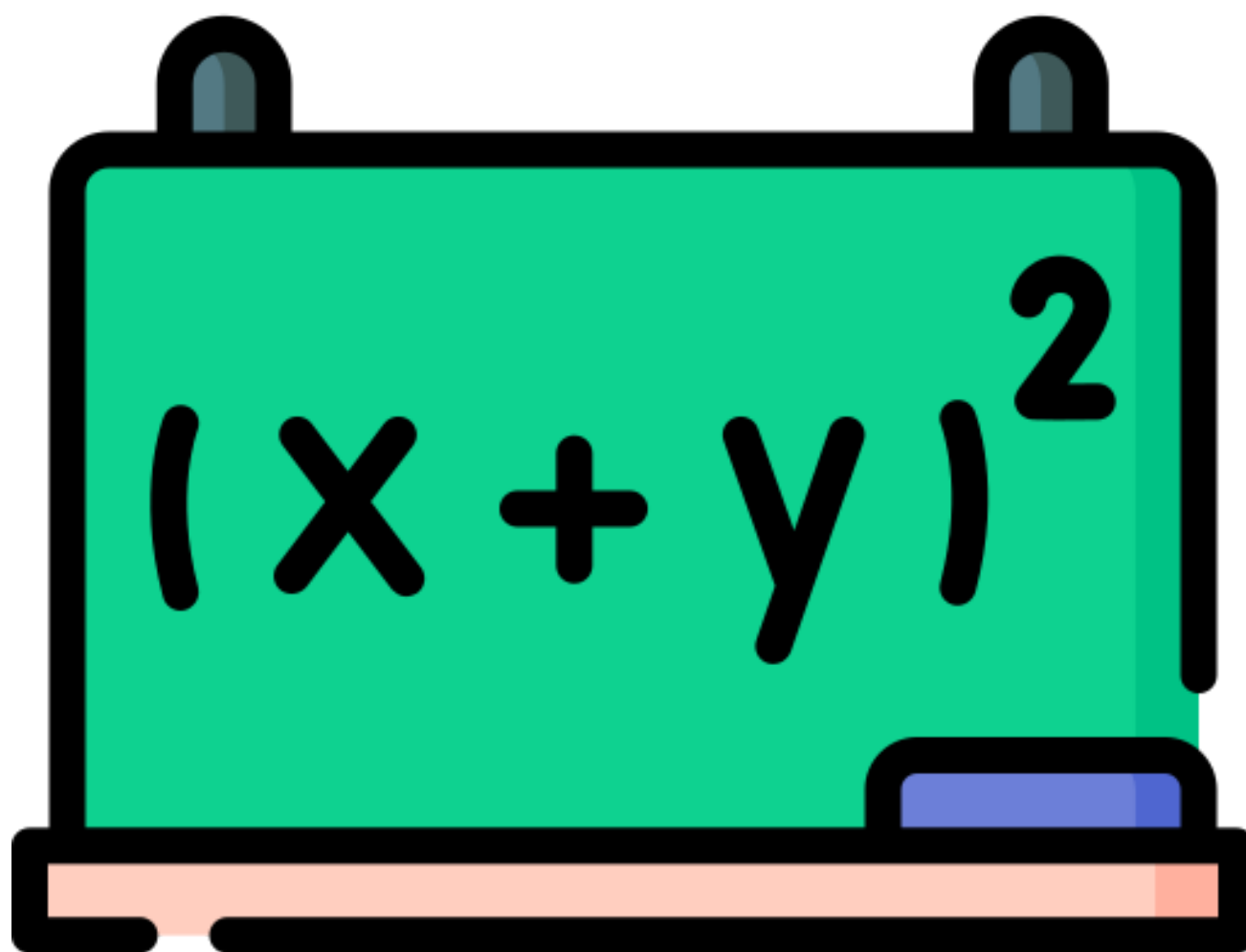


8º Ano



JORGE OLIVEIRA

Copyright © 2021 de Jorge Oliveira

Todos os direitos reservados.

Este e-book ou qualquer parte dele não pode ser reproduzido ou usado sem autorização expressa, por escrito, do autor ou editor, exceto pelo uso de citações em uma resenha ou trabalho acadêmico.

Sobre o Autor.

Professor de matemática, atuando em diversos níveis educacionais, além de cursos preparatórios diversos. Especialista em modelagem matemática.

<https://superaulas.lojavirtualnuvem.com.br/>



Sumário

Conjunto dos Números Irracionais (I)

Definição de número Irracional

Propriedades dos números racionais

Conjunto dos Números Reais (R)

Definição de número Real

Propriedades nos números Reais

Termos Algébrico

Definição de termo algébrico

Valor numérico de uma expressão algébrica

Monômio e Polinômios

Grau de um monômio e Grau de um polinômio

Operações

Produtos Notáveis

O quadrado da soma de dois termos $(a + b)^2$

O quadrado da diferença de dois termos $(a - b)^2$

O produto da soma pela diferença de dois termos

Cubo da soma e cubo da diferença entre dois termos

Fatoração

Fator comum em evidência

Fatoração por agrupamento

Diferença de dois quadrados

Trinômio quadrado perfeito

MMC entre polinômios

Frações Algébricas

Equações Fracionárias

Equações Literais

Ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal

Triângulos

Congruência de triângulos

Pontos notáveis de um triângulo

Condição de existência de um triângulo

Quadriláteros

Classificação dos quadriláteros

Soma dos ângulos internos dos polígonos

Polígono regular

Ângulo externo de um polígono regular

Semelhança de polígonos

O conjunto dos números irracionais não é fechado para as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

I

IRRACIONAIS

Pitágoras (580–500 a.C) já sabia que não existia um número racional x com a propriedade que:

$$x^2 = 2$$

É o conjunto formado por números ditos irracionais. Dizemos que um número é irracional quando ele não pode ser obtido pela divisão de dois números inteiros. Eles são números reais mas não racionais.

Exemplos

$$\sqrt{2} = 1,414213...$$

$$e = 2,71828182845..$$

$$\pi = 3,14159265...$$

$$\sqrt{5} = 2,236067977...$$

Atenção

Se $a \in \mathbb{I}$ e $r \in \mathbb{Q}$, então, os números abaixo são irracionais:

$$1) -a \in \mathbb{I}$$

$$3) (a - r) \in \mathbb{I}$$

$$2) a^{-1} \in \mathbb{I}$$

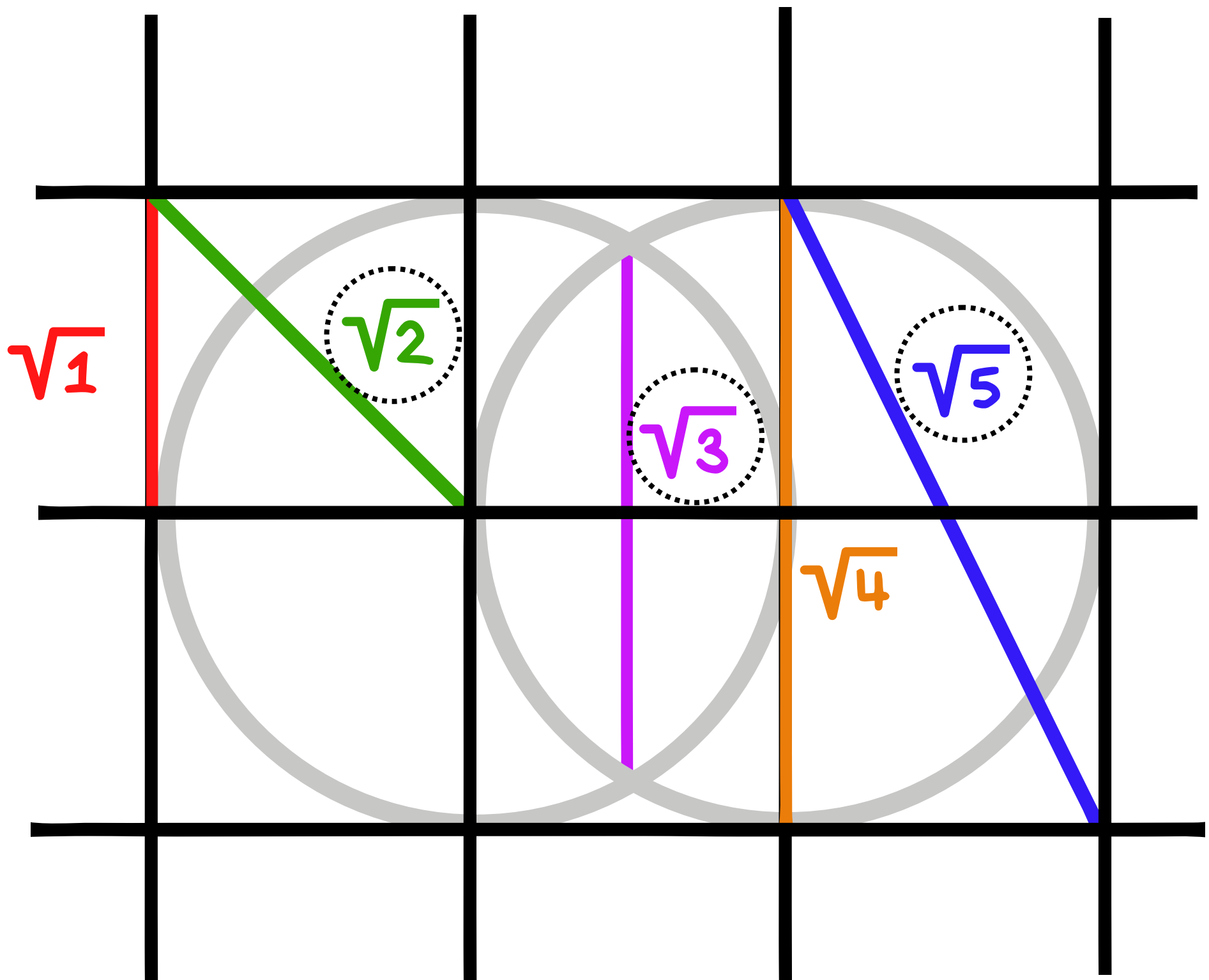
$$4) (a + r) \in \mathbb{I}$$

$$3) (a + r) \in \mathbb{I}$$

$$5) (a \div r) \in \mathbb{I}$$

$r \neq 0$

ALGUNS IRRACIONAIS



O conjunto dos números reais é fechado para as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

R

REAIS

Os reais representam a ideia do contínuo, podendo representar comprimentos de segmentos de reta. Assim, este conjunto pode ser representado na reta real.

O conjunto dos números reais resulta da união de dois outros conjuntos numéricos, os racionais e os irracionais, ou seja:

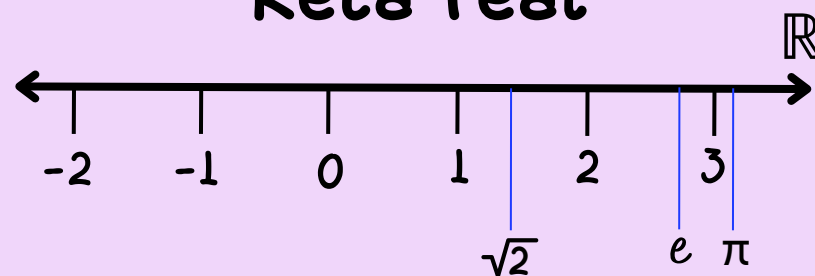
$$\mathbb{R} = \mathbb{I} \cup \mathbb{Q}$$

Relação de inclusão

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

- (1) Todo natural é inteiro;
- (2) Todo inteiro é racional;
- (3) Todo racional é real.

Reta real



Os reais representam o conjunto de todas as abscissas dos pontos numa reta numérica.

o que é?

É toda expressão matemática que possui números e letras, também chamadas de variáveis.

- números (coeficientes)
- letras (parte literal)

Termo algébrico

Também chamado de monômio, é a expressão algébrica que possui um único termo.

$$-5ab^2 \begin{cases} -5 \text{ (coeficiente)} \\ ab^2 \text{ (parte literal)} \end{cases}$$

EXPRESSÃO ALGÉBRICA

Polinômio

Expressão algébrica formada pela adição de vários monômios.

Exemplos:

- $4xy^3 + 3x^2y$
- $x^2 + 2x - 1$
- $(4/5)a^5 - 7a^2b - b^3$

Grau

O grau do monômio é a soma dos expoentes da sua parte literal. Já o grau do polinômio é dado pelo monômio de maior grau que compõe esse polinômio.

$A = x^2 + 2x - 1$ é de grau 2

o que é?

É o número que se obtém quando substituímos as letras de uma expressão algébrica por determinados números e efetuamos as operações indicadas.

Exemplo 1

Determine o valor numérico da expressão algébrica $x^2 - 4y$, para $x = -3$ e $y = -5$.

$$(-3)^2 - 4 \cdot (-5) = 9 + 20 = 29$$

V. N. = 29

VALOR NUMÉRICO

Exemplo 2

A temperatura de uma estufa, em graus Celsius, é regulada em função do tempo t (horas) pela expressão $t^2/2 - 4t + 10$. Quando $t = 6h$, qual é a temperatura atingida?

Solução

O valor numérico da expressão que fornece a temperatura da estufa quando $t = 6h$.

$$\begin{aligned} t^2/2 - 4t + 10 &= \\ 6^2/2 - 4 \cdot 6 + 10 &= \\ 36/2 - 24 + 10 &= 4 \end{aligned}$$

Resposta: 4°C

Quadrado perfeito

É todo trinômio sob a forma $a^2 + 2.ab + b^2$, que pode ser fatorado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} a^2 + 2.ab + b^2 &= \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a(a + b) + b(a + b) \\ &= (a + b).(a + b) = (a + b)^2 \end{aligned}$$

Diferença de quadrados

O binômio $a^2 - b^2$, pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= a^2 + ab - ab - b^2 \\ a^2 - b^2 &= a(a + b) - b(a + b) \\ &= (a + b).(a - b) \end{aligned}$$

$$a^2 - b^2 = (a + b).(a - b)$$

(A introdução dos fatores $+ab$ e $-ab$ não altera a igualdade)

PRODUTOS NOTÁVEIS

Cubo perfeito

Desenvolvendo $(a + b)^3$, temos:

$$\begin{aligned} (a + b)^3 &= (a + b).(a + b).(a + b) \\ &= (a + b).(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{aligned}$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

De modo similar:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Produto de Stevin

Um trinômio do 2º grau da forma $x^2 + (a + b)x + ab$ pode ser fatorado assim:

$$\begin{aligned} &x^2 + Sx + P \\ x^2 + (a + b)x + ab &= \\ &= x^2 + ax + bx + ab \\ &= x(x + a) + b(x + a) \end{aligned}$$

Semelhantes

Monômios semelhantes são aqueles em que suas partes literais são iguais.

- (1) $4xy$ e $3xy$ são semelhantes
- (2) $-a^2b$ e $3a^2b$ são semelhantes
- (3) $-ac^3$ e $3a^2c$ não são semelhantes

Soma/Subtração

Só podem ser somados ou subtraídos algebricamente, monômios semelhantes.

- (1) $4xy + 3xy = (4 + 3)xy = 7xy$
- (2) $-a^2b + 3a^2b = (-1 + 3)a^2b = 2a^2b$

OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS

Multiplicação

Devemos multiplicar coeficiente por coeficiente e parte literal por parte literal.

- (1) $(4x^2y).(3x^3y).(xz) = ?$
 $(4x^2y).(3x^3y).(xz) = 4.3.1.(x^5 + y^2 + z)$
 $(4x^2y).(3x^3y).(xz) = 12(x^5 + y^2 + z) \checkmark$

Divisão

Devemos dividir coeficiente por coeficiente e parte literal por parte literal.

- (1) $(8a^3b^2):(-2a^2b) = ?$
 $(8a^3b^2):(-2ab) = (8):(-2)a^2b^1$
 $(8a^3b^2):(-2ab) = -4a^2b \checkmark$

Soma/Subtração

Ordene os monômios semelhantes, e em seguida some seus coeficientes.

$$(4x^2 + 3xy + y^2) + (-2x^2 + 2xy - 1)$$

$$+ \begin{array}{r} 4x^2 + 3xy + y^2 \\ -2x^2 + 2xy + 0y^2 - 1 \\ \hline 2x^2 + 5xy + y^2 - 1 \end{array} \checkmark$$

Multiplicação

Pode ser efetuada o algoritmo prático da multiplicação:

$$\begin{array}{r} \times \quad 3x^2 + 4x - 5 \\ \quad 2x - 3 \\ \hline 6x^3 + 8x^2 - 10x \\ + \quad - 9x^2 - 12x + 15 \\ \hline 6x^3 - x^2 - 22x + 15 \end{array} \checkmark$$

OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS

Divisão 1

Polinômio por monômio:

$$(9x^5 + 15x^3) \div (3x^2) = \frac{9x^5 + 15x^3}{3x^2}$$

$$(9x^5 + 15x^3) \div (3x^2) = \frac{9x^5}{3x^2} + \frac{15x^3}{3x^2}$$

$$(9x^5 + 15x^3) \div (3x^2) = 3x^3 + 5x \checkmark$$

Divisão 2

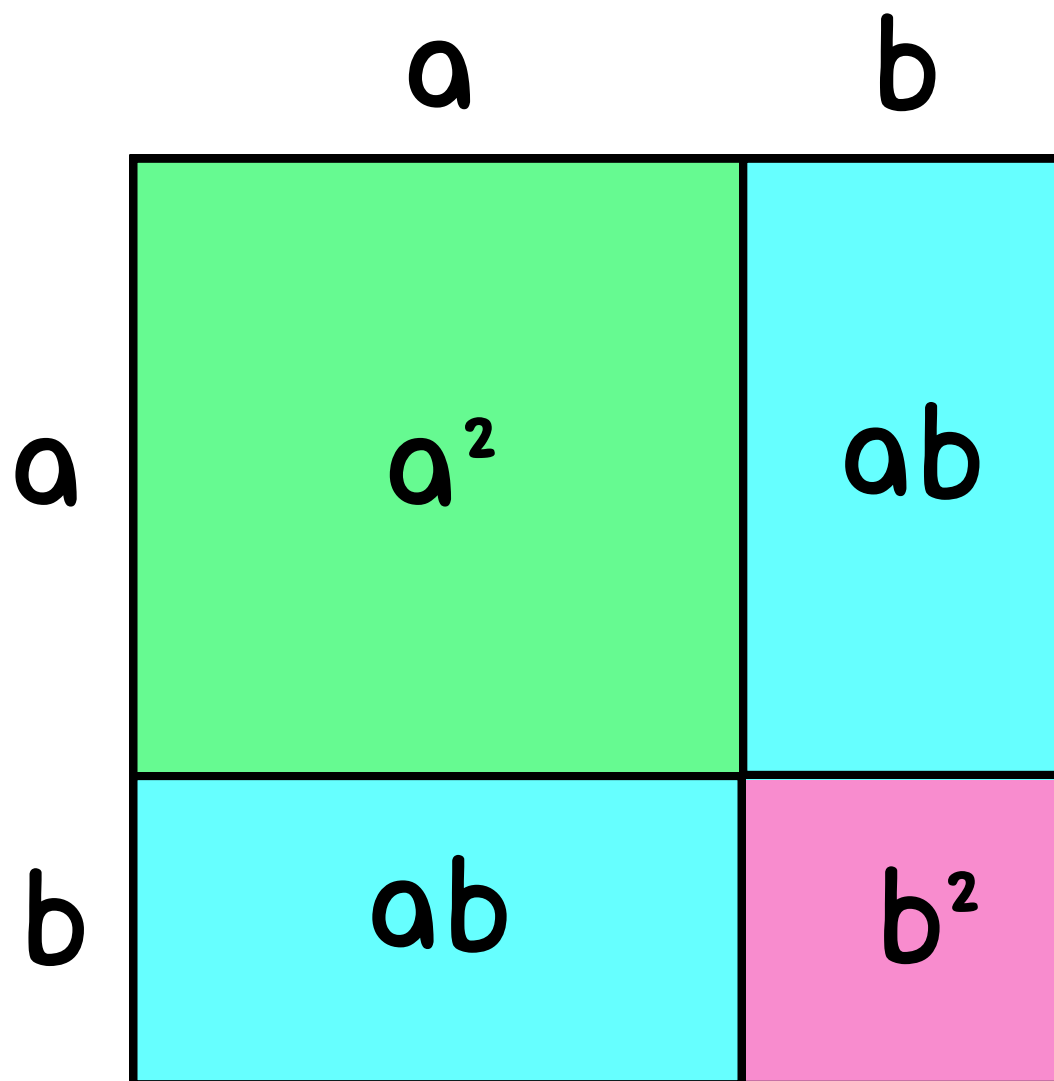
Polinômio por polinômio:

$$(10x^2 - 23x + 12) \div (5x - 4) = ?$$

$$\begin{array}{r} 10x^2 - 23x + 12 \quad | \quad 5x - 4 \\ - \quad 10x^2 + 8x \quad \quad \quad \underbrace{2x - 3}_{\text{quociente}} \checkmark \\ \hline \quad -15x + 12 \\ \quad - \quad 15x + 12 \\ \hline \quad \quad 0 \rightarrow \text{resto} \end{array}$$

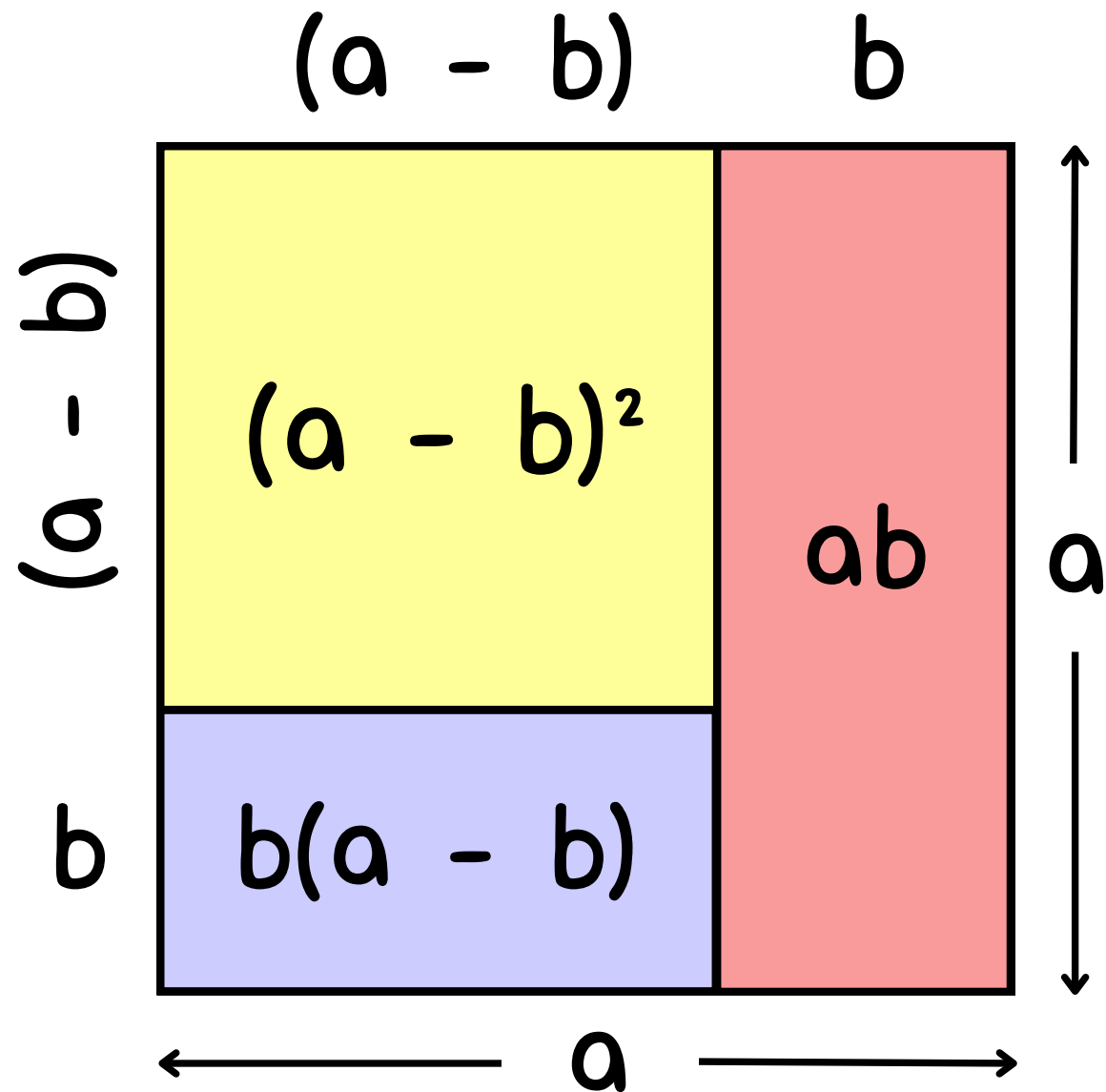
* O grau do resto é sempre menor que o grau do divisor

Quadrado da Soma



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

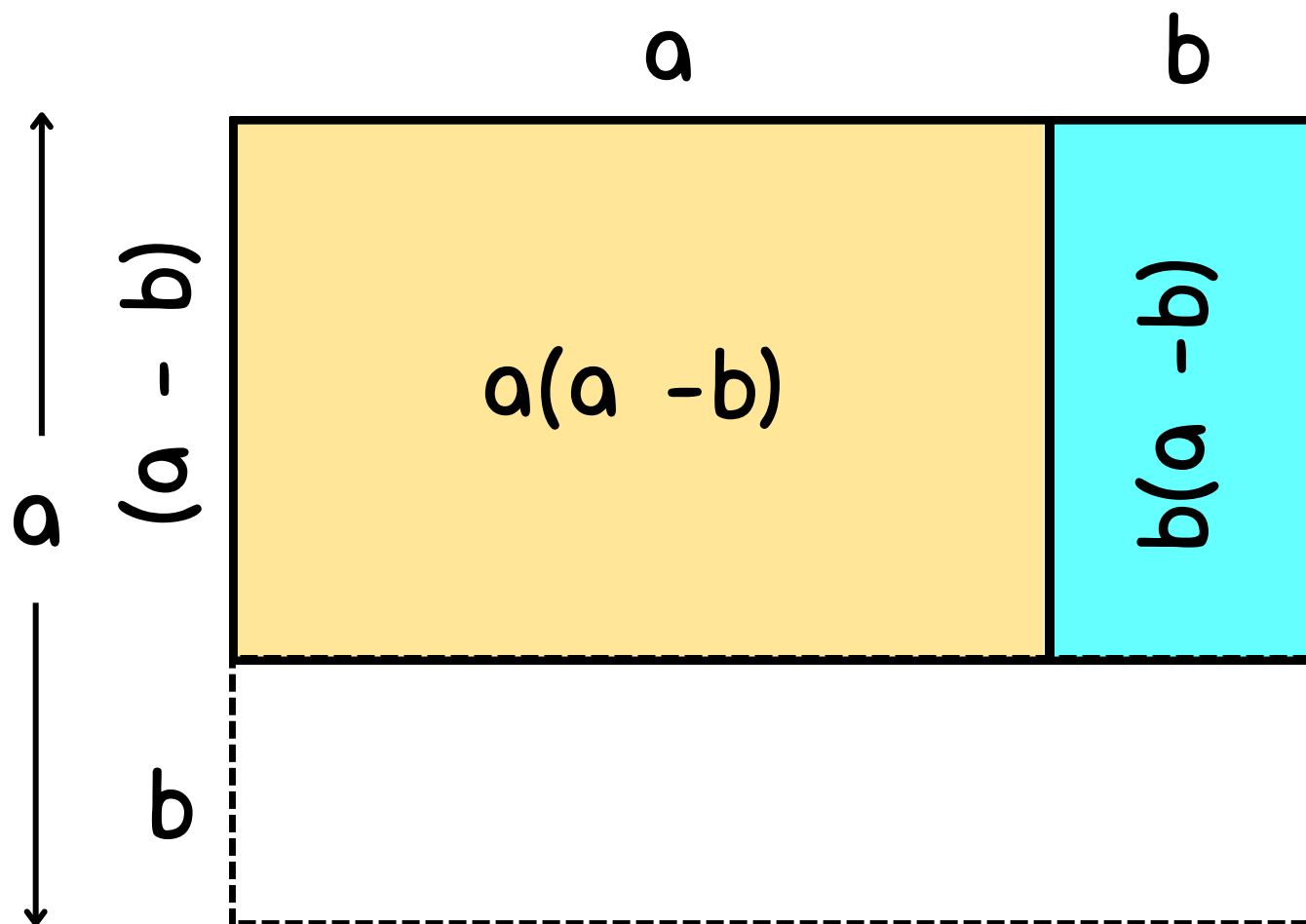
Quadrado da diferença



$$(a - b)^2 = a^2 - ab - b(a - b)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Diferença entre Quadrados



$$\begin{aligned}\text{Área} &= (a + b)(a - b) \\ &= a(a - b) + b(a - b) \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Quadrado da soma de três termos

	a	b	c
a	a^2	ab	ac
b	ab	b^2	bc
c	ac	bc	c^2

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

Cubo da Soma

$$(a + b)^3 = (a + b)^2(a + b)$$

$$(a + b)^3 = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b)$$

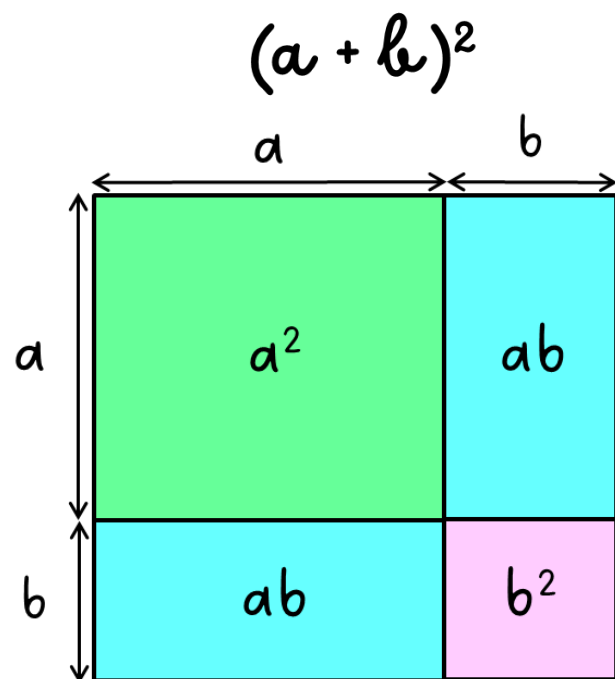
$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Cubo da Diferença

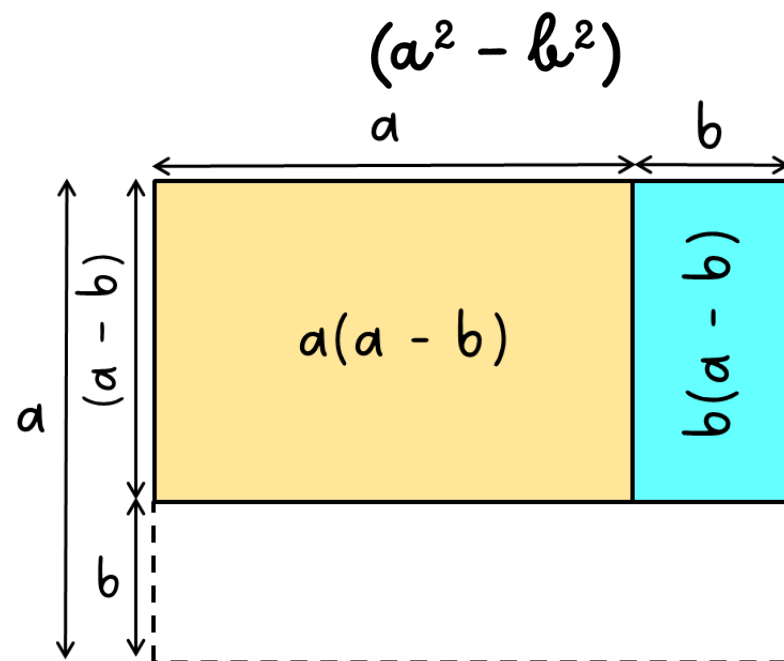
$$(a - b)^3 = (a - b)^2(a - b)$$

$$(a - b)^3 = (a^2 - 2ab + b^2)(a - b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

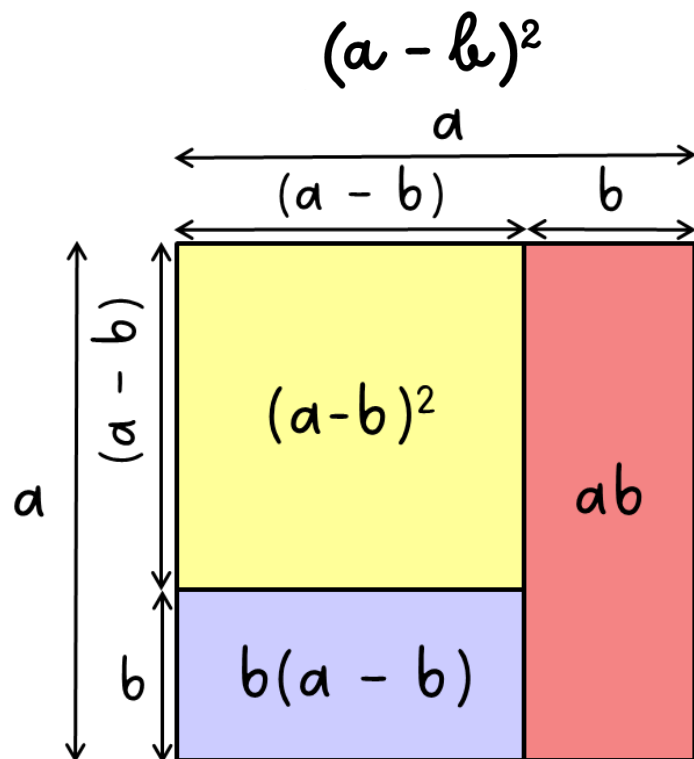


$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

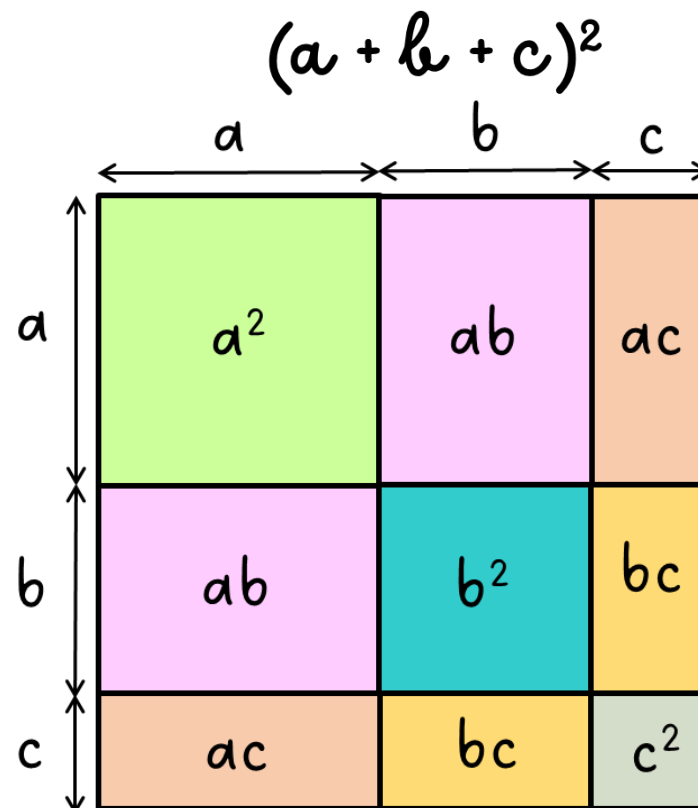


$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Produtos Notáveis



$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

Fator comum

Ex.: $6a^3 + 2a^2 - 10a$

$$\begin{aligned} 6a^3 + 2a^2 - 10a &= \\ 3 \cdot 2a \cdot a^2 + 2a \cdot a - 5 \cdot 2a &= \\ 2a \text{ é o fator comum} &= 2a(3a^2 + a - 5) \\ & \text{(forma fatorada)} \end{aligned}$$

Agrupamento

Ex.: $ax + ay + bx + by$

$$\begin{aligned} ax + ay + bx + by &= \\ a(x + y) + b(x + y) &= \\ (x + y) \text{ é o fator comum} &= (x + y)(a + b) \\ & \text{(forma fatorada)} \end{aligned}$$

Trinômio

Ex.: $x^2 + 6x + 9$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ \sqrt{x^2} = x & \sqrt{9} = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 2 \cdot x \cdot 3 = 6x & \text{(ok)} \end{array}$$

concluimos que:

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 9 &= (x + 3)^2 \\ & \text{(forma fatorada)} \end{aligned}$$

Produto de Stevin

O trinômio do 2º grau não é necessariamente um quadrado perfeito.

$$\begin{aligned} x^2 + (a + b)x + ab &= \\ x^2 + ax + bx + ab &= \\ x^2 + (a + b)x + ab &= \\ x(x + a) + b(x + a) &= \\ = (x + a) \cdot (x + b) &= \\ & \text{(forma fatorada)} \end{aligned}$$

Entre monômios

Para determinar o MMC de dois ou mais monômios, primeiro escrevemos cada um deles como produto de fatores primos. Em seguida, tomamos de cada fator (comum e não comum) de maior potência e efetuamos o produto entre esses fatores.

Exemplo

Determine o MMC entre $8x^2y^3$ e $6x^3y^2z$.

$$\left. \begin{array}{l} 8 = 2^3 \\ 6 = 2 \cdot 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2^3 \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24 \\ \text{coeficiente do MMC} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x^3 \cdot y^3 \cdot z \end{array} \right\} \begin{array}{l} x^3 \cdot y^3 \cdot z \\ \text{parte literal do MMC} \end{array}$$

$$\text{MMC} = 24x^3y^3z \quad \checkmark$$

MMC
expressões algébricas

Entre polinômios

Para determinar o MMC de dois ou mais polinômios, fatoramos os mesmos, em seguida escrevemos o MMC como produto de todos os fatores encontrados, sem repetir os comuns, de maior expoente.

Exemplo

Determine o MMC entre $x^2 - 16$ e $2x + 8$.

$$x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$$

$$2x + 8 = 2(x + 4)$$

Fator comum = $x + 4$

Fatores não comuns: 2 e $(x - 4)$

$$\text{MMC} = 2(x - 4)(x + 4) \quad \checkmark$$

O que é?

É o quociente da divisão de duas expressões algébricas, de modo que:

- (1) Seu denominador deve ser diferente de zero;
- (2) Tem as mesmas propriedades das frações aritméticas.

Simplificando

Para simplificar uma fração, basta dividir o numerador e o denominador por divisores comuns. Vejamos um exemplo:

$$\frac{a^2 - 4}{a + 2} = \frac{(a + 2)(a - 2)}{(a + 2)} = (a - 2) \quad \checkmark$$

A simplificação é possível se $a \neq -2$, conforme propriedade (1).

Frações algébricas

Soma/Subtração

Exemplo: $\frac{x + 3}{x + 1} + \frac{2}{x^2 - 1} = ?$

$$\frac{x + 3}{x + 1} + \frac{2}{x^2 - 1} = \frac{x + 3}{x + 1} + \frac{2}{(x + 1)(x - 1)}$$

$$\frac{(x + 3)(x - 1) + 2}{(x + 1)(x - 1)} = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 - 1} \quad \checkmark$$

Multiplicação/Divisão

Exemplo: $\frac{x + 2}{2x} \div \frac{x^2 - 4}{x^2} = ?$

$$\begin{aligned} \frac{x + 2}{2x^2} \div \frac{x^2 - 4}{x} &= \frac{x + 2}{2x} \times \frac{x^2}{x^2 - 4} \\ &= \frac{(x + 2)}{2x} \times \frac{x^2}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{x}{2(x - 2)} \quad \checkmark \end{aligned}$$

EQUAÇÕES FRACIONÁRIAS

São aquelas em que a incógnita aparece no denominador da fração.

01

Exemplo

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{x} = 1$$

O domínio será:

$$x \neq 0$$

$$D = \mathbb{R} - \{0\}$$

Passo 1

O conjunto domínio (D), é o conjunto dos valores que a incógnita pode assumir.

02

O MMC da equação é:

$$\text{MMC} = 4x$$

Reescrevendo a equação temos:

$$\frac{3x}{4x} + \frac{4}{4x} = \frac{4x}{4x}$$

Passo 2

Determinar o MMC da equação. Encontra as frações equivalentes, utilizando o MMC como denominador.

03

$$3x + 4 = 4x$$

$$3x - 4x = -4$$

$$-x = -4$$

$$x = 4$$

Sendo $D = \mathbb{R} - \{0\}$, temos que:
 $S = \{4\}$

Passo 3

Resolver a equação, determinando o conjunto solução (S), que deve ser um subconjunto de D.

04

A solução da equação,

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{x} = 1$$

é o conjunto S:

$$S = \{4\}$$

Passo 4

Escrever o conjunto solução (S).

(Equações Literais)

São equações caracterizadas pela existência de uma ou mais letras além da incógnita.

Exemplo 1

Determine o conjunto verdade (V) da equação em x:

$$2x + 3a = 8a$$

$$2x = 8a - 3a$$

$$2x = 5a$$

$$x = 5a/2 \quad \checkmark$$

Exemplo 2

Resolva a equação em x:

$$5x + mx = 7b$$

$$x(5 + m) = 7b$$

$$x = \frac{7b}{(5 + m)} \quad \checkmark$$

Para o denominador, devemos ter $5 + m \neq 0$, ou $m \neq -5$.

Exemplo 3

Resolva a equação em x:

$$\frac{a}{x + 2} = \frac{b}{x - 3}, (x \neq -2; \text{ e } x \neq 3)$$

$$a(x - 3) = b(x + 2) \rightarrow ax - 3a = bx + 2b$$

$$ax - bx = 2b + 3a \rightarrow x(a - b) = 2b + 3a$$

$$x = \frac{2b + 3a}{a - b}, a - b \neq 0 \rightarrow a \neq b \quad \checkmark$$

Exemplo 4

Resolva a equação em x:

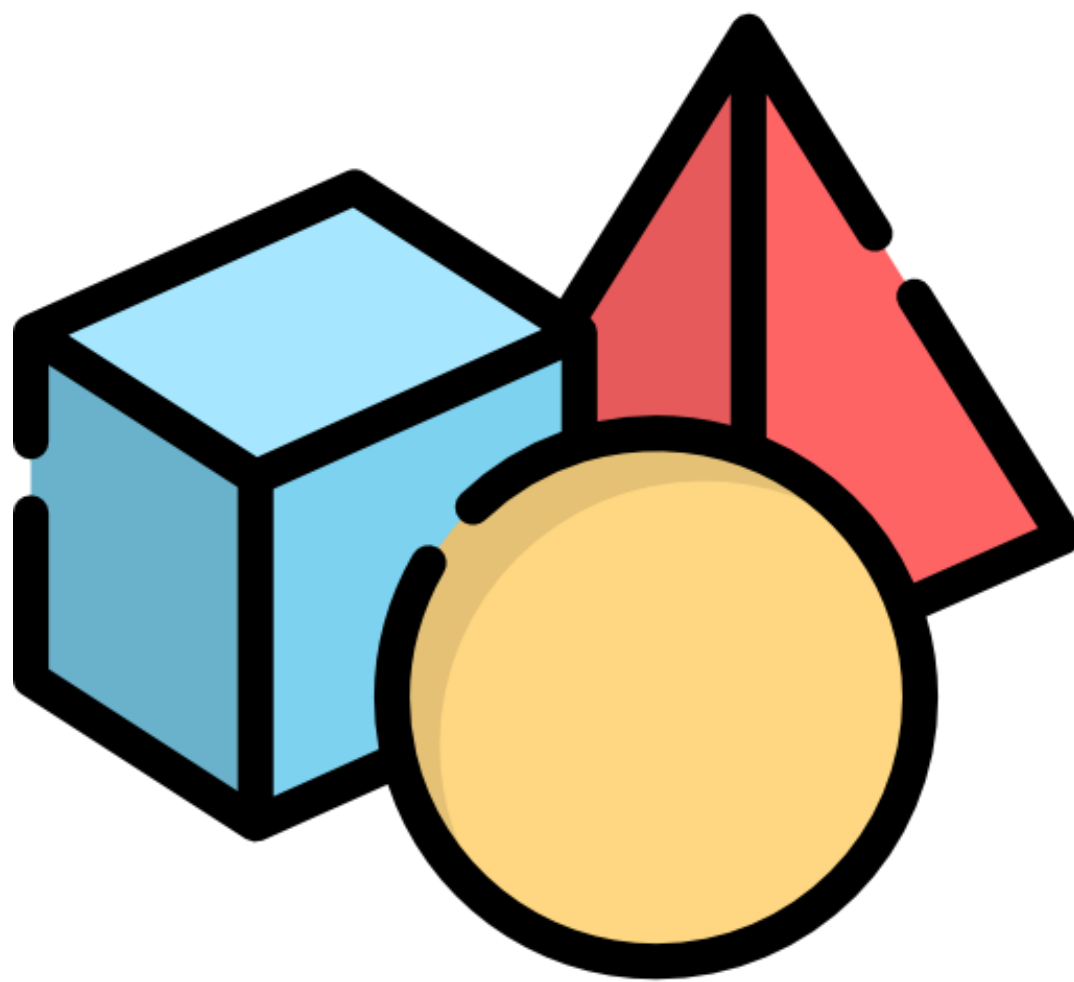
$$\frac{x - a}{2} + \frac{b - x}{3} = \frac{c}{6}$$

$$\frac{3(x - a) + 2(b - x)}{6} = \frac{c}{6}$$

$$3x - 3a + 2b - 2x = c$$

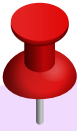
$$x = c + 3a - 2b \quad \checkmark$$

Geometria



As noções primitivas são adotadas sem definição ou seja são conceitos intuitivos. Os principais são:

ponto, reta e plano



Conceitos Primitivos

Importante

- (i) Pontos colineares são pontos que pertencem a uma mesma reta.
- (ii) Dois pontos distintos determinam uma única reta que passa por eles.
- (iii) Três pontos não colineares determinam um único plano que passa por eles.

Ponto

São representados por letras latinas maiúsculas: A, B, C, ...(adimensional)

• (ponto A)
A

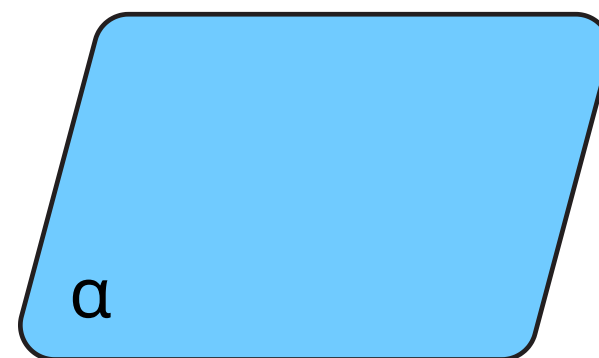
Reta

São representados por letras latinas minúsculas: a, b, c, ...

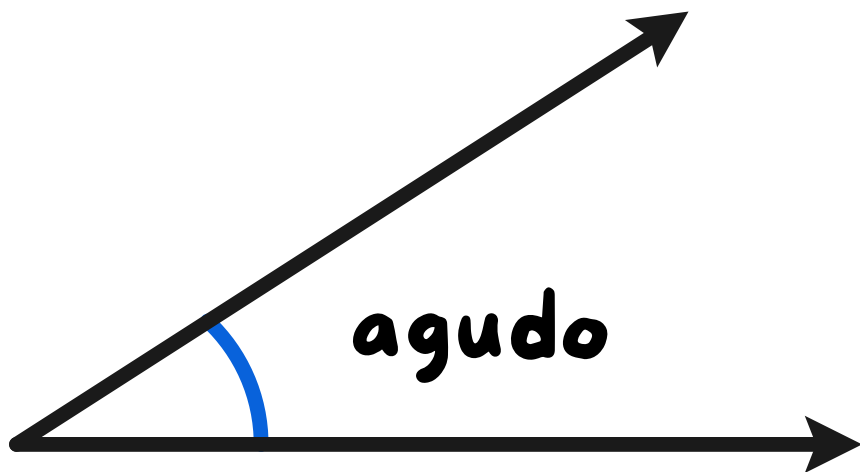

(reta r)

Plano

São representados por letras gregas minúsculas: α , β , γ , ...

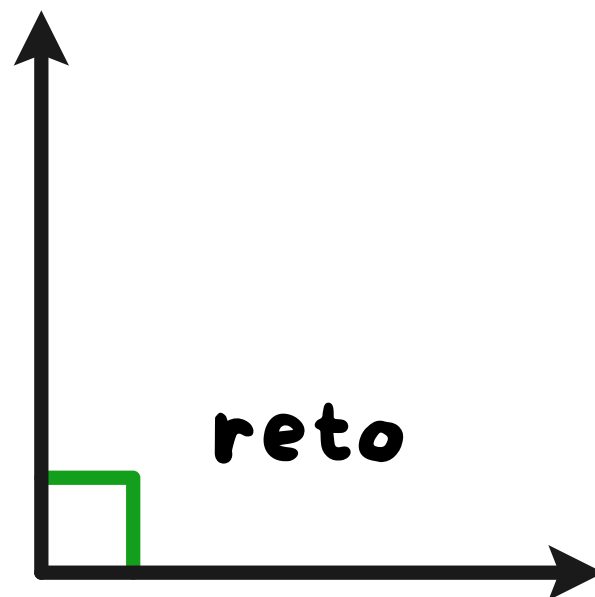


(plano α)



agudo

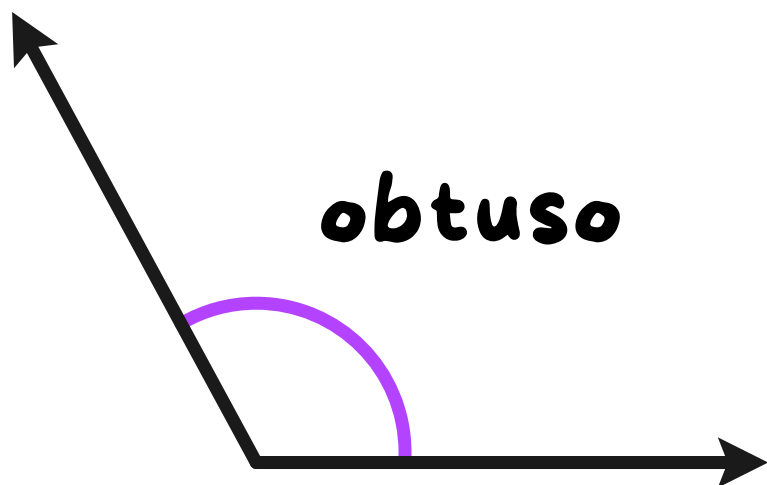
$< 90^\circ$



reto

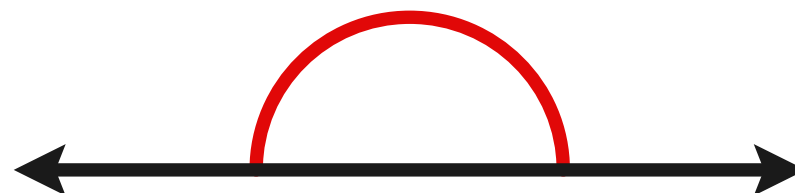
$= 90^\circ$

Ângulos



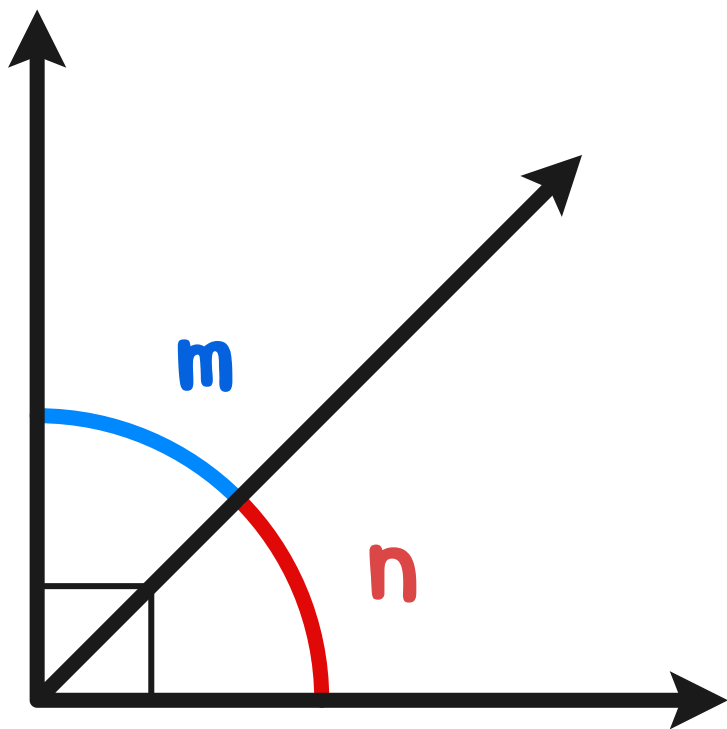
obtuso

$> 90^\circ \text{ e } < 180^\circ$



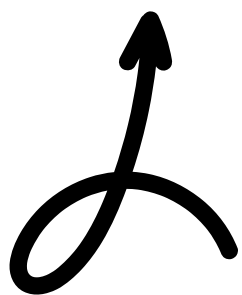
raso

$= 180^\circ$

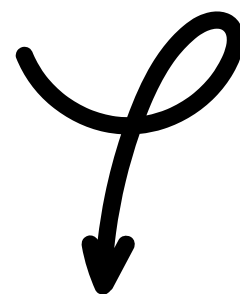


COMPLEMENTARES

$$m + n = 90^\circ$$

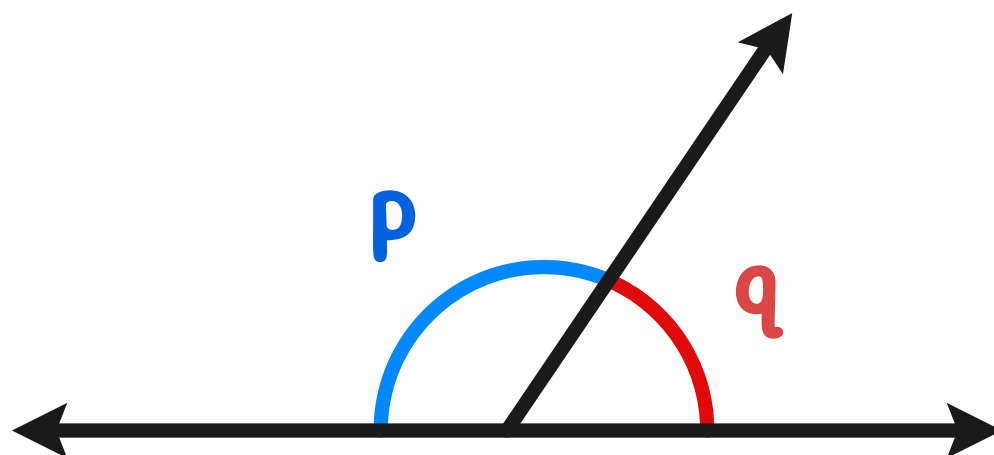


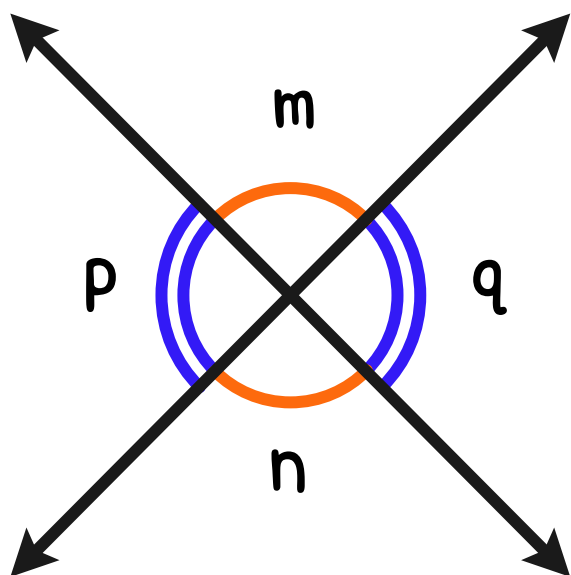
Ângulos



SUPLEMENTARES

$$p + q = 180^\circ$$

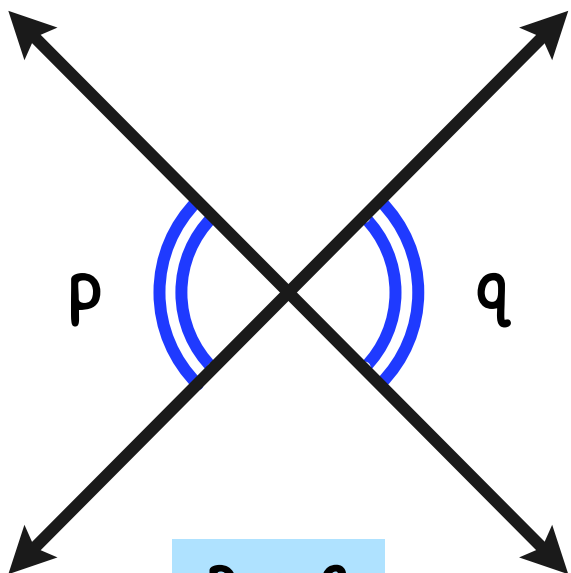




Dois ângulos são opostos pelo vértice (OPV) quando os lados de um deles são semirretas opostas aos lados do outro.

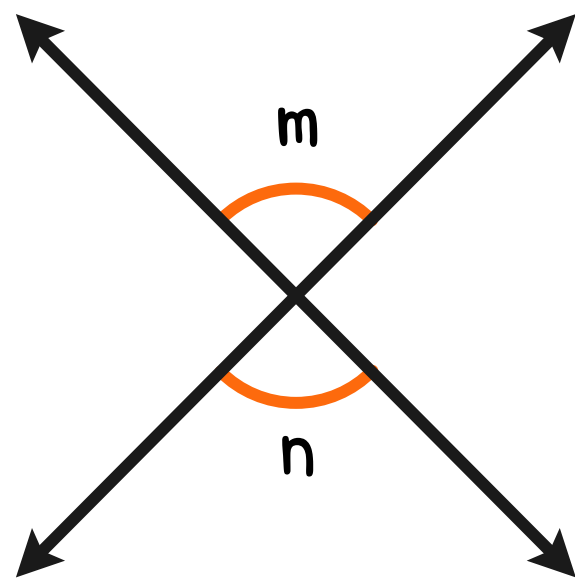
$$m + q = q + n = 180^\circ$$

Ângulos OPV



$$p = q$$

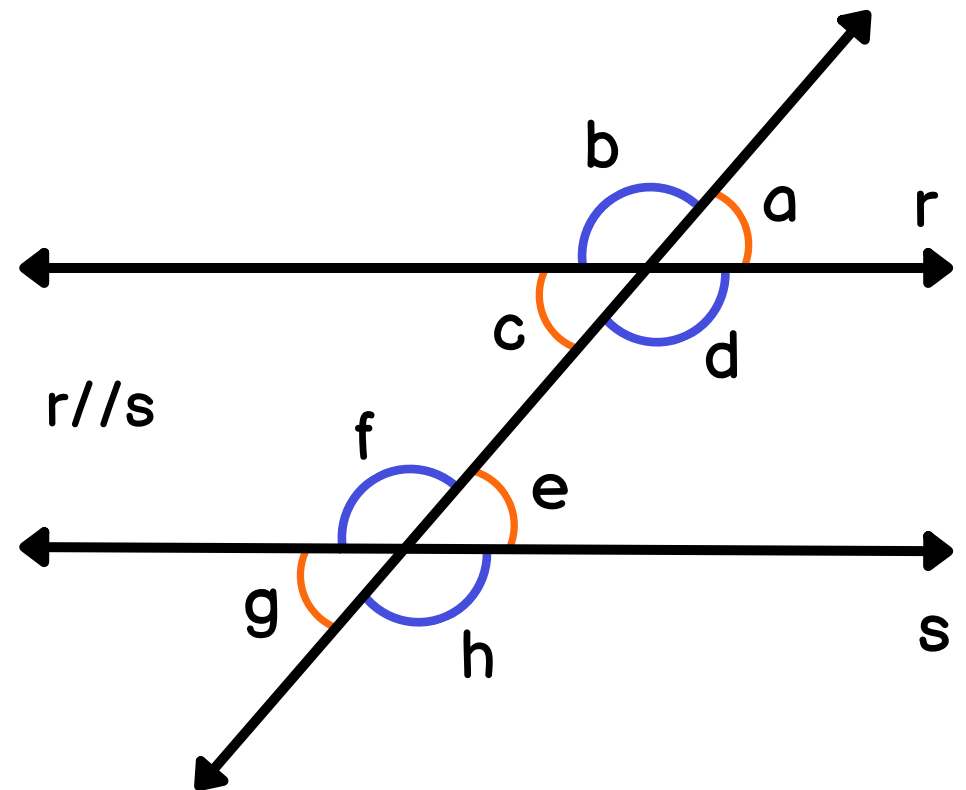
$$m = n$$



Se dois ângulos são opostos pela vértice, então eles são congruentes (de mesma medida).

Retas Paralelas

Quando duas retas paralelas (r e s) são cortadas por uma transversal (t), formam entre si ângulos **alternos internos**, **colaterais internos**, **alternos externos** e **colaterais externos**.



Alternos internos

$$d \equiv f$$

$$c \equiv e$$

Alternos externos

$$a \equiv g$$

$$b \equiv h$$

Correspondentes

$$a \equiv e$$

$$d \equiv h$$

$$b \equiv f$$

$$c \equiv g$$

Colaterais

$$a + h = 180^\circ$$

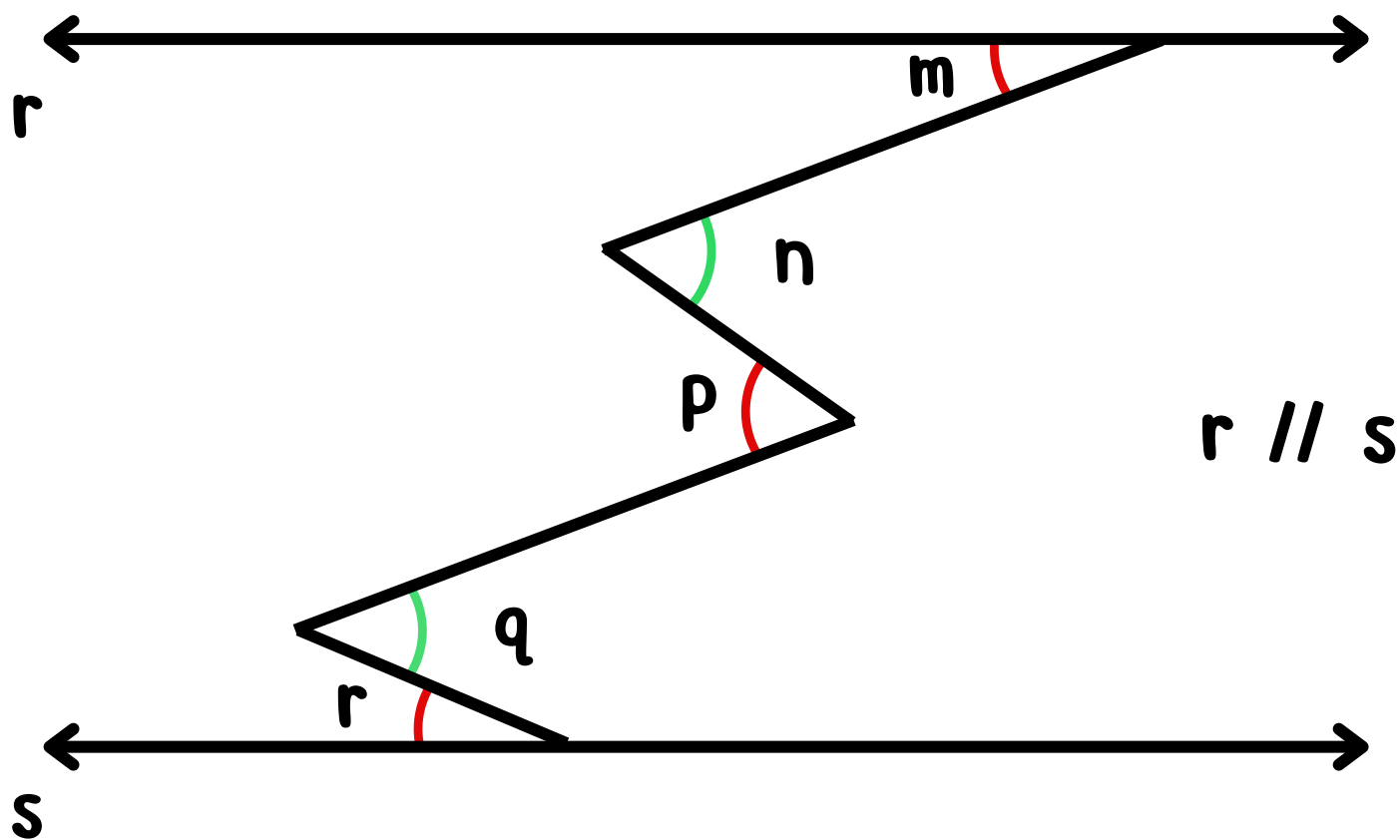
$$b + g = 180^\circ$$

$$d + e = 180^\circ$$

$$c + f = 180^\circ$$

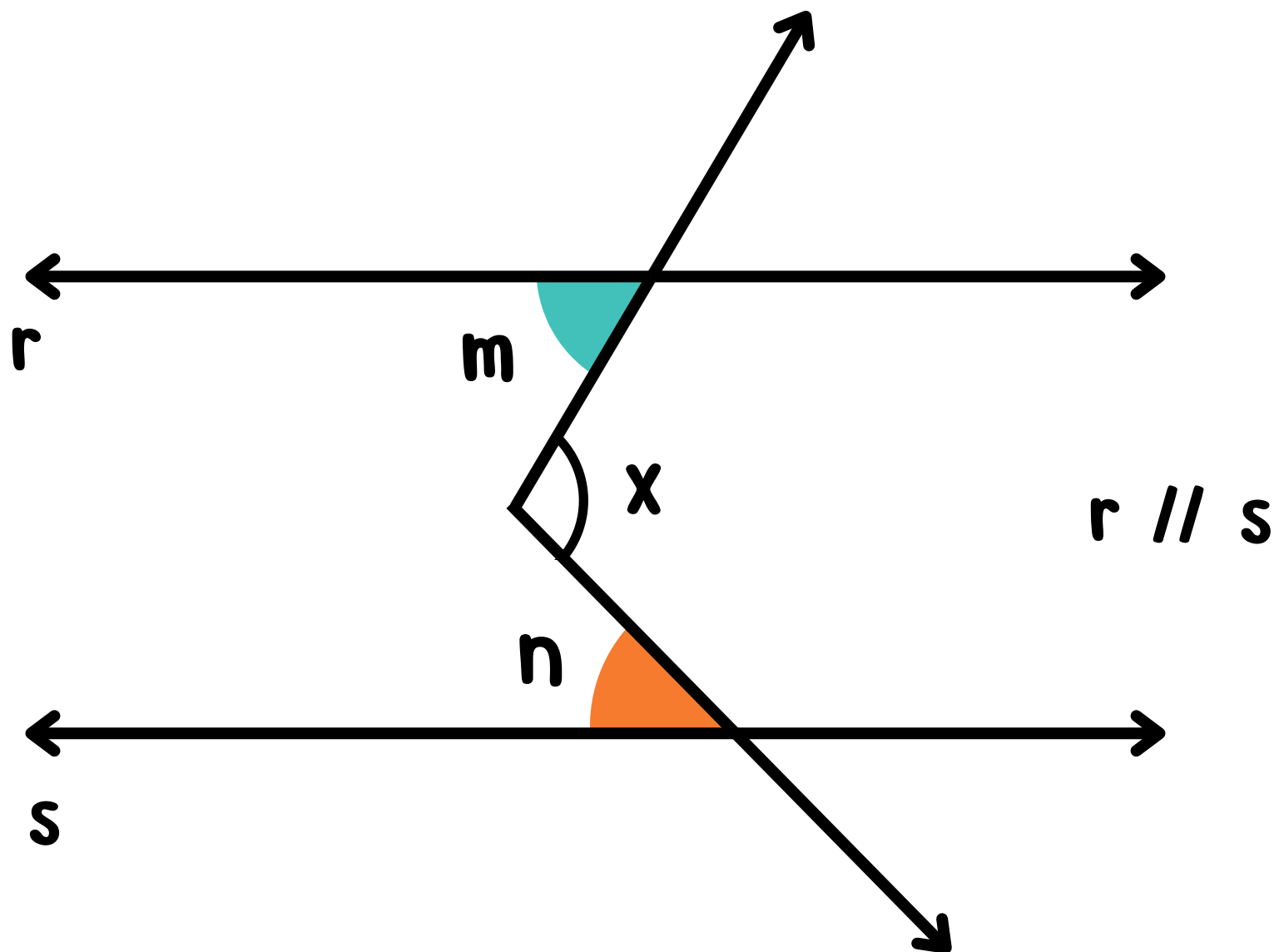
Teorema dos Bicos

Se entre duas retas paralelas traçarmos segmentos formando "bicos", a soma das medidas dos ângulos com vértices, na direção dessas retas, à direita é igual à soma das medidas dos ângulos com vértices, na direção oposta, independentemente da quantidade de tais ângulos.



$$m + p + r = n + q$$

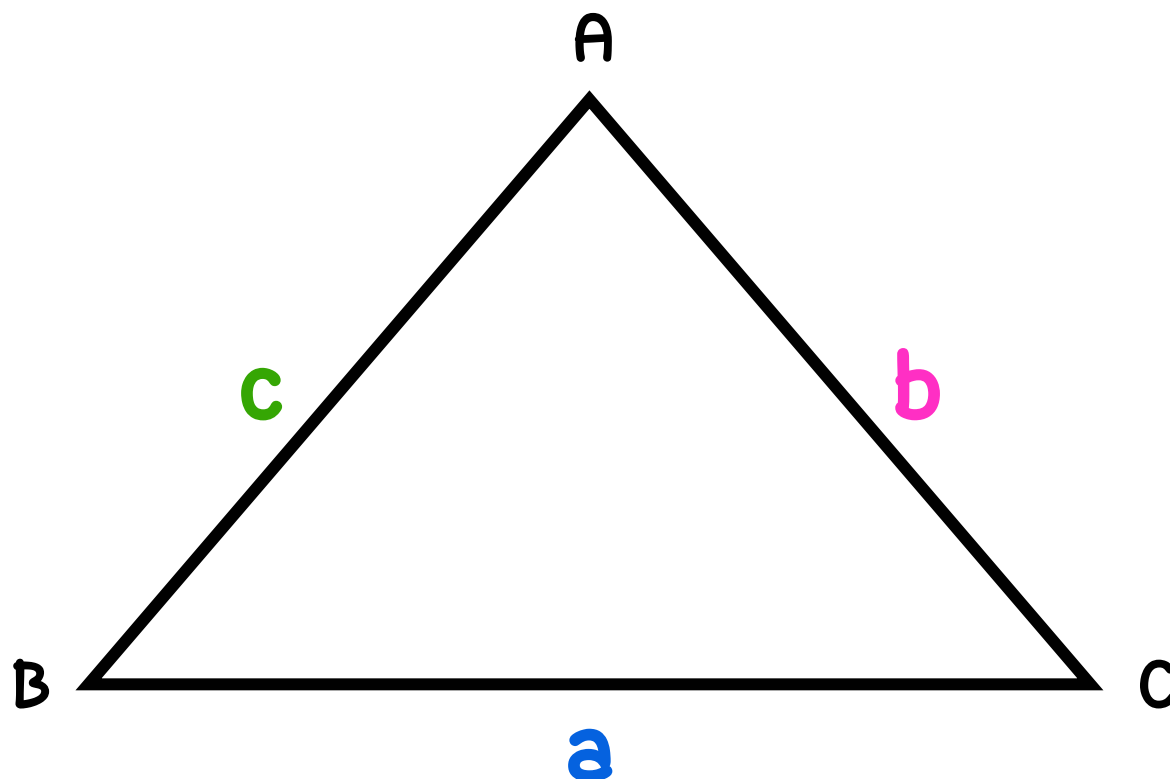
Pica!



$$x = m + n$$

Triângulo

Dados três pontos **A**, **B** e **C** não colineares, chama-se triângulo **ABC** a reunião dos segmentos **AB**, **BC** e **CA**.



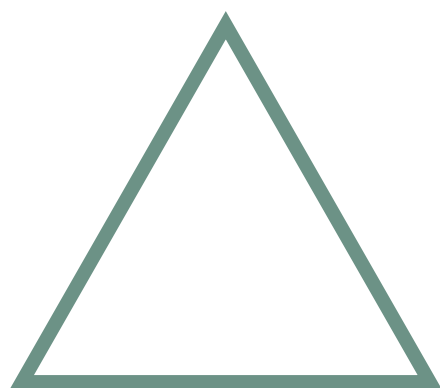
- os pontos **A**, **B** e **C** são chamados **vértices**,
- os segmentos **AB** (de medida **c**), **BC** (de medida **a**) e **CA** (de medida **b**) são chamados **lados**.
- o lado **a** é o oposto ao ângulo $\hat{A}$;
- o lado **b** é o oposto ao ângulo $\hat{B}$;
- o lado **c** é o oposto ao ângulo $\hat{C}$.

O **perímetro** de um triângulo, é a **soma das medidas dos seus lados**.

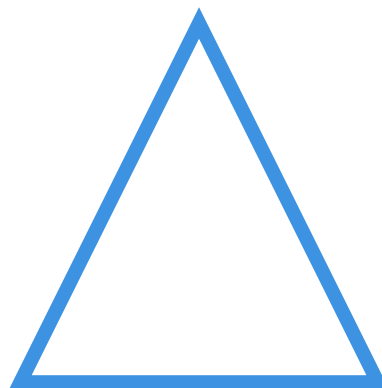
$$\text{Perímetro: } a + b + c$$

Triângulo

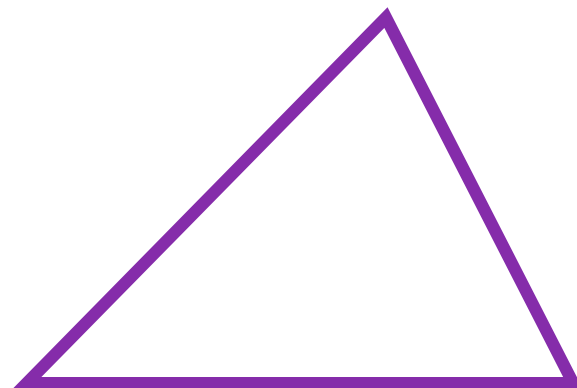
Classificação de triângulos quanto aos lados



Os três lados são congruentes. Nesse caso, o **triângulo** é chamado de **equilátero**.

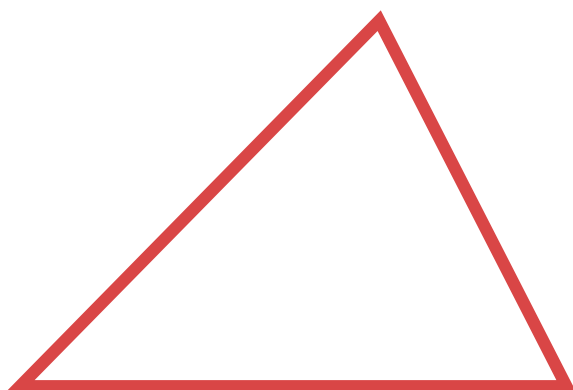


Dois lados são congruentes. O outro lado é chamado de base do triângulo. Nesse caso, o **triângulo** é dito **isósceles**.

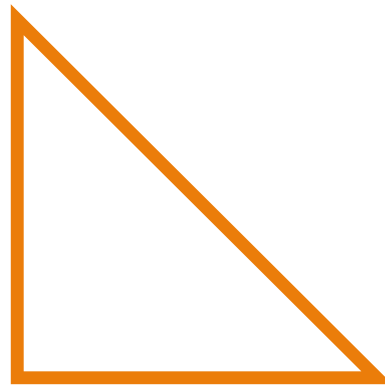


Dois lados quaisquer não são congruentes. Nesse caso, o **triângulo** é dito **escaleno**.

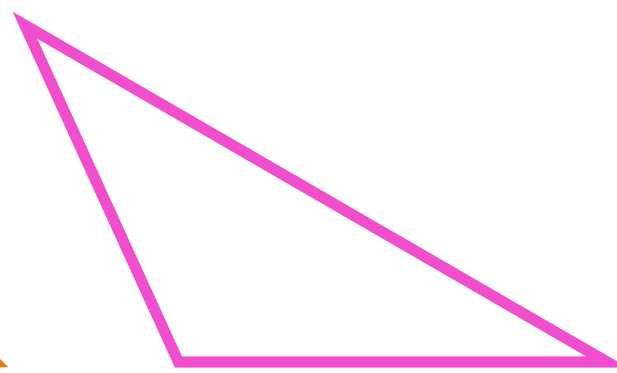
Classificação de triângulos quanto aos ângulos



Os três ângulos são agudos. Nesse caso, o **triângulo** é dito **acutângulo**.



Um dos ângulos é reto e os outros dois são agudos, o **triângulo** é dito **retângulo**.

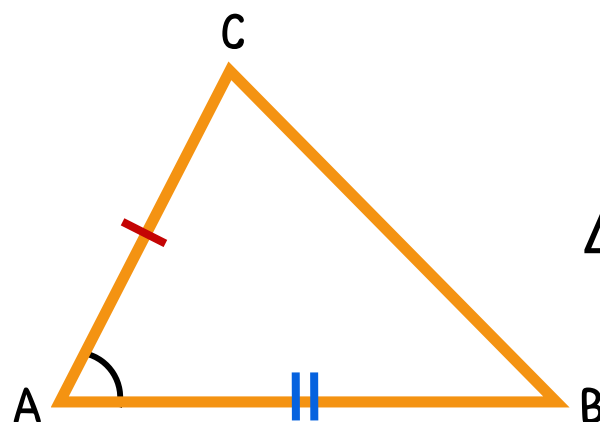


Um dos ângulos é obtuso e os outros dois são agudos, o **triângulo** é dito **obtusângulo**.

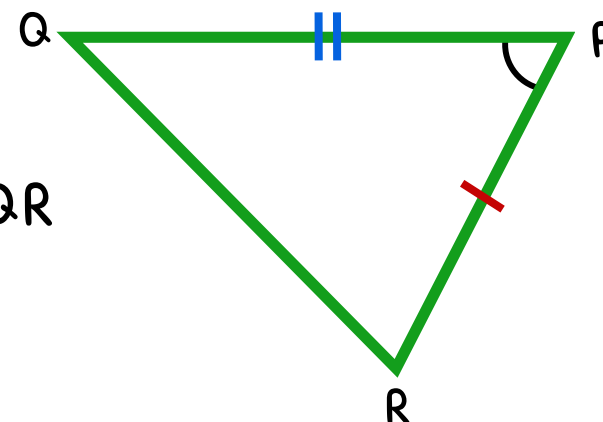
Congruência

Dois triângulos são congruentes ($\equiv$) quando os lados e os ângulos de um deles são respectivamente congruentes aos lados e aos ângulos do outro.

Caso LAL (Lado – Ângulo – Lado)

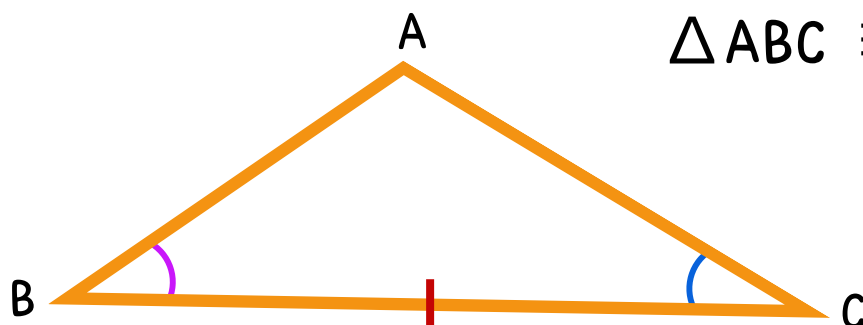


$$\triangle ABC \equiv \triangle PQR$$

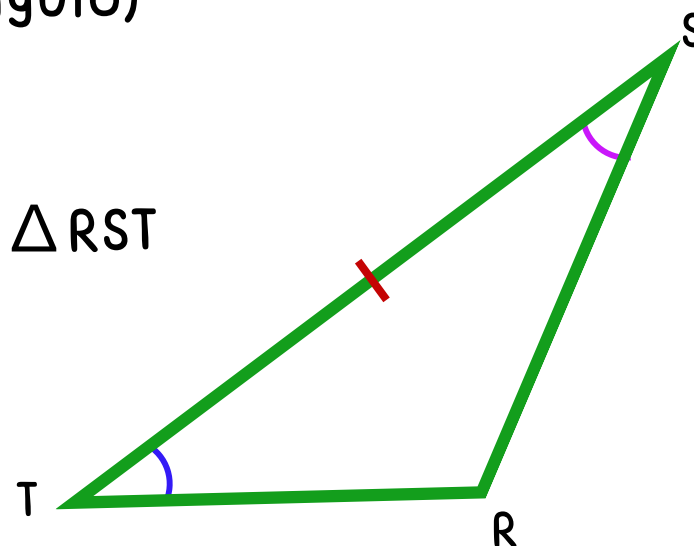


Se dois triângulos possuem dois lados e o ângulo compreendido entre eles respectivamente congruentes, então os triângulos são congruentes.

Caso ALA (Ângulo – Lado – Ângulo)



$$\triangle ABC \equiv \triangle RST$$

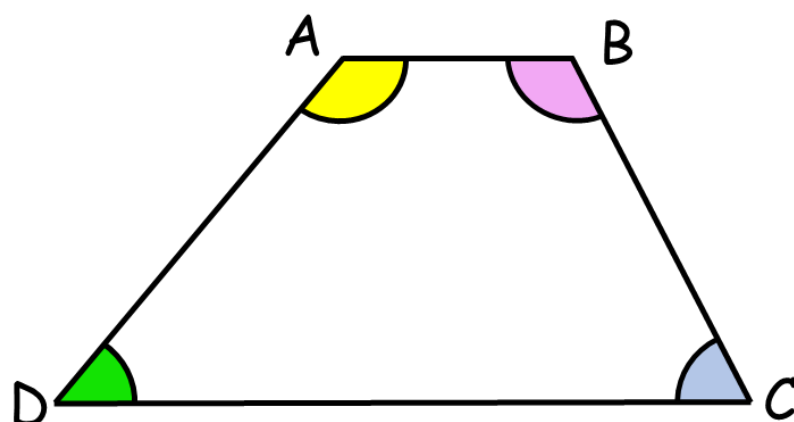


Se dois triângulos possuem um lado e os dois ângulos a ele adjacentes respectivamente congruentes, então os triângulos são congruentes.

Quadriláteros

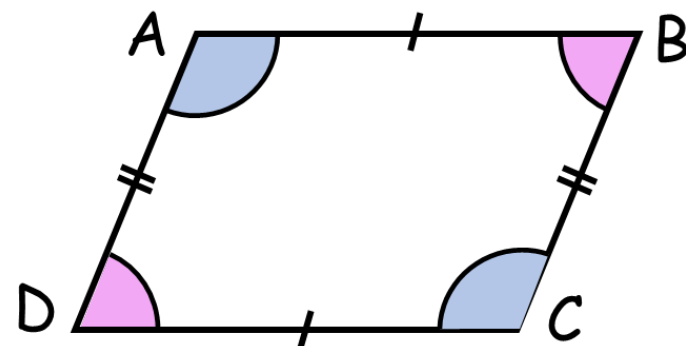
Quadriláteros são polígonos convexos que apresentam quatro lados, possuem duas diagonais e a soma dos de seus ângulos internos é 360° . Os notáveis são:

Trapézio



É o quadrilátero que possui dois lados paralelos.

Paralelogramo



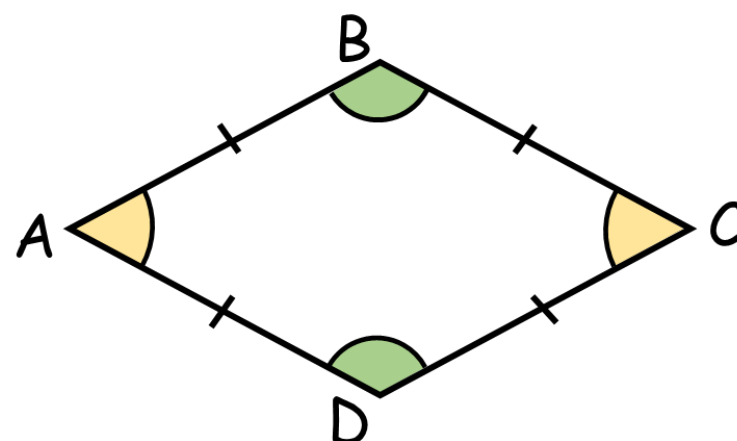
É o quadrilátero que possui os lados opostos paralelos.

Retângulo



É o quadrilátero que possui os ângulos congruentes.

Losango

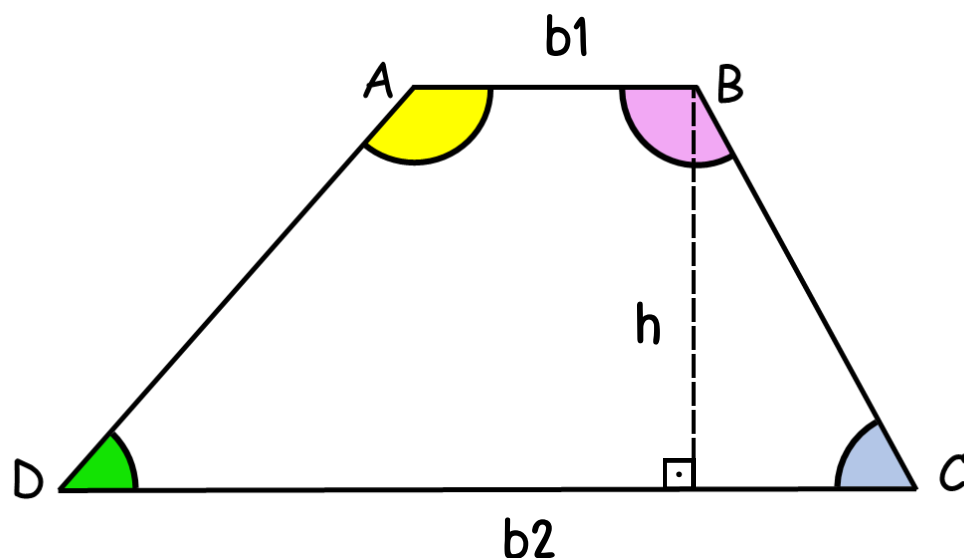


É o quadrilátero que possui os lados congruentes.

Trapézio

Trapézio Qualquer

[P1] Em qualquer trapézio ABCD de bases AB (b_1) e CD (b_2), temos:



Ângulos Internos

$$A + D = B + C = 180^\circ$$

$$A + D + B + C = 360^\circ$$

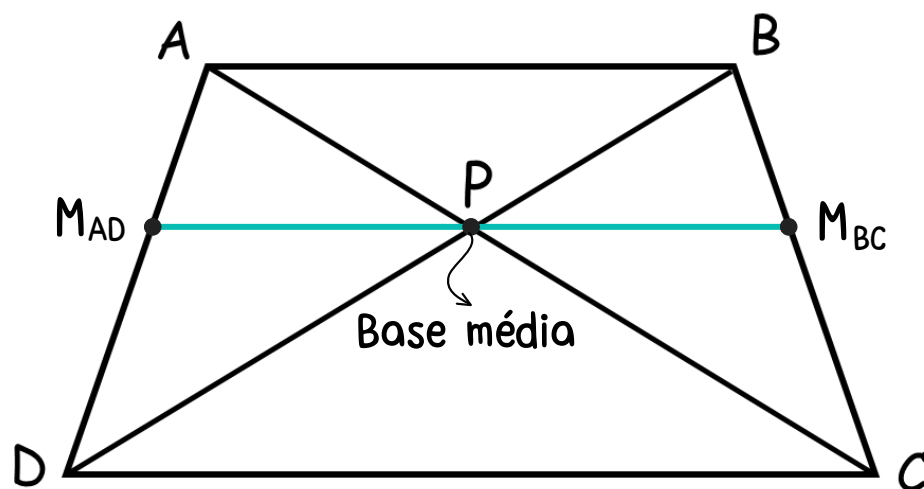
Área do Trapézio

$$A = \left(\frac{b_1 + b_2}{2} \right) \cdot h$$

Trapézio Isósceles ($AD \equiv BC$, $A = B$ e $D = C$)

[P2] As diagonais são congruentes.

[P3] A os ângulos das bases são congruentes.

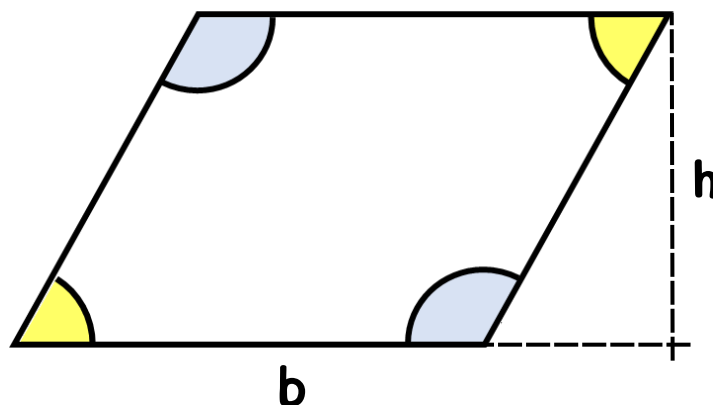


$$B_m = \left(\frac{AB + DC}{2} \right)$$

[P4] A base média (B_m) é a semissoma das bases do trapézio.

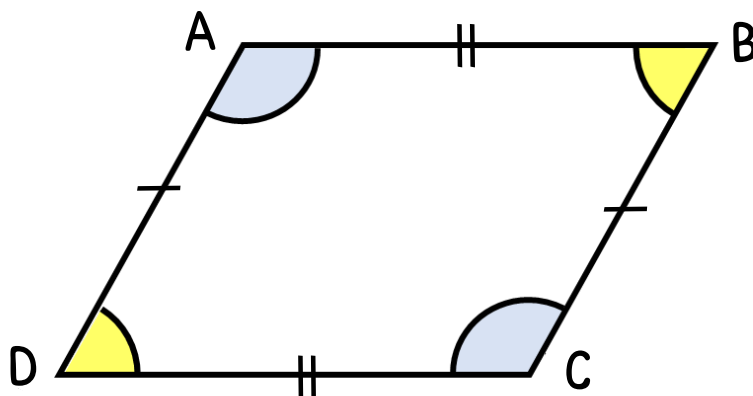
Propriedades dos paralelogramos

[P1] Em todo paralelogramo os ângulos opostos são congruentes.



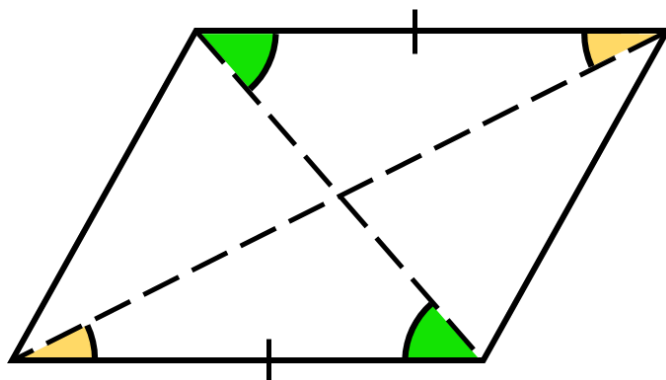
- ❑ Todo quadrilátero que tem ângulos opostos congruentes é paralelogramo.
- ❑ Todo retângulo é paralelogramo.

[P2] Em um lados opostos são congruentes.



- ❑ Todo quadrilátero que tem lados opostos congruentes é um paralelogramo ($AB \equiv DC$ e $BC \equiv AD$).
- ❑ Todo losango é paralelogramo.

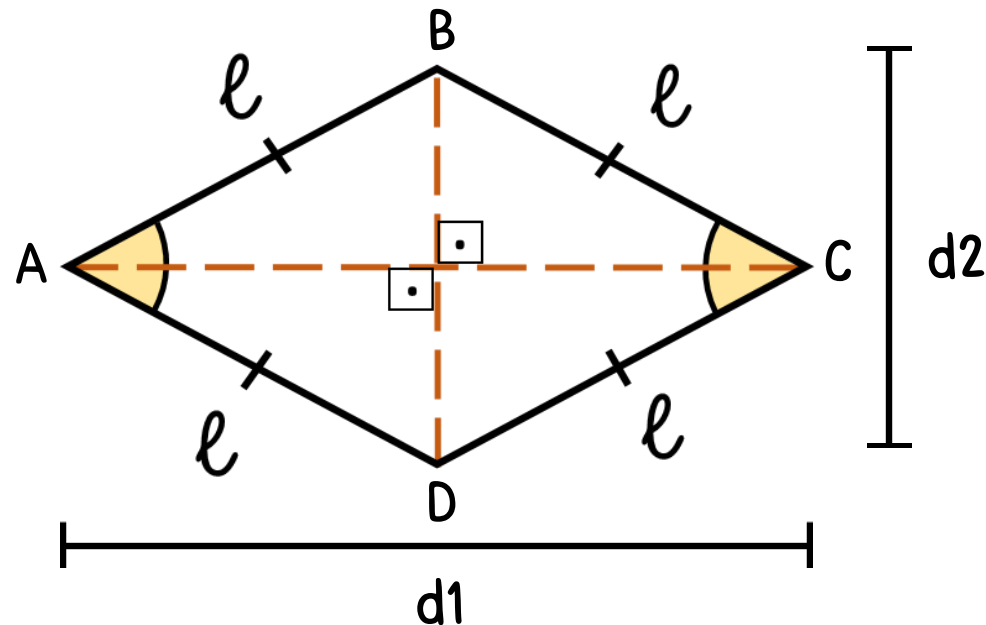
[P2] Diagonais dividem-se ao meio.



- ❑ Em todo paralelogramo, as diagonais se cruzam nos seus respectivos pontos médios.
- ❑ Área do paralelogramo $A = b.h$

Propriedades dos losangos

[P1] O losango é um paralelogramo que apresenta os quatro lados congruentes entre si e diagonais perpendiculares.



Área do losango

[P2] O losango é paralelogramo, portanto sua área também é dada por $A = b.h$, ou pela relação entre suas diagonais:

$$A = \frac{d1 \times d2}{2}$$

Para todo quadrilátero convexo:

- ☐ Se as diagonais se cortam ao meio, é um paralelogramo;
- ☐ Se as diagonais se cortam ao meio e são congruentes é um retângulo;
- ☐ Se as diagonais se cortam ao meio e são perpendiculares ($AC \perp BD$), é um losango;
- ☐ Se as diagonais se cortam ao meio, são congruentes e são perpendiculares, então é um quadrado.

em atualização...

@superaulasbr

