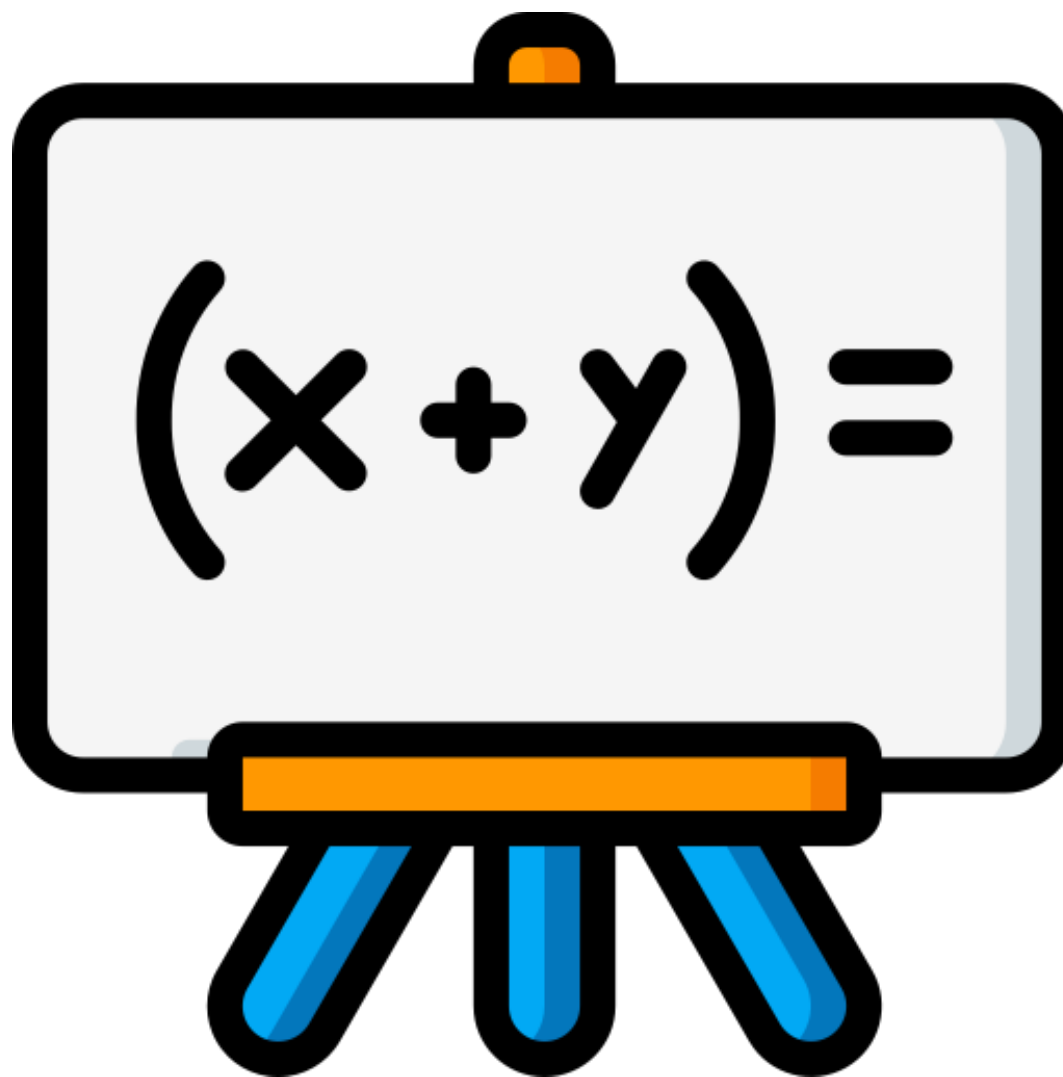


7º Ano



JORGE OLIVEIRA

Copyright © 2021 de Jorge Oliveira

Todos os direitos reservados.

Este e-book ou qualquer parte dele não pode ser reproduzido ou usado sem autorização expressa, por escrito, do autor ou editor, exceto pelo uso de citações em uma resenha ou trabalho acadêmico.

Sobre o Autor.

Professor de matemática, atuando em diversos níveis educacionais, além de cursos preparatórios diversos. Especialista em modelagem matemática.

<https://superaulas.lojavirtualnuvem.com.br/>



Sumário

Conjunto dos Números Inteiros ($\mathbb{Z}$)

Operações em $\mathbb{Z}$

Potenciação de números inteiros

Raiz quadrada de um número inteiro

Expressões numéricas com inteiros

Conjunto dos Números Racionais ($\mathbb{Q}$)

Operações em $\mathbb{Q}$

Potenciação de números racionais

Raiz quadrada de um número racional

Expressões numéricas com racionais

Equações Algébricas

Equação de 1º grau

Problemas com equações de 1º grau

Inequações

Definição de inequação Equação de 1º grau

Resolução de uma inequação de 1º grau

Sistema De equações do 1º grau

Técnicas de resolução de sistemas

Sistema de equações com números fracionários

Problemas com equações de 1º grau com duas variáveis

Razões e Proporções

Razão entre duas grandezas

Velocidade média, Densidade demográfica e Escala

Proporção

Divisão Proporcional

Grandezas Proporcionais

Regra de três simples

Regra de três composta

Porcentagem e Juros

Porcentagem

Juro simples

Ângulos

Operações com medidas de ângulos

Ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso

Ângulos congruentes

Ângulos complementares e ângulos suplementares

Figuras Planas

Triângulos

Quadriláteros

Circunferência

Arco, corda e diâmetro

Sólidos geométricos

O conjunto de números inteiros é fechado na adição, subtração e multiplicação.



INTEIROS

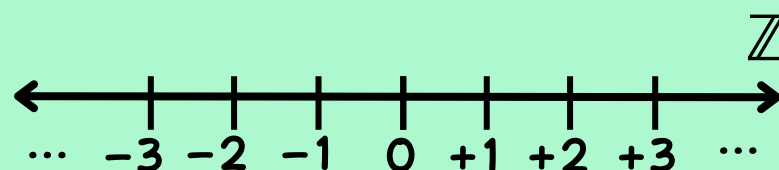
O **módulo** ($| |$) ou **valor absoluto** de um número é o valor desse número sem considerar seu sinal.

é o conjunto formado pelos números naturais com seus respectivos opostos (negativos).

$$\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, +1, +2, ...\}$$

$$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$$

Reta Numérica



Dois inteiros são simétricos, quando eles têm o mesmo algarismo e sinais opostos.

Subconjuntos

$$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, ...\} = \mathbb{N}$$

$$\mathbb{Z}_- = \{..., -3, -2, -1, 0\}$$

Importante

$$\mathbb{Z}_+ \cup \mathbb{Z}_- = \mathbb{Z} \quad \mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}_- = 0$$

Soma/Subtração

Sinais iguais:

some e conserve o sinal.

Sinais diferentes:

subtraia e dê ao resultado o sinal do número maior (módulo).

Potenciação

a) $(-)^{\text{par}} = +$

b) $(-)^{\text{ímpar}} = -$

c) $(+)^n = +$

d) $(-x)^{\text{par}} \neq -x^{\text{par}}$
 $x \neq 0$

Regras de Sinais

importante

$$-(-a) = (-1) \cdot (-a)$$
$$-(-a) = +a$$

importante

$$(0)^{\text{não nulo}} = 0$$

Divisão/Multiplicação

Sinais iguais

resultado $+$

Sinais diferentes

resultado $-$

Radiciação

ímpar $\sqrt{(-)} = -$

par $\sqrt{(+)} = +$

par $\sqrt{(-)} = \text{número complexo}$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Potenciação

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(ab)^n = a^n \times b^n$$

$$\rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\rightarrow a^1 = a$$

$$\rightarrow a^{-n} = 1$$

Resolução

As expressões numéricas devem ser resolvidas obedecendo algumas regras gerais, ou seu resultado final pode não ser o correto.

Expressões Numéricas

Exemplo

Calcule o valor da expressão abaixo:

$$\begin{aligned} & \{[(5 \times 3) - (2 - 26)] \div 3\}^2 = \\ & = \{[15 + -(-24)] \div 3\}^2 = \\ & = \{[15 + 24] \div 3\}^2 = \{[39] \div 3\}^2 \\ & = \{13\}^2 = 13 \times 13 = 169 \checkmark \end{aligned}$$

PEMDAS

A sequência de operações deve ser:

- (1) Potenciação/Radiciação
- (2) Multiplicação/Divisão
- (3) Soma/Subtração

⚠ Importante

Deve-se obedecer resolver também a seguinte hierarquia de resolução:

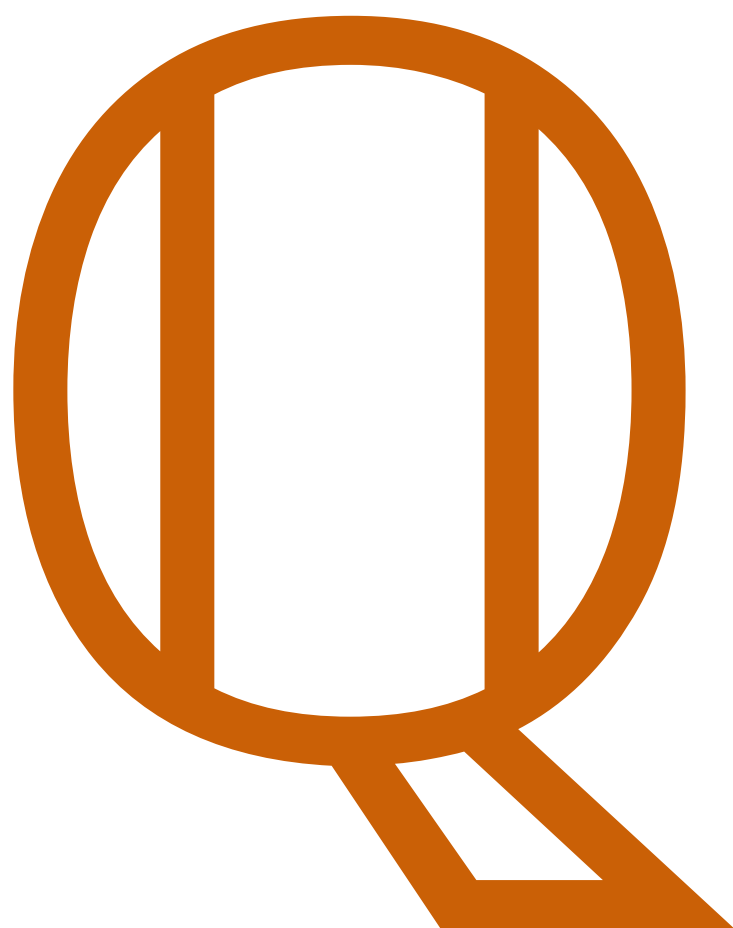
- (1) Parênteses ()
- (2) Colchetes []
- (3) Chaves { }

⚠ Dica!

Após a eliminação de (), [] ou { }, devemos resolvê-la sempre da esquerda para direita.

$$\begin{aligned} & 6^2 \div 2 \times (10 - 7) = \\ & 36 \div 2 \times (3) = \\ & 18 \times (3) = \\ & 54 \checkmark \end{aligned}$$

O conjunto dos **números racionais** ($\mathbb{Q}$) é fechado para as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão (exceto por zero)...



RACIONAIS

... os decimais exatos, as dízimas periódicas e os inteiros, são todos números racionais.

É todo número que pode ser representado por uma fração $\frac{a}{b}$ de dois números inteiros, um numerador a e um denominador não nulo b .

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

Subconjuntos

- $\mathbb{Q}^*$: Racionais não nulos
- $\mathbb{Q}_+$: Racionais não negativos
- $\mathbb{Q}_-$: Racionais não positivos

Tipos de fração

Fração própria $\frac{a}{b}$ ($a < b$)

Fração imprópria $\frac{a}{b}$ ($a > b$)

Fração aparente $\frac{a}{b}$ ($a = n \cdot b$)
 n inteiro

simples

$$\frac{1}{3} = 0.333\dots$$

parte periódica = 3

$$\frac{5}{11} = 0.4545\dots$$

parte periódica = 45

Fração geratriz

$$\begin{array}{r} x = 0.333\dots \\ 10x = 3.333\dots \\ - x = 0.333\dots \\ \hline 9x = 3 \\ x = \frac{1}{3} \end{array}$$

Composta

parte periódica = 6

$$\frac{7}{15} = 0.4666\dots$$

parte não periódica = 4

Fração geratriz

$$\begin{array}{r} x = 0.4666\dots \\ 100x = 46.666\dots \\ - 10x = 4.666\dots \\ \hline 90x = 42 \\ x = \frac{42}{90} \end{array}$$

importante

4.666... não é uma dízima composta

Soma e Subtração

Escreva vírgula sob vírgula completando com zeros as ordens inexistentes.

$$\begin{array}{r} + 5,55 \\ + 1,53 \\ \hline ? \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} + 5,55 \\ + 1,53 \\ \hline 7,08 \end{array}$$

Multiplicação

Utilize o algoritmo conhecido da multiplicação e dê ao resultado o número total de casas decimas das parcelas.

$$\begin{array}{r} \times 2,5 \\ \times 6,5 \\ \hline ? \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} \times 2,5 \\ \times 6,5 \\ \hline 125 \\ + 150 \\ \hline 16,25 \end{array}$$

Operações com Decimais

Divisão

Transformar dividendo e divisor em números inteiros, multiplicando-os por 10, 100 ... e utilizar o algoritmo conhecido da divisão.

$$1,55 \overline{)0,5} \longrightarrow \begin{array}{r} 155 \overline{)50} \\ - 15 \downarrow 3,1 \\ \hline 050 \\ - 50 \\ \hline 0 \end{array}$$

Importante

- (1) Dividir por 0,5 é o mesmo que multiplicar por 2.
- (2) Para se dividir por 0,1, 0,01, 0,001... verifique a quantidade de zeros à esquerda e multiplicar por 10 se 0,1, 100 se 0,01, 1000 se 0,001...

Expressões

()

Parênteses

Potências
e raízes

a^{-n} $\sqrt{\quad}$

$\times$ $\div$

Multiplicação
e divisão

Adição e
Subtração

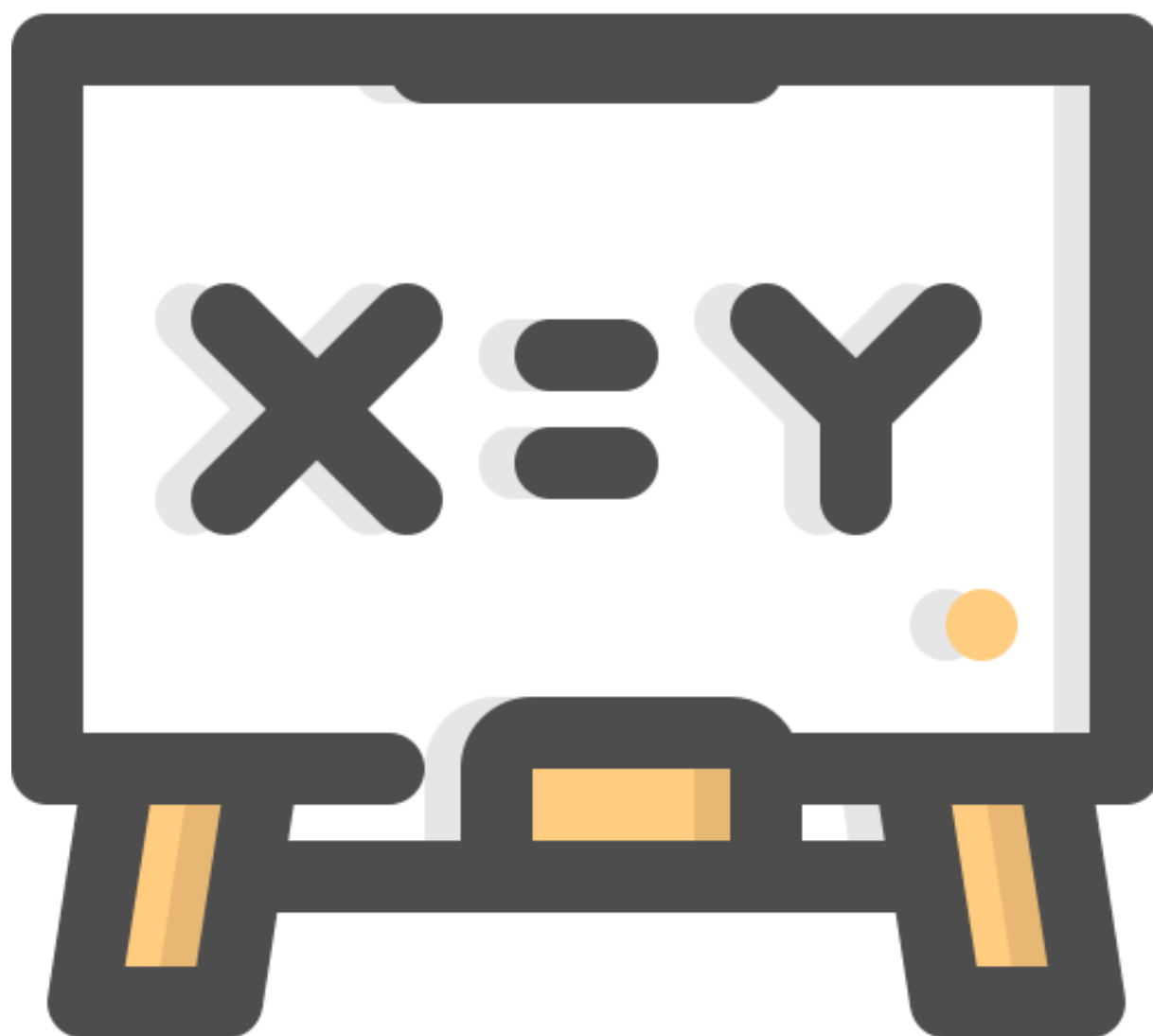
$+$ $-$

Operações

Númericas

Ordem das

Álgebra



DEFINIÇÃO

É toda igualdade entre dois membros, em que há pelo menos uma incógnita (variável) de grau 1, representando um valor desconhecido.

Ex.: a) $5x - 8 = 2x + 1$

b) $x/2 + 8 = 13$

Equação do 1º Grau

SOLUÇÃO

Resolver uma equação é encontrar sua solução, ou seja, determinar o valor que torna a igualdade verdadeira.

Ex.: $5x - 8 = 2x + 1$

$$5x - 8 + 8 = 2x + 1 + 8$$

$$5x - 2x = 2x - 2x + 9$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3} \rightarrow x = 3$$

DEFINIÇÃO

é todo conjunto de duas equações com duas variáveis. Sua solução é um par ordenado $(x; y)$, que torna a igualdade verdadeira

Ex.: $\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x - y = 19 \end{cases}$ Solução $(10, 1)$

$$\begin{cases} 2x - y = 8 & \text{I} \\ x + y = 10 & \text{II} \end{cases}$$

Adicionando membro a membro temos:

$$\begin{array}{rcl} 2x - y & = & 8 \quad \text{I} \\ x + y & = & 10 \quad \text{II} \\ \hline 3x & = & 18 \\ x & = & 6 \end{array}$$

Substituindo em **II** temos:

$$\begin{aligned} x + y &= 10 \\ 6 + y &= 10 \Rightarrow y = 4 \\ \text{solução } (6; 4) &\checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x - 2y = 8 & \text{I} \\ 2x - y = 19 & \text{II} \end{cases}$$

I $x - 2y = 8 \Rightarrow x = 8 + 2y$
substituindo em **II** temos:

$$\begin{aligned} 2(8 + 2y) - y &= 19 \\ 16 + 3y &= 19 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

I $x = 8 + 2y$
 $x = 8 + 2 \cdot 1$
 $x = 10$

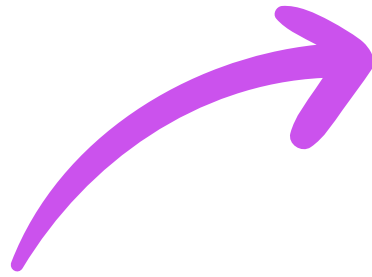
solução $(10; 1)$ ✓

Sistemas do 1º Grau

Resolução

Substituição: isolar o valor de uma das incógnitas em uma das equações, substituindo na outra equação.

Adição: Adicione os membros das equações, para assim determinar uma das variáveis.



Podemos utilizar as equações do 1º grau para resolver uma infinidade de problemas em matemática, transformando a linguagem escrita em linguagem matemática.

Problemas do 1º Grau

Exemplo: A soma de dois números é 24. O menor é a terça parte do maior. Quais são esses números?



Equacionando

- o dobro de $x = 2x$
- a metade de $x = x/2$
- a terça parte de $x = x/3$
- consecutivo de $x = x + 1$
- o inverso de $x = 1/x$
- o oposto de $x = -x$
- um número mais 7 $= x + 7$
- um número menos 12 $= x - 12$

Resolução

número maior: x
número menor: $x/3$

$$x + \frac{x}{3} = 24$$

$$\frac{3x}{3} + \frac{x}{3} = \frac{72}{3} \rightarrow 4x = 72$$

$$x = \frac{72}{4} \rightarrow x = 18 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{maior} = 18 \\ \text{menor} = 6 \end{array} \right.$$

Inequação do 1º grau

O que é?

É toda representação de duas ou mais sentenças abertas que são comparadas por meio de uma ou mais desigualdades.

Ex.: $2x - 1 > 3$

Conectivos

$a > b \rightarrow$ “a maior que b”

$a \geq b \rightarrow$ “a maior ou igual a b”

$a < b \rightarrow$ “a menor que b”

$a \leq b \rightarrow$ “a menor ou igual a b”

Solução

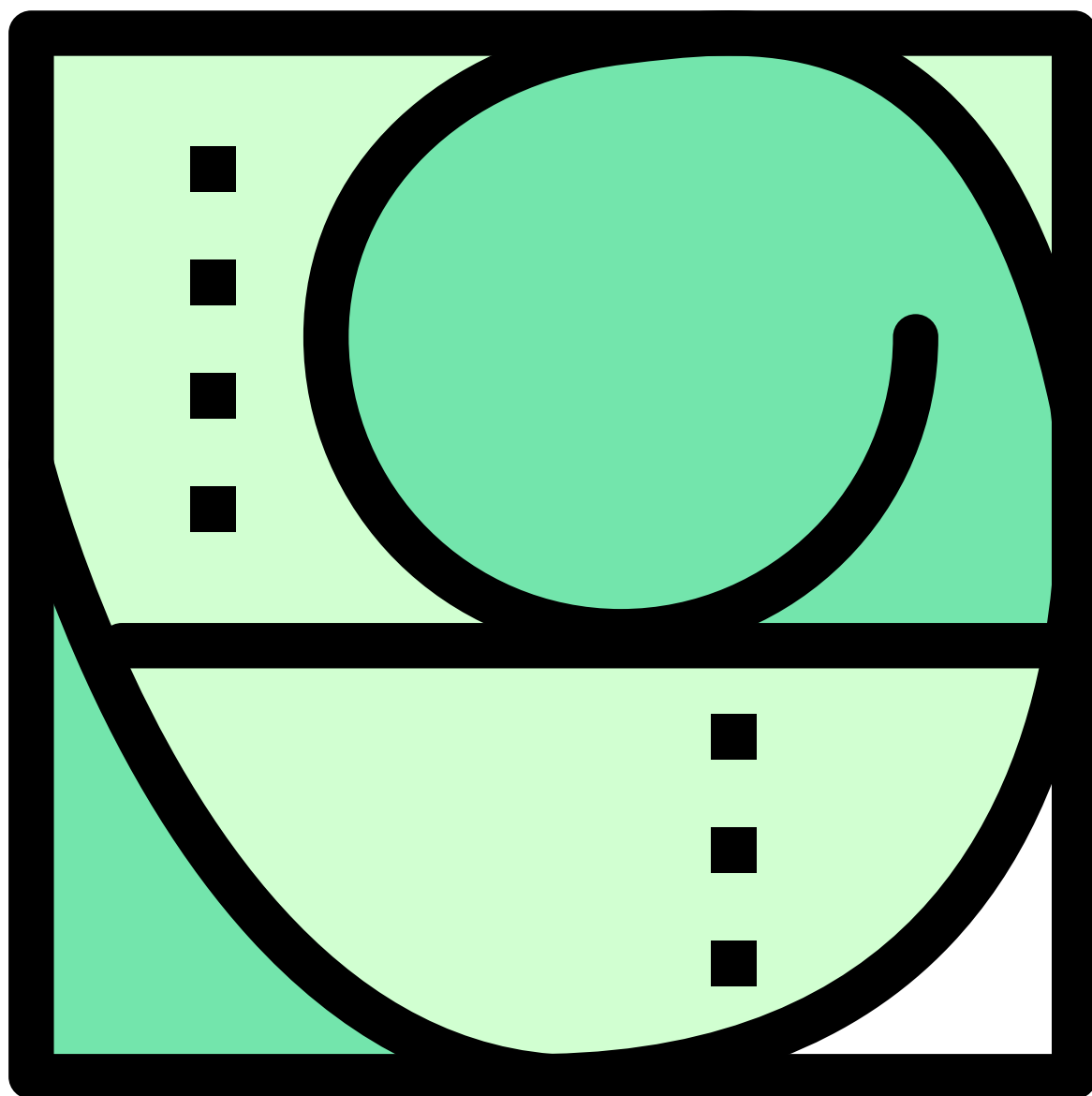
Representa o conjunto de todos os números que tornam a desigualdade verdadeira.

Ex.: $2x - 1 > 3$

$$2x > 3 + 1 \rightarrow 2x > 4$$

$$x > 4/2 \rightarrow x > 2$$

Proporções



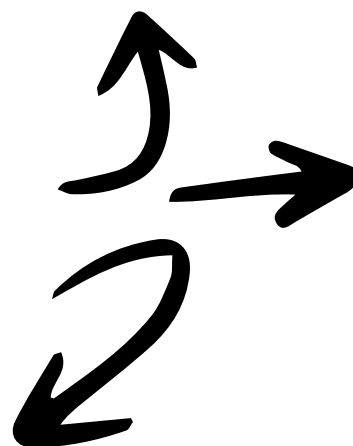
O que é?

É a relação (divisão) entre duas grandezas que já estão relacionadas. A razão nos permite fazer comparações de grandeza entre dois números.

$$\frac{a}{b}$$

antecedente
lê-se "a está para b"
consequente ($\neq 0$)

Razão



$$\frac{100}{2} = 50$$

razão entre 100 e 2

Exemplo

Por exemplo, para saber quantas vezes o número 100 é maior do que o número 2 (ou em outras palavras, qual a razão entre 100 e 2). Portanto, o número 100 é 50 vezes maior do que o número 2.

O que é?

É a igualdade entre duas razões, caso essa igualdade seja verdadeira. Os números que formam as razões na ordem dada são proporcionais. Na igualdade abaixo **a**, **b**, **c** e **d** são proporcionais.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{8}{4} = \frac{16}{8}$$

Diagram illustrating the multiplication of the first ratio by 2 to get the second ratio. An arrow labeled 'x2' points from 8 to 16, and another arrow labeled 'x2' points from 4 to 8.

Proporção

$$8 \cdot 8 = 4 \cdot 16$$

Propriedade

"O produto dos meios é igual ao produto dos extremos (multiplicação cruzada)."

Diagram illustrating the property of proportions. It shows the relationship between the ratio $a:b = c:d$ and the cross-multiplication result $a \cdot d = b \cdot c$.

The ratio $a:b = c:d$ is shown with arrows indicating the extremes (a and d) and the means (b and c).

The cross-multiplication is shown as $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ with dashed lines connecting a to d and b to c, resulting in the equation $a \cdot d = b \cdot c$.

Razão

$$\frac{a}{b}$$

antecedente
lê-se "a está para b"
consequente ($\neq 0$)

Proporção

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d = b.c$$

Propriedade

$$\frac{a \pm b}{a} = \frac{c \pm d}{c}$$

Proporção
e
Razão

O QUE É?

É o processo que usamos, para decompor um número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a p e q , de modo que devemos de modo que a soma das partes seja $A + B = M$.

DIRETAMENTE

Sendo $A + B = M$, temos:

$$\frac{A}{B} = \frac{p}{q} = k$$

O valor de k é a solução, pois:

$$A = K \times p \text{ e } B = K \times q$$

Divisão Proporcional

INVERSAMENTE

Para decompor um número M em duas partes A e B inversamente proporcionais a p e q , temos:

O valor de k é a solução, pois:

$$A = K/p \text{ e } B = K/q$$

EXEMPLO

Dividir 288 em partes diretamente proporcionais a 4, 6 e 8 respectivamente.

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{8} = \frac{a + b + c}{4 + 6 + 8} = \frac{288}{18} = 16$$

$$\frac{a}{4} = 16 \quad \frac{b}{6} = 16 \quad \frac{c}{8} = 16$$

$$a = 64; \quad b = 96; \quad c = 128$$



Velocidade Média

É a razão entre a distância percorrida (d) por um móvel e o tempo gasto (t), para percorrer essa distância.

- $V_m = \frac{d}{t}$



Densidade Demográfica

É a razão entre o número de habitantes (população - p) de uma região e a área (A) dessa região.

- $D = \frac{p}{A}$

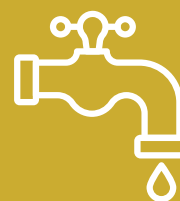
Razões Importantes



Escala

É a razão entre a medida do comprimento (ℓ) de um desenho e a medida do comprimento real (L) do objeto.

- $E = \frac{\ell}{L}$



Vazão

É a razão que exprime quantidade de volume (V) que escoa (flui) numa tubulação por unidade de tempo (t).

- $Z = \frac{V}{t}$

O que é?

É o processo utilizado para resolver problemas que envolve proporcionalidade (direta ou inversa), em que são conhecidos três termos e se procura o valor do 4º termo. Uma regra de três é **simples** quando há apenas duas grandezas envolvidas, e é **composta** quando há mais de duas.

Resolução

(1º passo) Identificar as grandezas e construção da tabela.

(2º passo) Analisar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

(3º passo) Aplicar o método prático de resolução para cada caso, e, por fim, resolver a equação.

Regras de Três

Simplex

Uma costureira gasta 18 metros de tecido para fazer 12 camisas. Quanto tecido ela gasta para fazer 16 camisas, mantendo a produção diária?

Camisas	Tecido (m)	Equação
12 16	18 x	$\left\{ \frac{12}{16} = \frac{18}{x} \right.$

(diretamente proporcionais)

$$12 \cdot x = 18 \cdot 16 \Rightarrow x = 24$$

Composta

Se 9 mulheres fazem 200 camisas em 10 dias, quantas camisas 18 mulheres farão em 15 dias, trabalhando o mesmo número de horas por dia?

Camisas	Mulheres	Dias	Equação
200 x	9 18	10 15	$\left\{ \frac{200}{x} = \frac{9}{18} \cdot \frac{10}{15} \right.$

(proporção entre as grandezas)

$$90 \cdot x = 200 \cdot 270 \Rightarrow x = 600$$

%

lê-se: "por cento"

$$X\% = X/100$$

PORCENTAGEM

$$10\% = 0,1$$

$$100\% = 1$$

$$150\% = 1,50$$

$$(1 + i/100)$$

(aumento de $i\%$)

Multiplicar por

$$(1 - i/100)$$

(desconto de $i\%$)

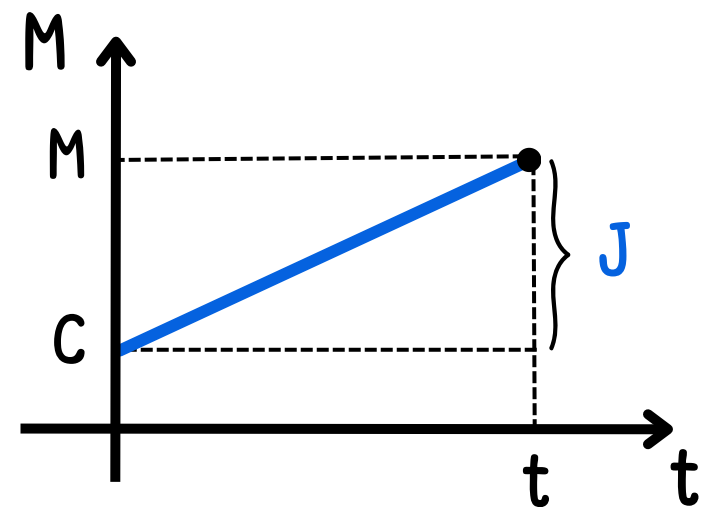
Atenção!

$$x\% \text{ de } y = y\% \text{ de } x$$

O que são?

São os juros aplicados sobre o capital (C) de forma **linear** em todos os períodos, ou seja, o valor sobre o qual incidem juros não muda ao longo do tempo.

Diagrama



$$M = C + J$$

Juros Simples

Equacionando

Juros

$$J_s = C.i.t$$

Montante

$$M = C + J$$

C = capital

t = tempo

i = taxa (%)

Exemplo

Em quanto tempo um capital aplicado a juros simples com taxa 10% a.m. dobra?

$$M = 2.C \Rightarrow J + C = 2.C$$

$$J = C \Rightarrow C.i.t = C \Rightarrow J = C$$

$$C.i.t = C \Rightarrow (0,1).t = 1$$

$$t = 1/0,1 = 10 \text{ meses} \checkmark$$

Geometria



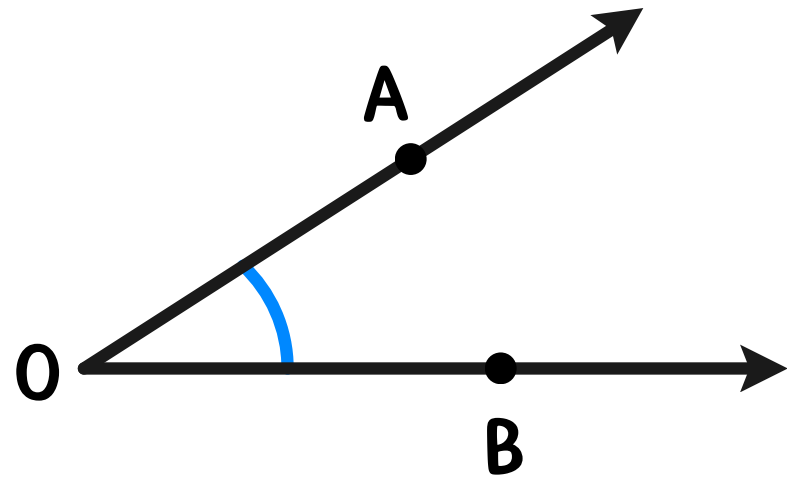
O que é?

A reunião de duas semirretas de mesma origem é um ângulo.

Elementos

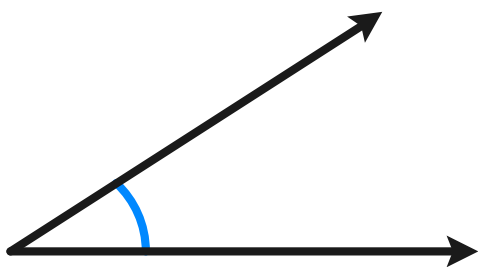
- O é o vértice do ângulo $\hat{A}OB$.
- As semirretas OA e OB são os lados do ângulo $\hat{A}OB$.

Uma unidade de medida do ângulo é o grau ($^\circ$)

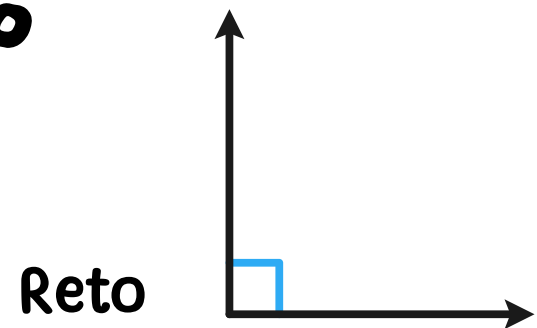


Ângulos

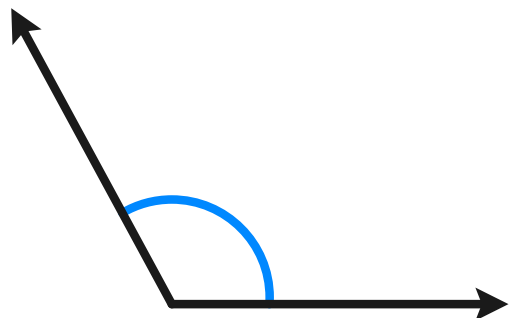
Tipos de ângulo



Agudo



Reto



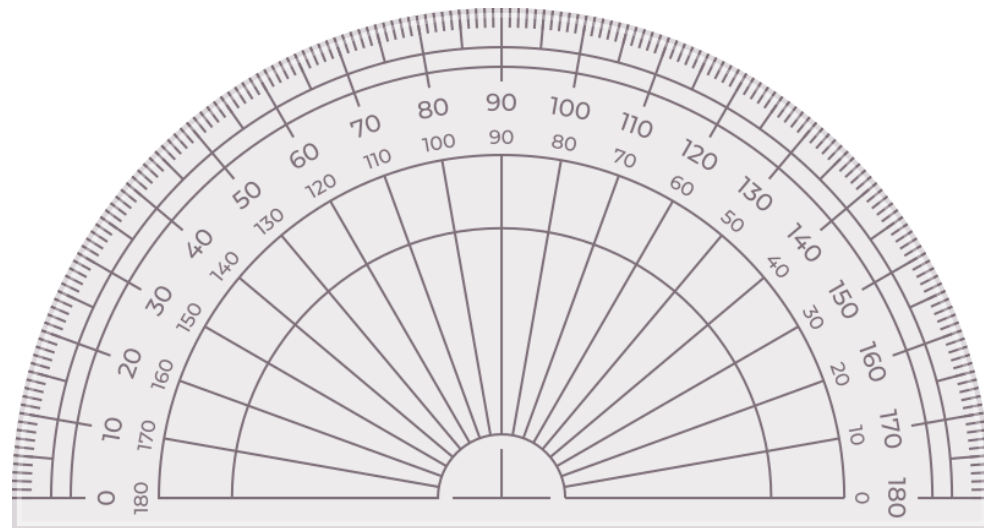
Obtuso



Raso

Transferidor

Para medir ângulos, usamos um instrumento chamado transferidor. O transferidor é dividido em graus.



Transferidor de 180°

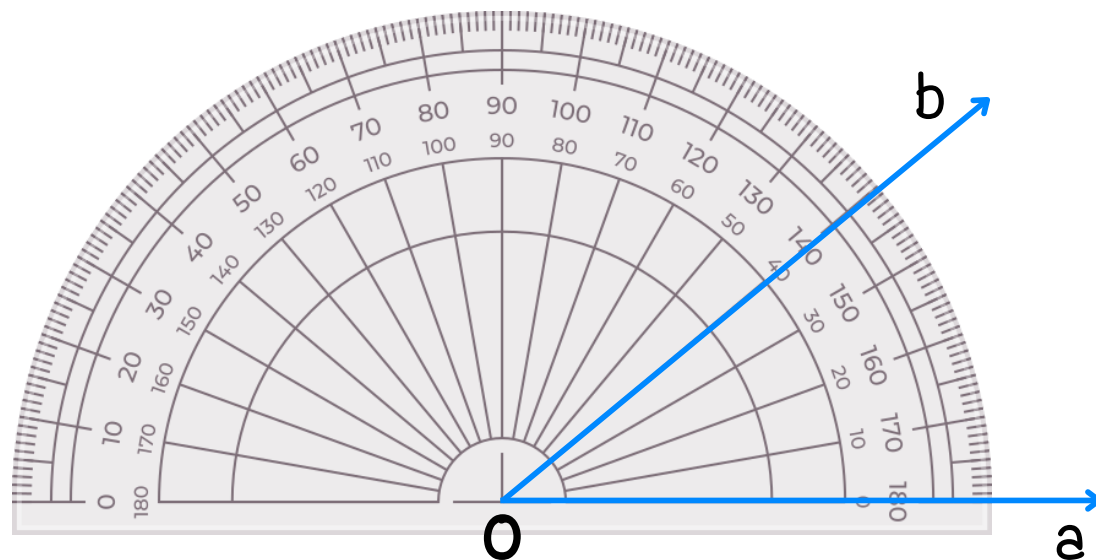
Medindo Ângulos

1 grau é igual a 60 minutos.
 $1^\circ = 60'$
1 minuto é igual a 60 segundos.
 $1' = 60''$

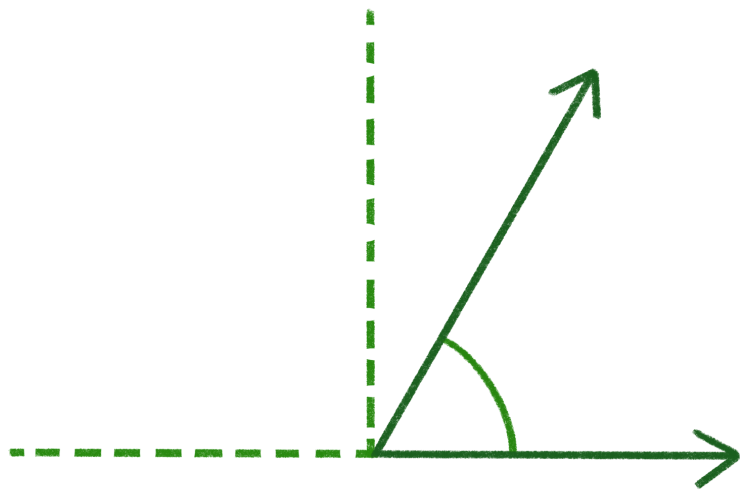
Na prática

1º) O centro do transferidor (O) deve coincidir com o vértice do ângulo (O).

2º) A semirreta Oa deve passar pelo zero do transferidor.

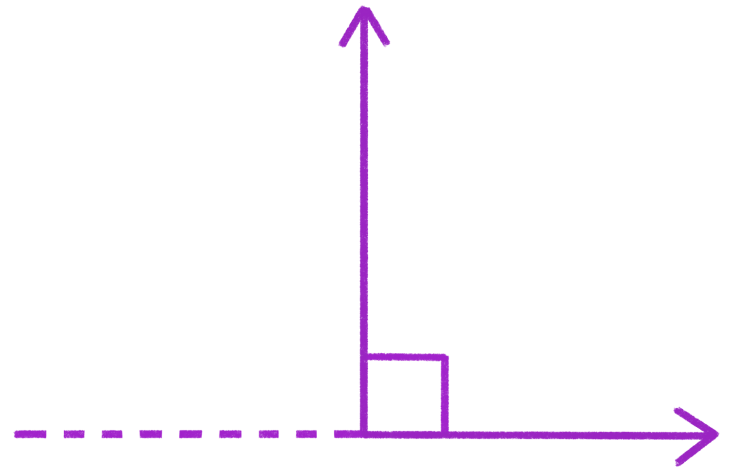


$$\text{med } (\widehat{aOb}) = 40^\circ$$



agudo

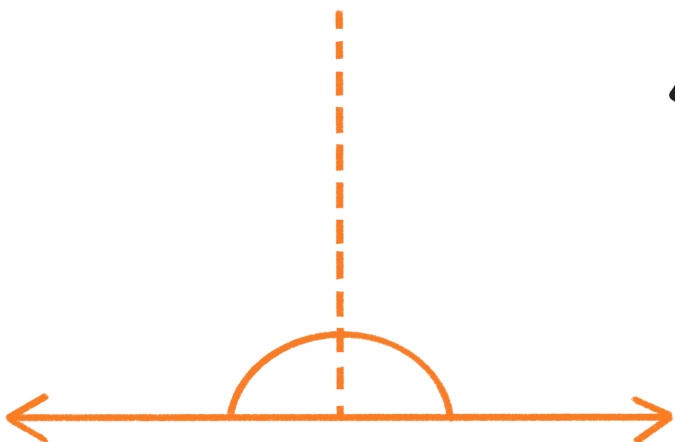
$< 90^\circ$



reto

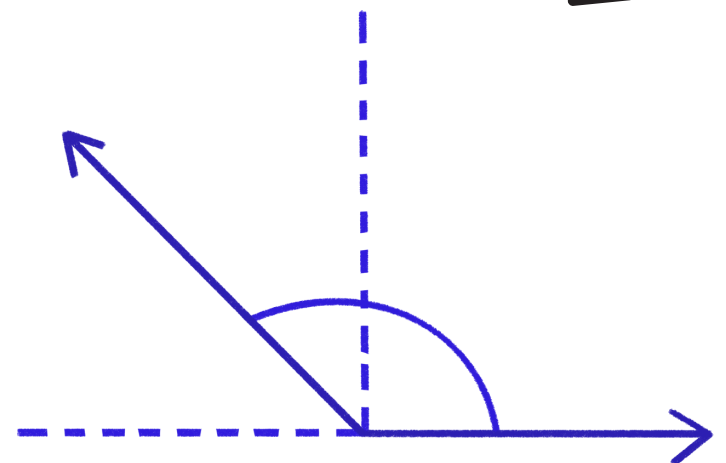
$= 90^\circ$

Classificação



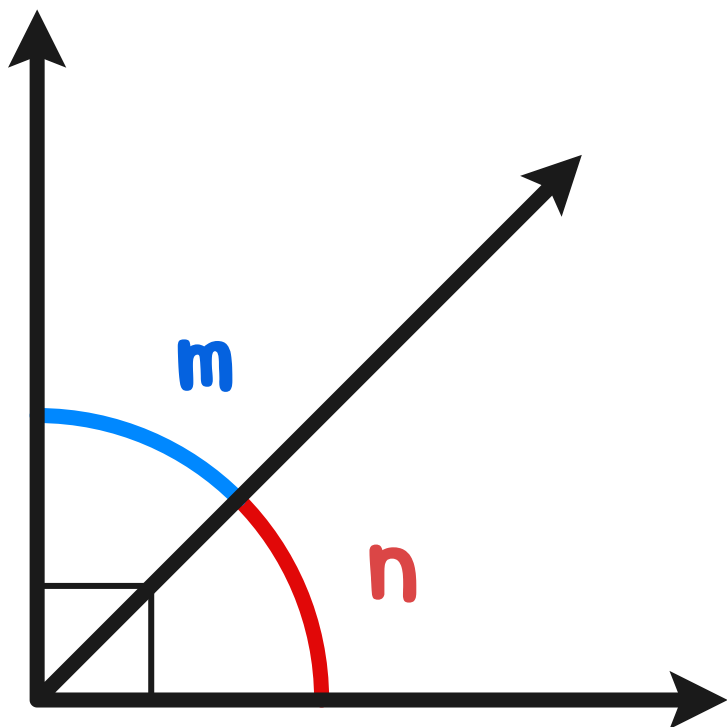
raso

$= 180^\circ$



obtuso

$> 90^\circ$ e $< 180^\circ$



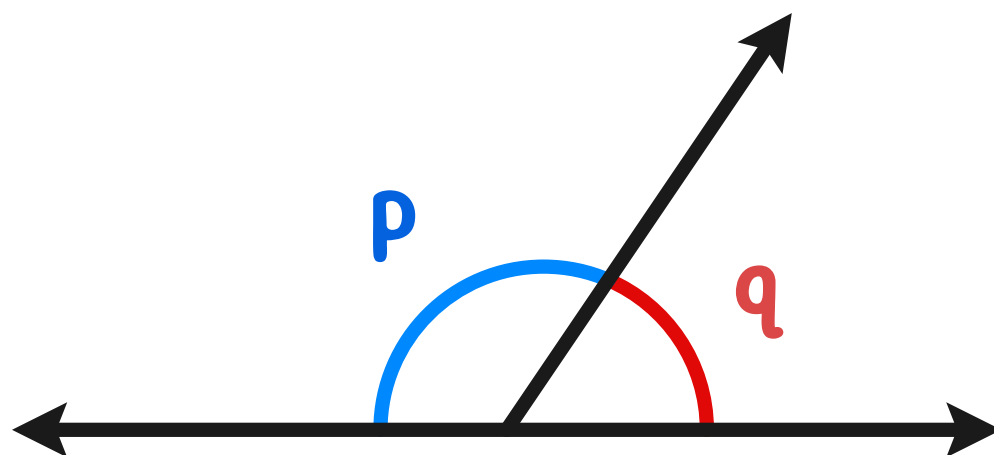
COMPLEMENTARES

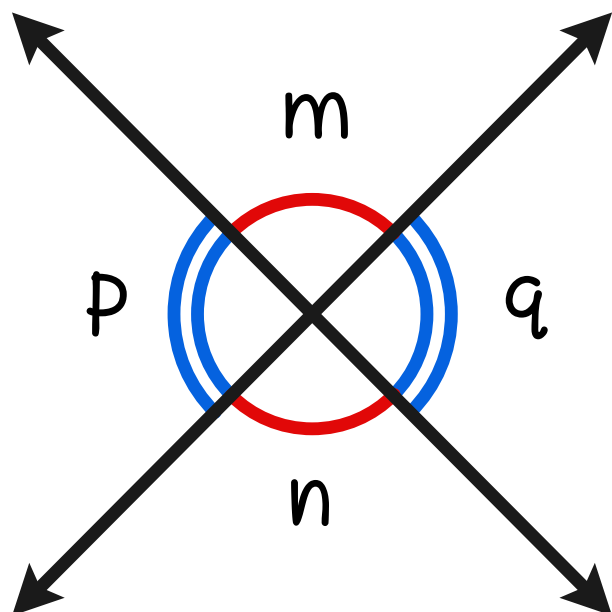
$$m + n = 90^\circ$$

Ângulos

SUPLEMENTARES

$$p + q = 180^\circ$$





Dois ângulos são **opostos pelo vértice** (OPV) quando os lados de um deles são semirretas opostas aos lados do outro.

São opostos pelo vértice $\begin{cases} m \text{ e } n \\ p \text{ e } q \end{cases}$

Se dois ângulos são opostos pela vértice, então eles são **congruentes** (de mesma medida).

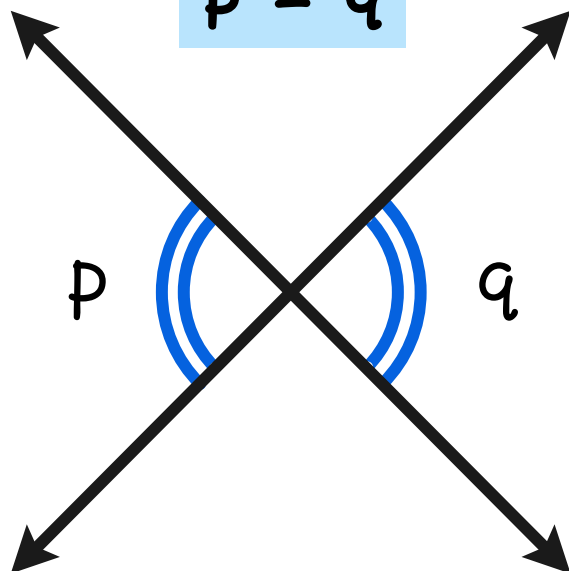
Ângulos OPV

Importante

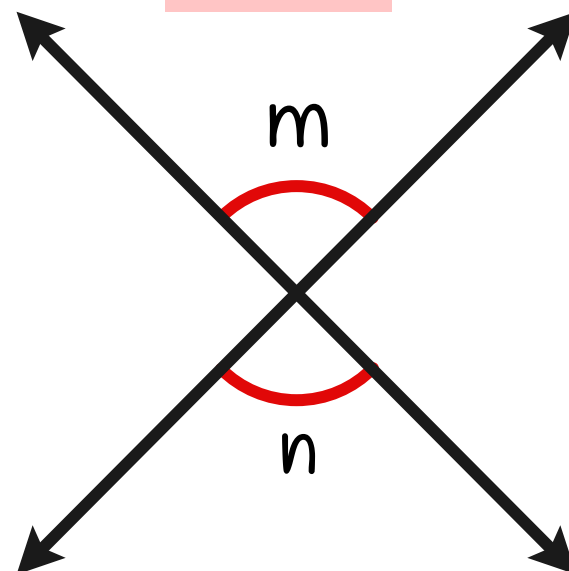
$$m + q = q + n = 180^\circ$$

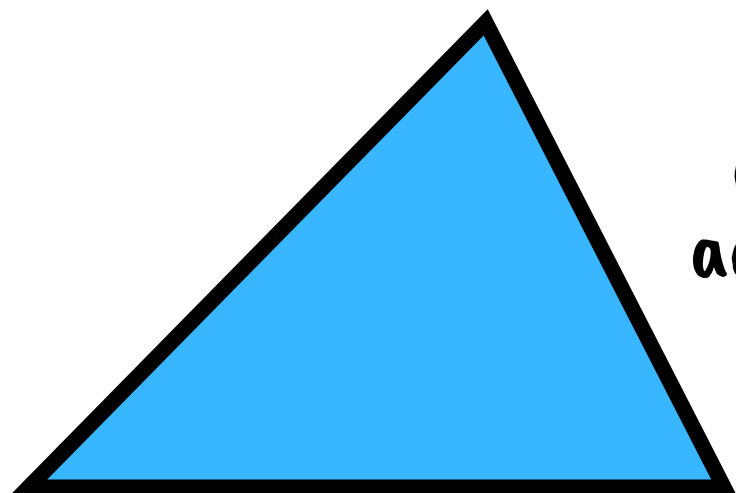
$$m = n$$

$$p = q$$

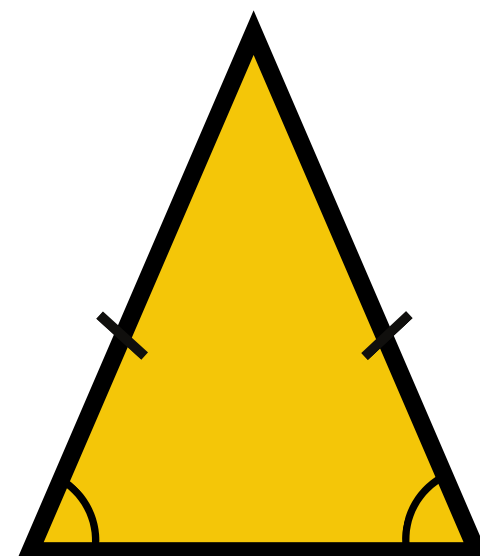


$$m = n$$

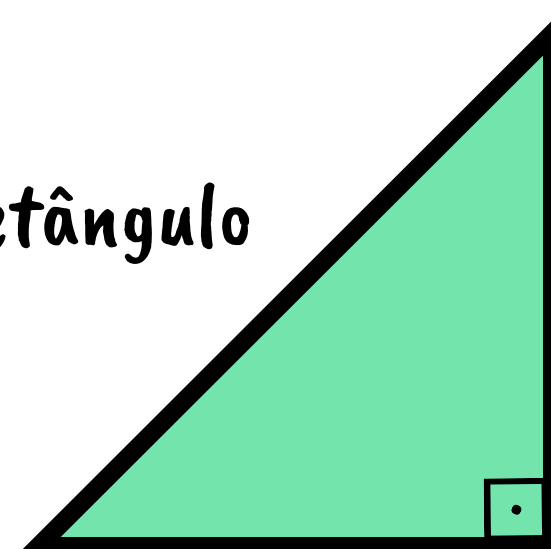




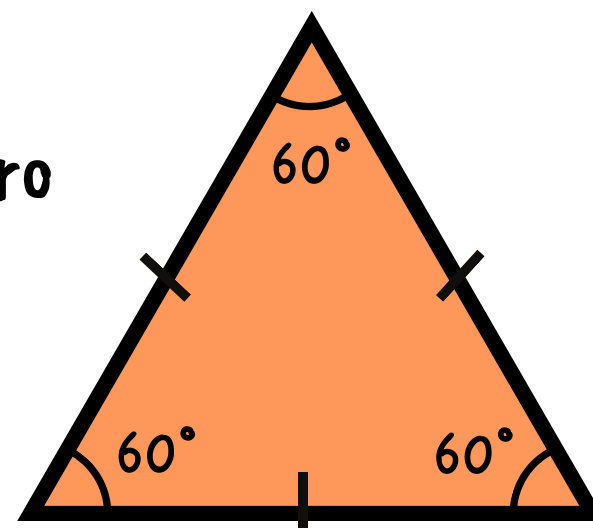
Escaleno
acutângulo



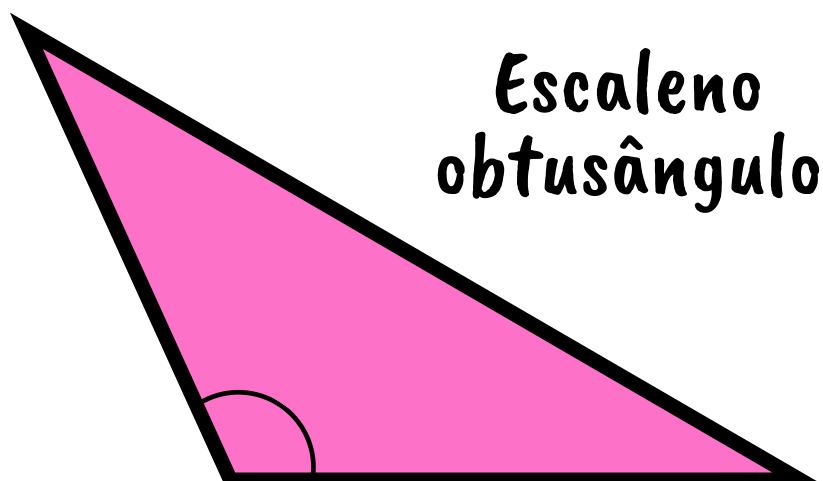
Isósceles



Retângulo



Equilátero



Escaleno
obtusângulo

Triângulos

O QUE É?

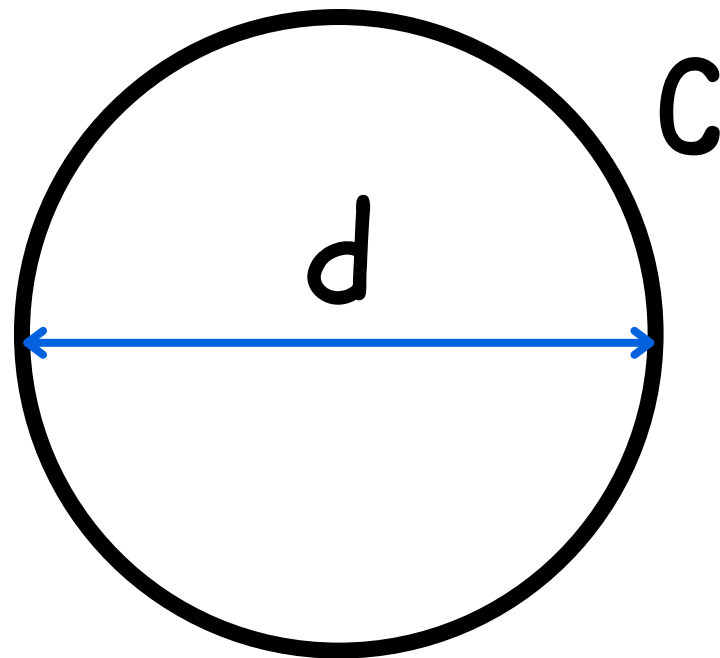
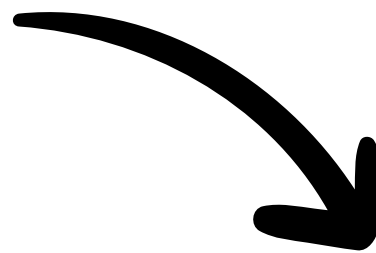
É o número obtido pela divisão entre o perímetro (C) de uma circunferência e seu diâmetro (d).

π

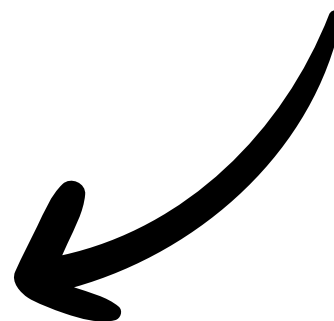
PI

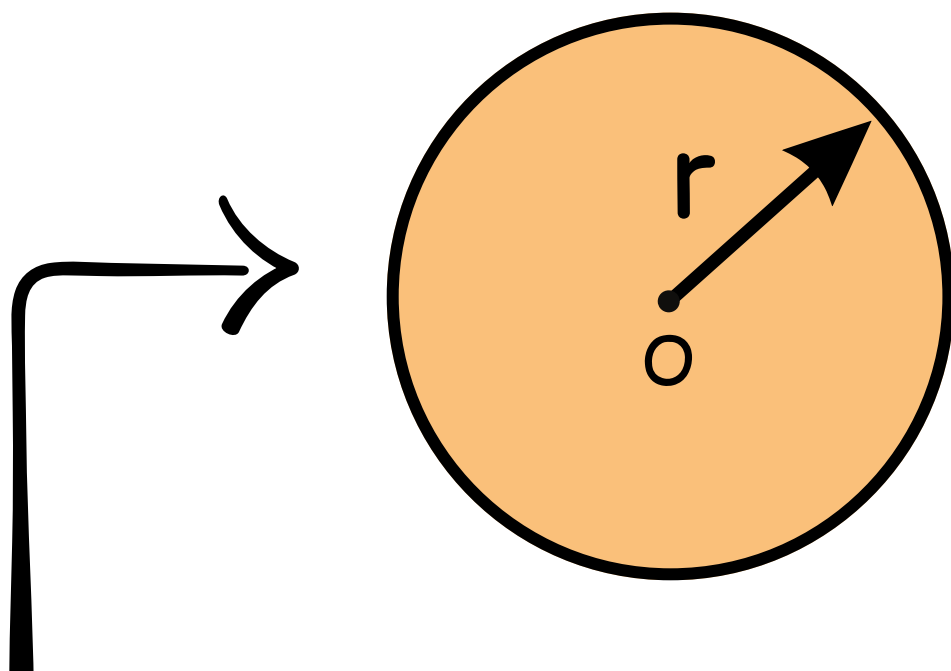
CÁLCULO

Sendo C o perímetro d o diâmetro, obtemos o número π pela divisão C/d . O π é aproximadamente 3,14. **Importante:** Sendo r raio da circunferência, $d = 2r$.



$$\pi = \frac{C}{d}$$





É a área de uma superfície limitada por uma circunferência.

$$A = \pi r^2$$

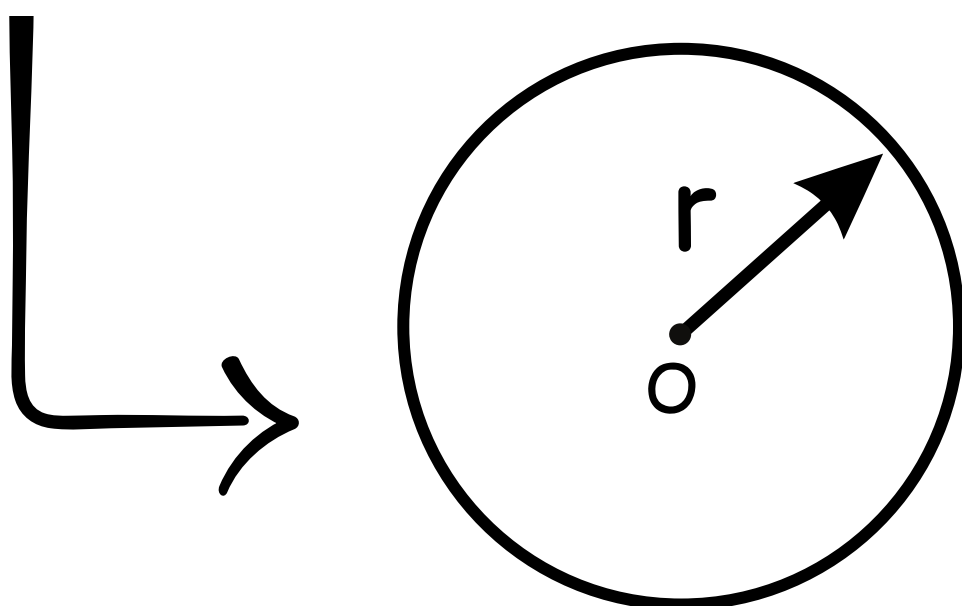
(área)

CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA

r = raio

O = centro

2r é o diâmetro

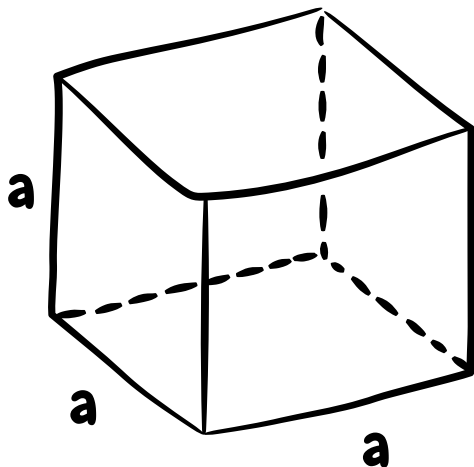


Linha curva, fechada, cujos pontos são equidistantes de um ponto fixo, o centro (O).

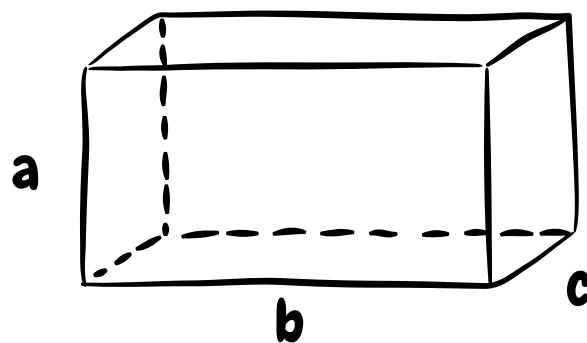
$$C = 2\pi r$$

(comprimento)

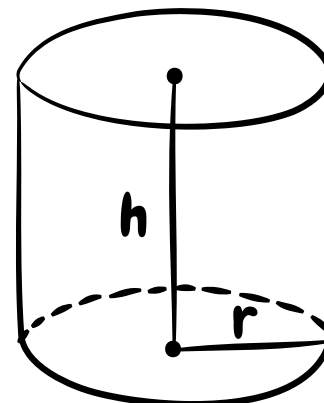
cubo



prisma

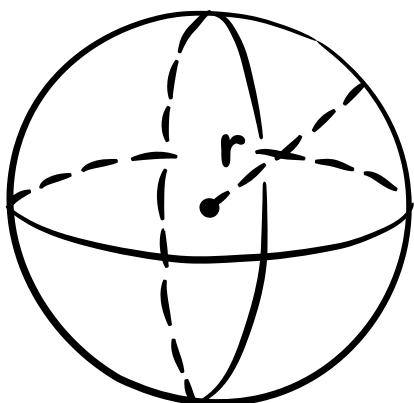


cilindro

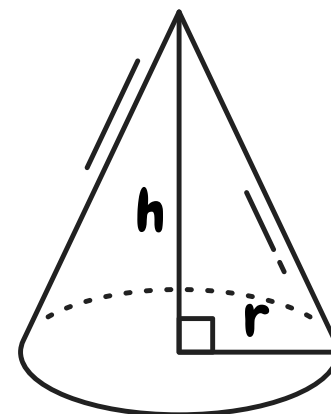


**figuras
espaciais**

esfera



cone



Super Aulas

- ◆ | Matemática Criativa.
- ◆ | Inspirando professores; motivando alunos.
 - ◆ | Mapas Mentais
 - ◆ | Animações Matemáticas
 - ◆ | Slides Criativos e Editáveis

site: superaulas.lojavirtualnuvem.com.br