

MATEMÁTICA

ESTATÍSTICA

Estatística

Estatística é uma ciência exata que estuda a coleta, a organização, a análise e registro de dados por amostras.

Utilizada desde a Antiguidade, quando se registravam os nascimentos e as mortes das pessoas, é um método de pesquisa fundamental para tomar decisões. Isso porque fundamenta suas conclusões nos estudos realizados.

Para tanto, as fases do método estatístico são:

Definição do problema: determinar como a recolha de dados pode solucionar um problema

Planejamento: elaborar como fazer o levantamento dos dados

Coleta de dados: reunir dados após o planejamento do trabalho pretendido, bem como definição da periodicidade da coleta (contínua, periódica, ocasional ou indireta)

Correção dos dados coletados: conferir dados para afastar algum erro por parte da pessoa que os coletou

Apuração dos dados: organização e contagem dos dados

Apresentação dos dados: montagem de suportes que demonstrem o resultado da coleta dos dados (gráficos e tabelas)

Análise dos dados: exame detalhado e interpretação dos dados

Aliada à probabilidade, pode ser aplicada nas mais diversas áreas. São exemplos a análise dos dados sociais, econômicos e demográficos. É o que faz o IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

O IBGE é o órgão que fornece ao nosso país os dados necessários para a definição do modelo de planejamento mais adequado nas políticas públicas.

A palavra estatística, do latim *status* + pseudo prefixo latino *-isticum*, relaciona-se com “estado”.

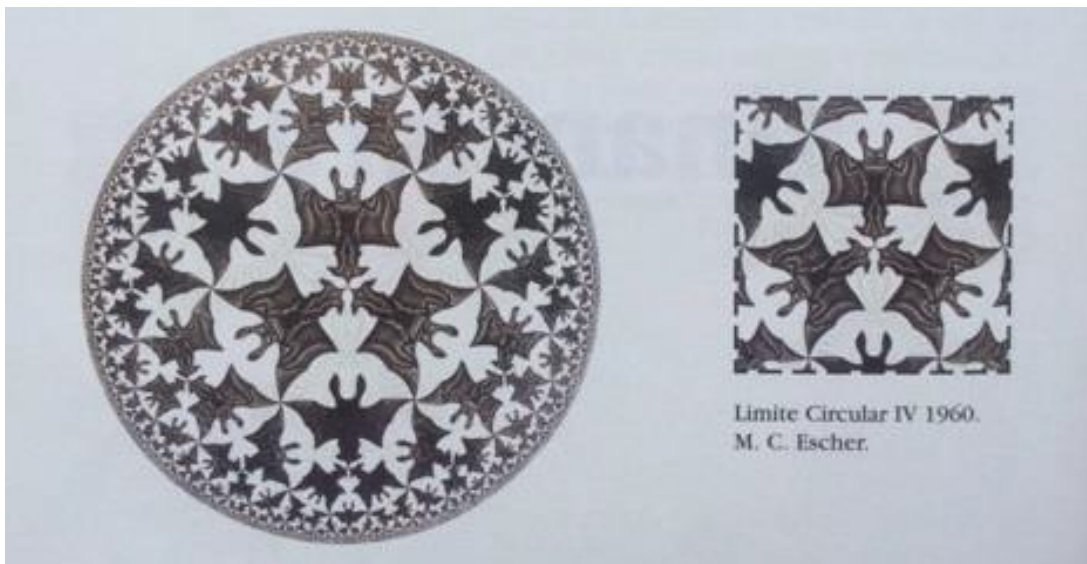
No início, a palavra era usada para se referir ao "cidadão político". Posteriormente, passou a ser utilizada em alemão com o sentido de "conjunto de dados do Estado", de onde decorre o seu significado desde o século XIX.

MATEMÁTICA

ESTATÍSTICA

População e Amostra

Observe a figura. Para estudá-la não é preciso analisar todos os seus elementos, basta uma parte que lhe seja representativa. As conclusões que obtemos sobre essa parte (amostra) podem ser, por analogia, extensivas ao todo (população).



Em Estatística, ao estudarmos um conjunto de objetos, de indivíduos ou de ocorrências, podemos considerar todo o conjunto, chamado de população, ou parte desse conjunto, chamado de amostra.

Imagine, por exemplo, um campeonato quadrangular entre Flamengo, Corinthians, Atlético Mineiro e Grêmio, sendo realizado em um único dia, no Maracanã. Se quisermos saber qual é a composição da torcida que está no estádio, podemos desenvolver o estudo entrevistando:

O conjunto de todos os torcedores que estão no estádio
(população)

Ou parte desse conjunto de torcedores (amostra)

Vamos considerar que numa das entradas do estádio, durante um intervalo de tempo 1 hora, passaram 800 torcedores, sendo: 400 flamenguistas, 200 corintianos, 120 atleticanos e 80 gremistas, caracterizando, assim, o que denominamos amostra.

Chamaremos de frequência absoluta de cada variável, ou seja, a preferência por um clube, o número de vezes que essa variável aparece no conjunto considerado.

Chamaremos de frequência relativa de cada variável, ou seja, a razão entre a sua frequência absoluta e o número total de torcedores da amostra. Em geral, a frequência relativa é escrita em porcentagem.

Para facilitar, podemos construir:

TABELAS

Torcedores	Frequência absoluta	Frequência relativa
Flamenguistas	40 000	50%
Corintianos	20 000	25%
Atleticanos	12 000	15%
Gremistas	8 000	10%
Total	80 000	100%

GRÁFICOS

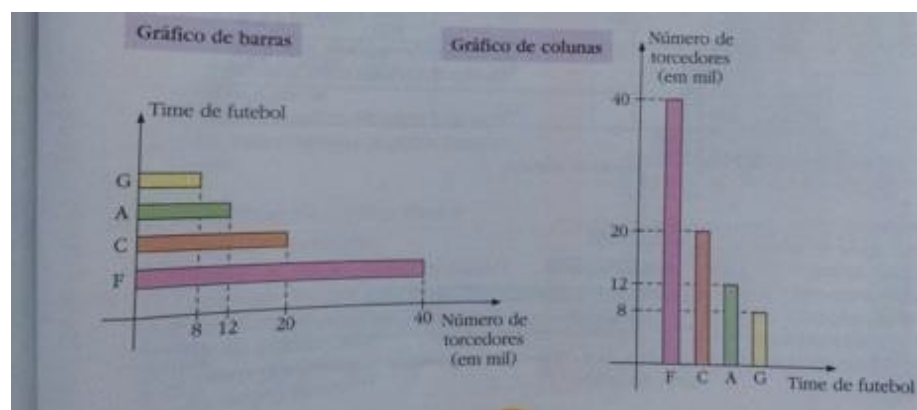
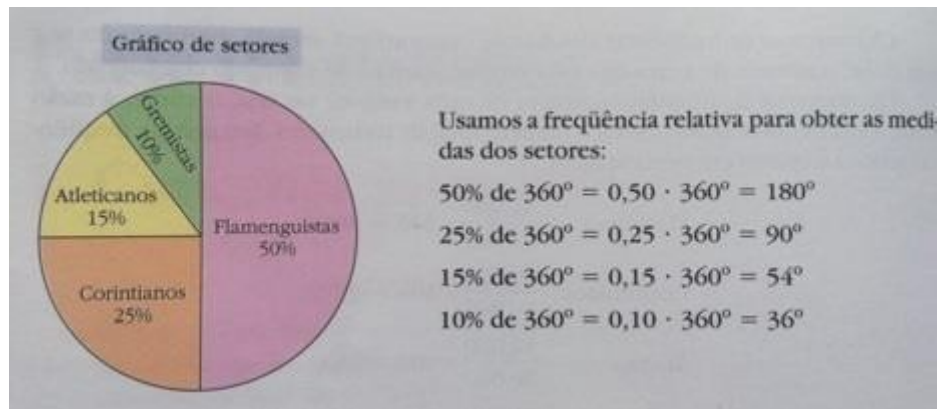


GRÁFICO DE SETORES



MATEMÁTICA

BÁSICA

Análise de Tabelas

As tabelas são usadas para estruturar informações ou dados. Assim como os gráficos, elas facilitam o entendimento, através de linhas e colunas que separam as informações e cabe a você relacioná-las.

É importante conhecer alguns elementos desse tipo de representação, pois será fundamental para que a análise seja bem sucedida.

Título – indica o assunto e também tem a função de chamar a atenção do leitor.

Subtítulo – detalha o tema da tabela e contextualiza a situação.

Cabeçalho – corresponde ao título dos conteúdos das colunas e linhas.

Corpo – os dados da tabela.

Fonte – possui a mesma função que nos gráficos e que usualmente aparece no rodapé da tabela.

Tabela simples

Usada para apresentar a relação entre uma informação e outra (como produto e preço). É formada por duas colunas e deve ser lida horizontalmente.

PRODUTO	PREÇO
Chocolate em barra	R\$ 0,50
Maçã	R\$ 1,00
Banana	R\$ 0,70
Biscoito	R\$ 3,00
Pão com queijo	R\$ 1,50
Pão com geleia	R\$ 1,20
Granola	R\$ 2,50
Suco de laranja	R\$ 1,75

Tabela dupla entrada

Útil para mostrar dois ou mais tipos de dado sobre um item. Deve ser lida na vertical e na horizontal simultaneamente para que as linhas e as colunas sejam relacionadas.

Tabela 1

Municípios com maior Produto Interno Bruto (PIB) no
Rio Grande do Sul — 2014

POSIÇÃO DOS MUNICÍ- PIOS	PIB (R\$ 1.000)	PARTICIPAÇÃO % NO RS
1 Porto Alegre	63.990.644	17,9
2 Caxias do Sul	22.376.338	6,3
3 Gravataí	10.863.524	3,0
4 Canoas	9.995.408	2,8
5 Santa Cruz do Sul	7.984.043	2,2
6 Novo Hamburgo	7.805.986	2,2
7 Passo Fundo	7.382.564	2,1
8 Rio Grande	7.357.681	2,1
9 São Leopoldo	6.745.959	1,9
10 Pelotas	6.657.759	1,9

FONTE: IBGE.
FEE.

Por exemplo, veja essa Tabela que foi retirada de uma questão da prova do Enem de 2009:

Investimentos Bilaterais (em milhões de dólares)		
Ano	Brasil na França	França no Brasil
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1.458
2006	539	744
2007	280	1.214

Disponível em: www.cartacapital.com.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

A Tabela relaciona os investimentos, em milhões de dólares, feitos pelo Brasil na França e pela França no Brasil desde o ano de 2003 até o ano de 2007.

Com esses dados, podemos tirar várias conclusões, como por exemplo:

– 2007 foi o ano que o Brasil menos investiu na França, totalizando 280 milhões de dólares.

– 2005 foi o ano que a França mais investiu no Brasil, totalizando 1458 milhões de dólares.

→ De 2003 até 2007 o Brasil nunca investiu mais na França do que a França no Brasil.

Em suma, três exemplos de conclusões que poderíamos tirar em relação aos dados das linhas e das colunas dessa Tabela.

MATEMÁTICA

ESTATÍSTICA

Tipos de Gráficos na Estatística

O gráfico estatístico e as tabelas são recursos de fundamental importância para a ciência e pessoas em geral, facilitam a visualização de dados e permitem uma compreensão mais rápida da informação.

GRÁFICO CARTESIANO

A partir de uma tabela, ou de uma expressão, podemos construir um gráfico cartesiano. O gráfico nos mostra a variação de uma grandeza em função de outra, permitindo uma análise profunda da situação, por meio de uma mensagem imediata.

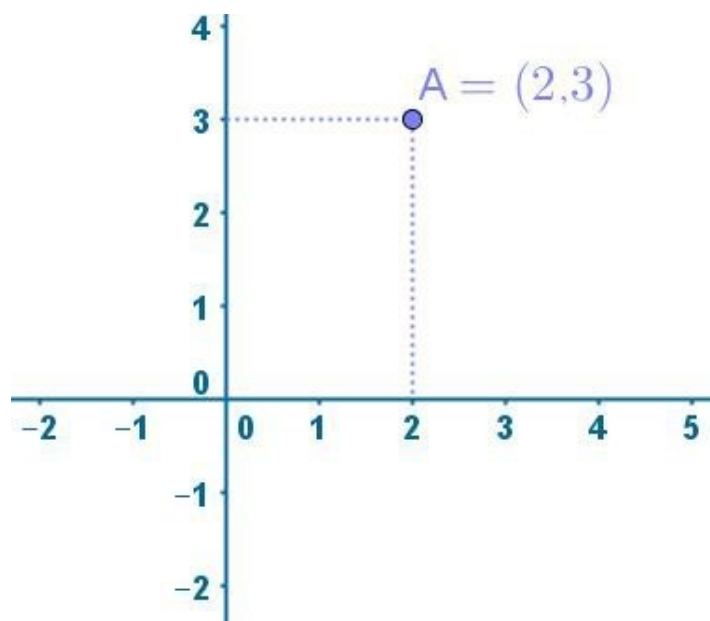


GRÁFICO DE COLUNAS OU BARRAS

São representados por retângulos de base comum e altura proporcional aos dados em questão

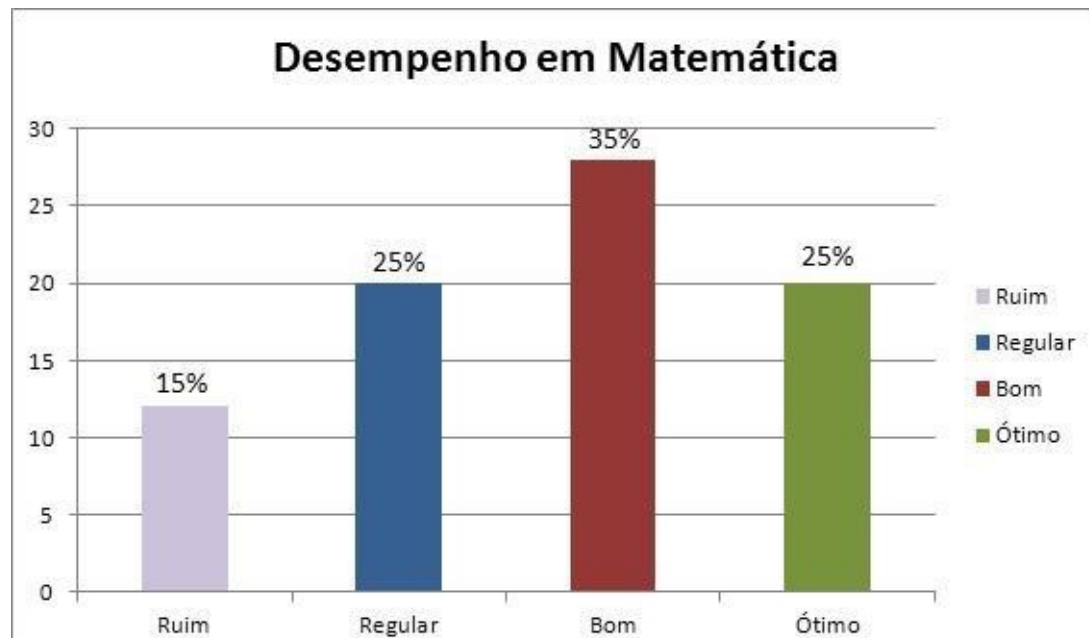
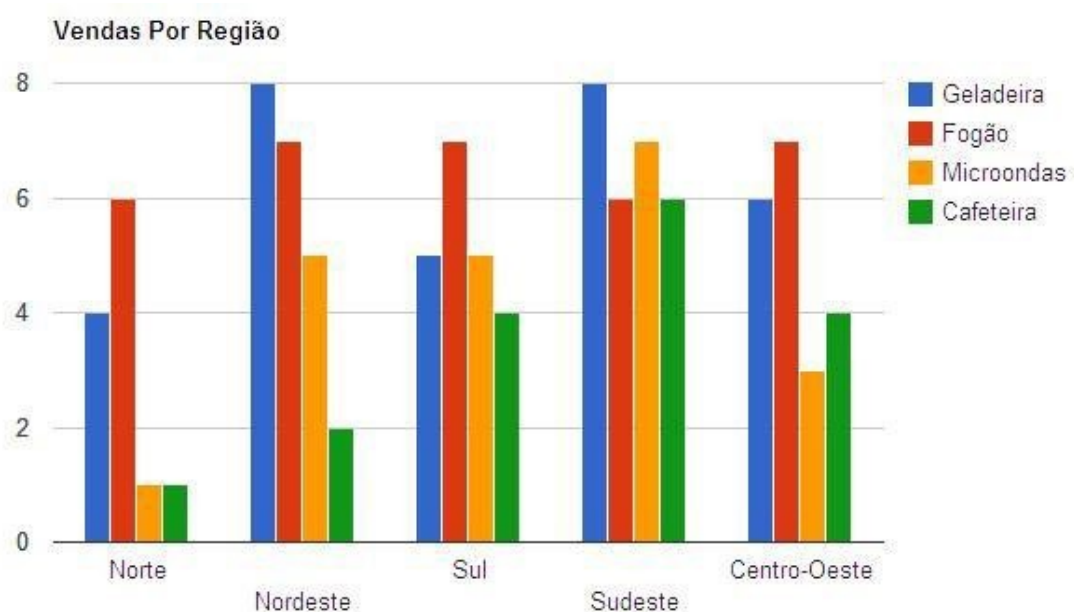


GRÁFICO DE COLUNAS OU BARRAS MÚLTIPLAS

São representações de dois ou mais fenômenos, utilizando as colunas ou barras múltiplas num mesmo gráfico.



PICTOGRAMA

São gráficos representados por figuras que simbolizam fatos estatísticos. Apresentam características atrativas e, por isso, facilitam a comunicação, o que faz com que sejam largamente utilizados pela publicidade.



GRÁFICO DE SETORES

São representações por meio de setores em um círculo, onde o total de dados corresponde ao círculo e os setores, a cada uma das partes em que o círculo será dividido, mantendo-se uma proporcionalidade entre a área do setor e os dados.

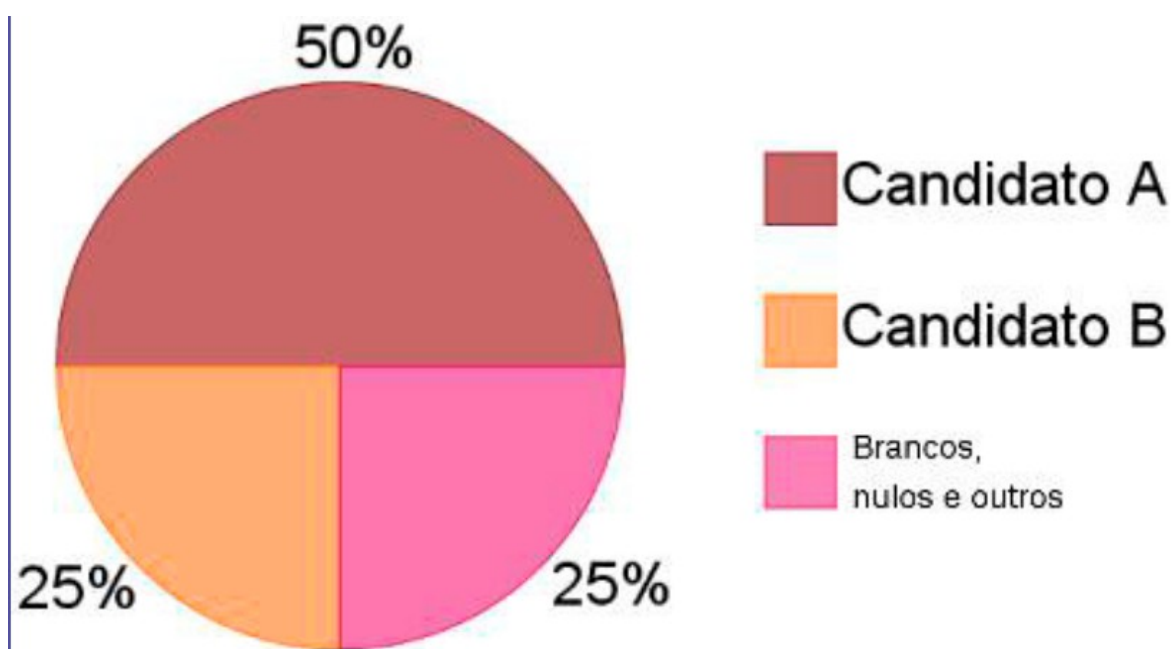
Usamos a frequência relativa para obter as medidas dos setores:

$$50\% \text{ de } 360^\circ = 0,50 * 360^\circ = 180^\circ$$

$$25\% \text{ de } 360^\circ = 0,25 * 360^\circ = 90^\circ$$

$$15\% \text{ de } 360^\circ = 0,15 * 360^\circ = 54^\circ$$

$$10\% \text{ de } 360^\circ = 0,10 * 360^\circ = 36^\circ$$



MATEMÁTICA

BÁSICA

Análise Gráfica e Interpretação

GRÁFICOS

A análise de gráficos é importante para responder questões de diferentes disciplinas. Para facilitar a interpretação dos gráficos, estudaremos as diferentes possibilidades de formato. Esse conteúdo é muito intuitivo, então daremos maior ênfase aos exercícios, buscando apresentar a melhor forma de solucionar as questões. Lembrem-se: cada vez mais as provas do vestibular e do Enem cobram esse assunto tão importante.

Tipos de Gráficos

Os gráficos podem ser de muitos tipos. Os mais comuns são os de Linha, Coluna, Barra e Pizza. Abaixo seguem alguns exemplos desses modelos:

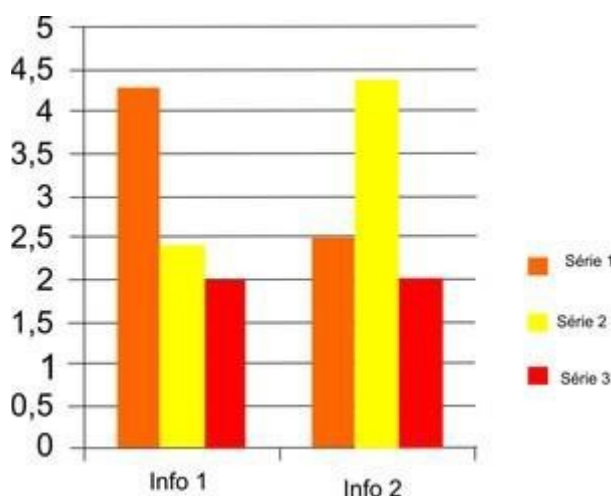


Gráfico coluna (Foto: Colégio Qi)

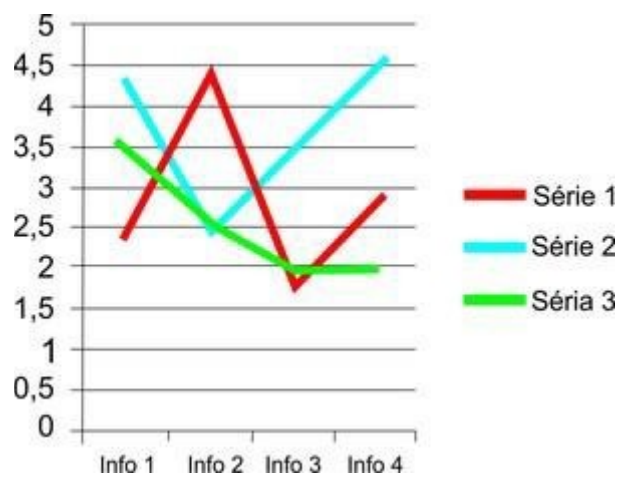


Gráfico linha (Foto: Colégio Qi)

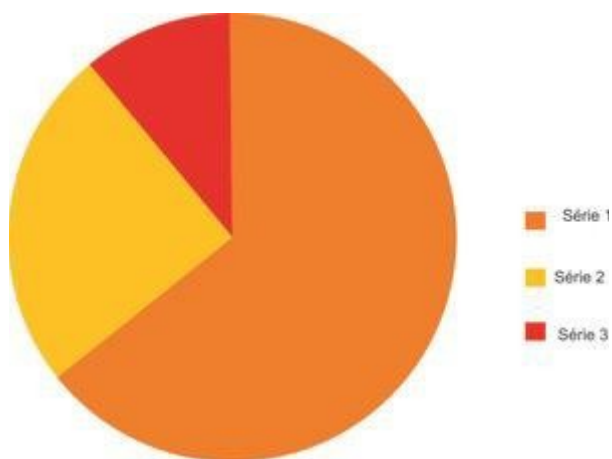


Gráfico pizza (Foto: Colégio Qi)

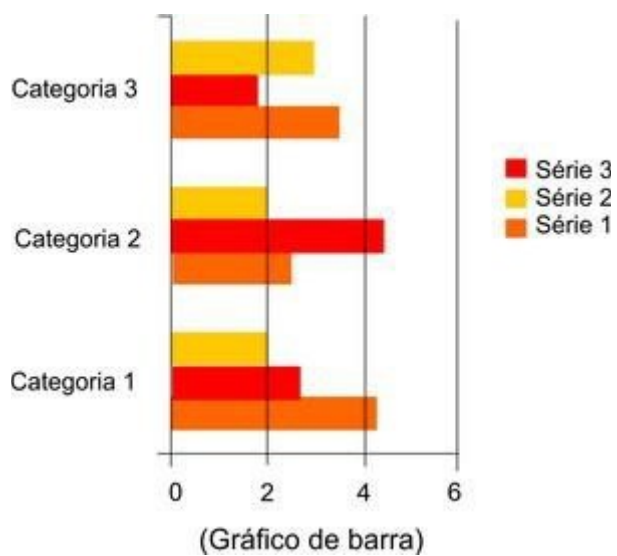
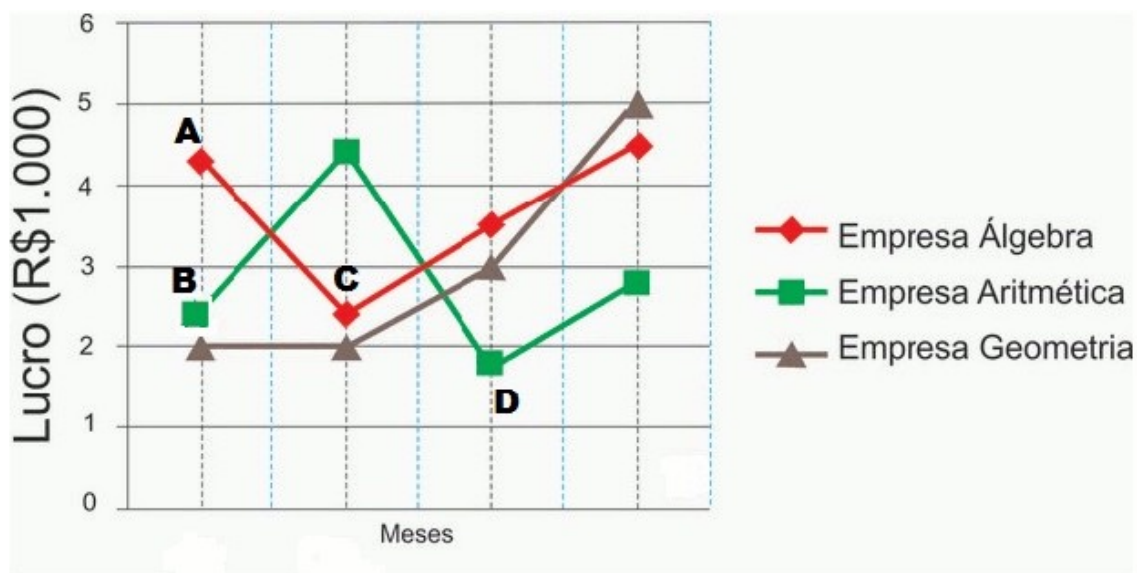


Gráfico barra (Foto: Colégio Qi)

INTERPRETAÇÃO DOS GRÁFICOS

O gráfico abaixo mostra o lucro de três empresas: A, B e C. Vamos pensar e entender um pouco mais sobre o que ele está nos dizendo.



Exemplo de uso de um gráfico (Foto: Colégio Qi)

Primeiro, temos que nos orientar. Então, chamaremos a reta representada pelo lucro de cada empresa de "eixo vertical". O eixo vertical mede a altura dos pontos. Portanto, quanto mais alto o ponto, maior será o lucro. E, por sua vez, a reta que representa os meses de *eixo horizontal*. O eixo horizontal mede a largura do ponto. Assim, quanto mais largo – ou quanto mais à direita do eixo vertical – o tempo será maior.

Repare, agora, somente nos pontos A e B. Esses estão na mesma reta vertical, o quer dizer que eles têm a mesma largura. Portanto, correspondem ao mesmo mês. E, ainda, o ponto A está um pouco mais acima que o B. O que isso significa? A Empresa Álgebra possui mais lucro que a Empresa Aritmética, visto que a altura do ponto A é maior.

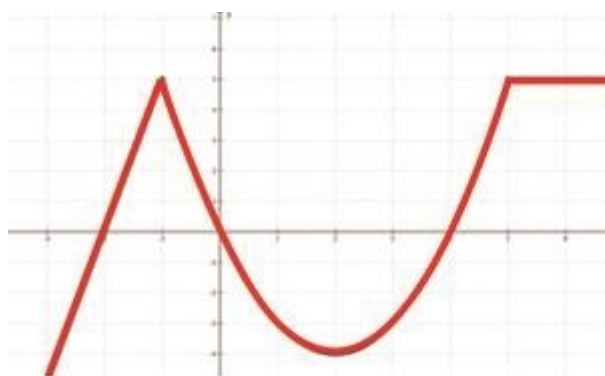
Olhemos para os pontos B e C. Nesse caso, ambos possuem a mesma altura, mas larguras diferentes. Então, no mês de Abril a Empresa Aritmética possui um lucro de aproximadamente R\$2.500, o mesmo lucro da empresa Álgebra, porém no mês de maio.

Por fim, o ponto D: ele representa o lucro da empresa Aritmética no mês de junho. O menor lucro entre as três aqui mostradas. Basta ver que o ponto D está mais abaixo que os outros.

Em resumo: é muito importante saber o que cada eixo representa. Se o eixo vertical representasse o índice de chuva em uma determinada região, então quanto mais alto o gráfico, mais chuva. Ou, em um outro exemplo: se o eixo horizontal tivesse determinado pela pressão de um gás, então quanto menor a largura, menor será sua pressão.

CRESCENTE, DECRESCENTE, CONSTANTE E RAÍZES

A ideia aqui é localizar se o gráfico cresce, diminui ou até mesmo onde ele permanece constante. Um importante lembrete: o eixo horizontal cresce no mesmo sentido em que lemos um texto, da esquerda para direita. Por sua vez, o eixo vertical cresce de baixo para cima.



Análise gráfica (Foto: Colégio Qi)

Olhando para o gráfico ao lado, conseguimos reparar que ele possui as três características. Lendo da esquerda para direita no eixo horizontal:

Crescente: o gráfico cresce no intervalo antes do -1 ou do 2 até o 5. Ou seja, $(-\infty; -1)$ ou $(2; 5)$

Decrescente: o gráfico diminui no intervalo depois do -1 até o 2. Ou seja, $(-1; 2)$

Constante: o gráfico permanece com seu valor no intervalo depois do 5. $(5; \infty)$

E, por fim, as raízes são onde o gráfico passa pelo eixo horizontal. Com isso, no exemplo acima, as raízes são -2, 0 e 4

MATEMÁTICA

ESTATÍSTICA

Média Aritmética

Exemplo:

Participando da primeira eliminatória numa competição de natação, há um grupo de crianças com idades representadas pelos seguintes valores: 6, 10, 7, 9, 8, 7, 9, 6, 10.

A média aritmética dos valores das idades das crianças é determinada entre a soma dos valores das idades e o número total de crianças.

No caso:

$6 + 10 + 7 + 9 + 8 + 7 + 9 + 6 + 10$ dividido pelo total de números existentes. Quantos números existem? 9 números.

Logo, a média aritmética será a soma desses números (72) dividido pelo total de números existentes (9) que é igual a 8.

O número 8 é a média aritmética dos números 6, 10, 7, 9, 8, 7, 9, 6, 10.

MATEMÁTICA

ESTATÍSTICA

Moda

Participando da segunda eliminatória da competição de natação há um grupo de crianças com idades representadas pelos seguintes valores:

6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 9

Notemos que o número que mais aparece é o número 7.

A moda é um valor que apresenta maior frequência, ou seja, que se repete o maior número de vezes.

Também há a possibilidade da moda ser representada por mais de um valor. Veja:

6, 6, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 9

Nesse caso, as modas são 7 e 9.

ESTADÍSTICA

Mediana

Retomando o exemplo usado no material de Média Aritmética, vamos colocar as idades representadas pelos seguintes valores em ordem:

Mediana

Retomando o exemplo anterior, vamos colocar as idades representadas nesses valores em ordem:

decrescente	$\underbrace{6, 6, 7, 7}_{4 \text{ valores}}$	8, valor central	$\underbrace{9, 9, 10, 10}_{4 \text{ valores}}$ ou
crescente	$\underbrace{10, 10, 9, 9}_{4 \text{ valores}}$	8,	$\underbrace{7, 7, 6, 6}_{4 \text{ valores}}$

Observe que o número 8 ocupa a posição central entre os valores obtidos, sendo chamado de mediana.

Percebe que, nesse exemplo, foram coletados nove dados, ou seja, um número ímpar de informações. Caso o número dessas informações seja par, a mediana desses valores será a média aritmética dos dois valores centrais. Observe os valores no exemplo seguinte:

[illegible]

MATEMÁTICA

ESTATÍSTICA

Desvio Padrão

O desvio padrão é uma medida que expressa o grau de dispersão de um conjunto de dados. Ou seja, o desvio padrão indica o quanto um conjunto de dados é uniforme. Quanto mais próximo de 0 for o desvio padrão, mais homogêneo são os dados.

Como calcular o desvio padrão

O desvio padrão (DP) é calculado usando-se a seguinte fórmula:

$$DP = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M_A)^2}{n}}$$

Sendo,

Σ : símbolo de somatório. Indica que temos que somar todos os termos, desde a primeira posição ($i=1$) até a posição n

x_i : valor na posição i no conjunto de dados

M_A : média aritmética dos dados

n : quantidade de dados

Exemplo

Em uma equipe de remo os atletas possuem as seguintes alturas: 1,55 m ; 1,70 m e 1,80 m. Qual é o valor da média e do desvio padrão da altura desta equipe?

Cálculo da média, sendo $n = 3$

$$M_A = \frac{1,55 + 1,70 + 1,80}{3} = 1,68$$

Cálculo do desvio padrão

$$DP = \sqrt{\frac{(1,55-1,68)^2 + (1,70-1,68)^2 + (1,80-1,68)^2}{3}}$$

$$DP = \sqrt{\frac{(0,13)^2 + (0,02)^2 + (0,12)^2}{3}} = \sqrt{\frac{0,0317}{3}}$$

$$DP = \sqrt{0,0105} = 0,1027$$

Variância e Desvio Padrão

Variância é uma medida de dispersão e é usada também para expressar o quanto um conjunto de dados se desvia da média.

O desvio padrão (DP) é definido como a raiz quadrada da variância (V).

A vantagem de usar o desvio padrão ao invés da variância é que o desvio padrão é expresso na mesma unidade dos dados, o que facilita a comparação.

Fórmula da variância

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M_A)^2}{n}$$