

MATEMÁTICA

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Princípio Fundamental da Contagem

A análise combinatória é utilizada para resolver problemas de contagem. Utilizando os processos combinatórios é possível determinar o número de combinações, arranjos e permutações possíveis. Para cada uma destas aplicações, alguns critérios devem ser respeitados. Iremos agora conduzir você a entender o Diagrama da Árvore. Quando conseguir assimilar esta estrutura será fácil entender o **Princípio Fundamental da Contagem**, que define - se como sendo:

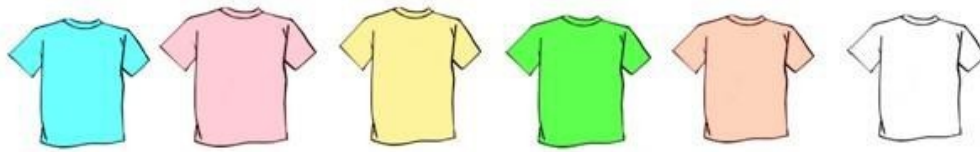
Em notação matemática isso seria o mesmo que considerarmos, que determinada atividade pode ser realizada em duas etapas, ou seja, de m e n maneiras distintas, o total de possibilidades será dado pelo produto de m por n ($m \times n$). Iremos agora resolver um problema utilizando

o **Diagrama da Árvore** para que possamos entender o Princípio Fundamental da Contagem:

Problema: Jeniffer irá participar da promoção de uma loja de roupas que está dando um vale compras no valor de R\$ 1000,00 reais. Ganhará o desafio o primeiro participante que conseguir fazer o maior número de combinações com o kit de roupa cedido pela loja. No kit temos: seis camisetas, quatro saias e dois pares de sapato do tipo salto alto. De quantas maneiras distintas Jeniffer poderá combinar todo o vestuário que está no quite de roupa?

Peças que compõem o kit de roupa

Camisetas



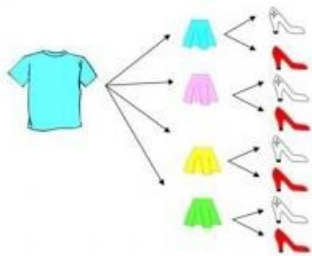
Saias



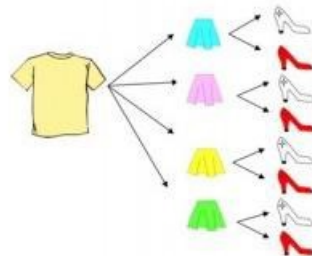
Sapatos



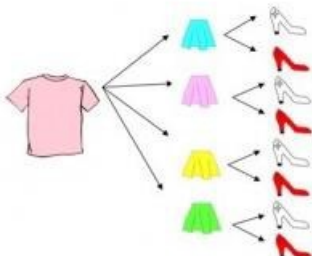
Utilizando o Diagrama da Árvore vamos descobrir a quantidade de combinações possíveis.



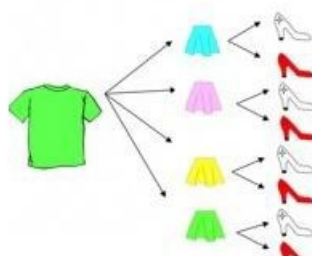
8 combinações possíveis.



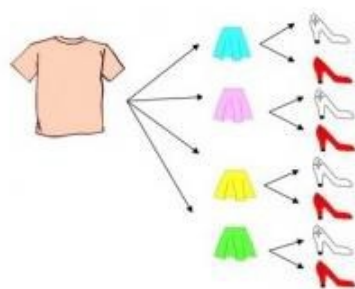
8 combinações possíveis.



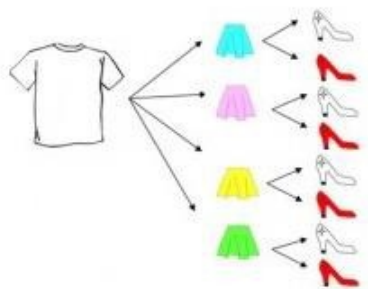
8 combinações possíveis.



8 combinações possíveis.



8 combinações possíveis.



8 combinações possíveis.

Ao realizar a contagem iremos constatar a quantidade referente à 48 combinações possíveis.

A outra forma que temos para resolver este problema é utilizando o **Princípio Fundamental da Contagem**.

Total de camisetas **X** Total de Saias **X** Total Sapatos = Total de combinações possíveis

$$6 \times 4 \times 2 = 48$$

Observe que ao utilizarmos o Princípio Fundamental da Contagem, também foi possível determinar o número de combinações do Kit roupa, este número corresponde ao que foi encontrado quando utilizamos o Diagrama da árvore.

MATEMÁTICA

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Arranjos

Arranjos são agrupamentos formados com p elementos de um conjunto de n elementos.

Arranjos são como **permutações**, trocas de posição entre os elementos. Mas no caso dos arranjos, são escolhidos p elementos para ocupar as posições ordenadas. Os arranjos são um caso particular de permutações, já que $p \leq n$.

Por exemplo: os números de três algarismos formados pelos elementos (1, 2, 3 e 4) são: 123, 132, 421, 423, 342, e assim por diante. Cada um desses números é um arranjo diferente dos elementos (1, 2, 3 e 4).

Assim, os arranjos são os agrupamentos nos quais **a ordem de seus elementos faz diferença**. Ou seja, mesmo que os elementos de dois arranjos sejam os mesmos, esses arranjos podem ser diferentes.

Os arranjos podem ser de dois tipos: **simples ou com repetição**. Além desses, também há um caso em que podem ser impostas restrições aos arranjos, o **arranjo condicional**.

Arranjo Simples

Dizemos que um arranjo é simples quando não ocorre a repetição de qualquer elemento do conjunto inicial. **Cada elemento pode ser usado apenas uma vez.**

Também é chamado de arranjo simples de n elementos tomados p a p .

Exemplos

Um cadeado possui 3 rodela numeradas de 0 a 9. Quantas combinações com 3 algarismos diferentes existem?

De 0 a 9, temos 10 possibilidades de algarismos para cada rodela. Mas não podemos repetir esses algarismos, logo é um arranjo simples.

Para a primeira rodela, temos 10 possíveis escolha. Para a segunda rodela, não podemos repetir o elemento usado na primeira, então temos 9 possíveis escolhas para a segunda. E para a terceira rodela, não podemos repetir o elemento da primeira nem da segunda, então temos 8 possíveis escolhas para a terceira.

Pelo princípio multiplicativo da combinatória:

$$A_{10}^3 = \underbrace{10}_1 \cdot \underbrace{9}_2 \cdot \underbrace{8}_3 = 720$$

É com essa lógica que chegamos na fórmula de arranjo simples:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Numa competição de programação, participam 10 programadores. A premiação é feita aos dois primeiros colocados. De quantas maneiras a premiação pode ocorrer?

Basta que usemos um arranjo simples de 10 pessoas tomadas 2 a 2, que representa o número de possibilidades de escolher duas pessoas distintas dentre as 10 para premiar, onde a ordem delas importa (um é o campeão e o outro o vice).

Substituindo os valores na fórmula acima, temos que o total de possibilidades é de 90.

$$A_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{8!} = 90$$

Seja $W = \{A, B, C\}$. Quantas são as possibilidades de arranjos de 2 elementos?

Neste caso, podemos notar que $n=3$ e $p=2$, portanto, basta substituir na fórmula.

Realizando as contas, temos que o número de arranjos é 3. São eles: AB, AC, BC.

Arranjo com repetição

Neste tipo de arranjo, aceitam-se **elementos repetidos**. É possível repetir os elementos múltiplas vezes.

Assim como na permutação com repetição, cada posição pode ser preenchida com qualquer um dos n elementos. Logo, pelo princípio multiplicativo, encontramos a fórmula:

$$A_{R_{n,p}} = n^p$$

Exemplo

Numa loja, os códigos de produtos são formados por quatro letras das 20 primeiras letras do alfabeto. Quantas formações de códigos de produtos são possíveis?

Note que, nesses códigos, não importa se as letras se repetem. Portanto, para cada letra integrante temos 20 possibilidades.

Pelo **Princípio Fundamental da Contagem**, basta que se multipliquem as possibilidades, totalizando 204 códigos.

$$20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 = 204$$

Usando a fórmula, com $n=20$ e $p=4$, encontramos o mesmo resultado de antes.

Seja $W = \{A, B, C\}$. Quantas são as possibilidades de arranjos de 2 elementos com repetição?

Neste caso, podemos notar que, da mesma maneira $n=3$ e $p=2$, portanto, basta substituir na fórmula de arranjo com repetição.

Realizando as contas, temos que o número de arranjos é 9. São eles: AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC.

Arranjo condicional

Considere o seguinte problema:

Quantos arranjos com quatro elementos do conjunto $\{L, M, N, O, P, Q\}$ começam com duas letras escolhidas no subconjunto $\{O, P, Q\}$?

Neste caso, as duas primeiras letras têm uma condição especial, por isso, vamos separar a questão em duas partes: selecionar as duas primeiras letras e selecionar as duas últimas.

A escolha das duas primeiras letras é um arranjo das letras $\{O, P, Q\}$ com 2 elementos. Logo, é um arranjo de 3 elementos 2 a 2.

Enquanto escolha das duas últimas letras é um arranjo das letras $\{L, M, N, O, P, Q\}$ tirando as duas que já foram escolhidas. Logo, é um arranjo de 4 elementos 2 a 2.

Pelo princípio multiplicativo, a resposta é a multiplicação dos dois arranjos.

$$A_{3,2} \cdot A_{4,2} = 6 \cdot 12 = 72$$

Fórmulas

$$\text{Arranjo simples: } A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$\text{Arranjo com rep.: } A_{R_{n,p}} = n^p$$

MATEMÁTICA

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Permutação simples

Podemos considerar a **permutação simples** como um caso particular de arranjo, onde os elementos formarão agrupamentos que se diferenciarão somente pela ordem. As permutações simples dos elementos P, Q e R são: PQR, PRQ, QPR, QRP, RPQ, RQP. Para determinarmos o número de agrupamentos de uma permutação simples utilizamos a seguinte expressão $P = n!$.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Por exemplo

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Exemplo 1

Quantos anagramas podemos formar com a palavra GATO?

Resolução:

Podemos variar as letras de lugar e formar vários anagramas, formulando um caso de permutação simples.

$$P = 4! = 24$$

GATO GAOT GOAT GOTA GTAO GTOA
AGTO AGOT AOGT AOTG ATGO ATOG
TAGO TAOG TOAG TOGA TGAO TGOA
OGTA OGAT OATG OAGT OTAG OTGA

Exemplo 2

De quantas maneiras distintas podemos organizar as modelos Ana, Carla, Maria, Paula e Silvia para a produção de um álbum de fotografias promocionais

Resolução:

Note que o princípio a ser utilizado na organização das modelos será o da permutação simples, pois formaremos agrupamentos que se diferenciarão somente pela ordem dos elementos.

$$P = n!$$

$$P = 5!$$

$$P = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Portanto, o número de posições possíveis é 120.

Exemplo 3

De quantas maneiras distintas podemos colocar em fila indiana seis homens e seis mulheres:

em qualquer ordem

Resolução:

Podemos organizar as 12 pessoas de forma distinta, portanto utilizamos

$$12! = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 479.001.600 \text{ possibilidades}$$

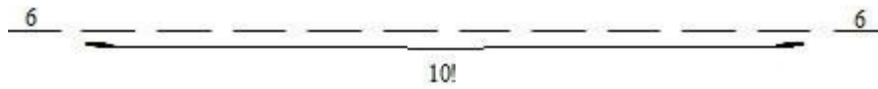
iniciando com homem e terminando com mulher

Resolução:

Ao iniciarmos o agrupamento com homem e terminarmos com mulher teremos:

Seis homens aleatoriamente na primeira posição.

Seis mulheres aleatoriamente na última posição.



$$P = (6*6) * 10!$$

$$P = 36*10!$$

$$P = 130.636.800 \text{ possibilidades}$$

MATEMÁTICA

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Permutação circular

Na matemática, **permutação circular** é um tipo de permutação composta por um ou mais conjuntos em ordem cíclica. Ocorre quando temos grupos com m elementos distintos formando uma circunferência.

É definida pela fórmula:

Exemplo 1: Seja um conjunto com 4 pessoas. De quantos modos distintos estas pessoas poderão sentar-se junto a uma mesa circular para realizar o jantar sem que haja repetição das posições?

$$P(4) = (4-1)! = 3! = 6$$

Exemplo 2: Seja um conjunto com 10 cientistas. De quantos modos distintos estes cientistas podem sentar-se junto a uma mesa circular para realizar uma experiência sem que haja repetição das posições?

$$P(10) = (10-1)! = 9! = 362880$$

Exemplo 3: 5 crianças desejam brincar de roda. De quantos modos distintos estas crianças podem formar a roda sem que haja repetição?

$$P(5) = (5-1)! = 4! = 24$$

MATEMÁTICA

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Permutação com Elementos Repetidos

Entendemos por permutações uma sequência ordenada, construída por elementos disponíveis. O número de permutações de n elementos é dado pelo fatorial de n , isto é, basta calcularmos o fatorial do número de elementos do conjunto fornecido. Para o melhor entendimento vamos considerar os anagramas da palavra LUA. Lembrando que anagrama de uma palavra corresponde à permutação das letras de uma palavra, formando ou não outra palavra. Observe:

Anagramas da palavra LUA		
LUA	ULA	UAL
ALU	AUL	ALU

No caso da palavra LUA, não existe repetição de letras, então podemos determinar os anagramas através da seguinte expressão matemática: $P_n = n!$

$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

A palavra LUA possui 6 anagramas.

Permutação envolvendo um elemento repetido

Determinar os anagramas da palavra MORANGO.

Os anagramas serão formados a partir de uma sequência de 7 letras, das quais duas são iguais a O. Dessa forma temos:

$${}^2P_n = \frac{7!}{2!} = \frac{7*6*5*4*3*2*1}{2*1} = \frac{5040}{2} = 2520$$

Permutação envolvendo dois elementos diferentes repetidos

Determine os anagramas da palavra MARROCOS.

Os anagramas serão formados a partir da sequência de 8 letras, das quais duas são iguais a R e duas iguais a O. Temos que:

$${}^{2,2}P_n = \frac{8!}{2!2!} = \frac{8*7*6*5*4*3*2*1}{4} = \frac{40320}{4} = 10080$$

Outras situações envolvendo elementos repetidos

Anagramas da palavra MATEMÁTICA.

Nesse caso temos 10 letras, onde ocorrem as seguintes repetições: duas letras M, três letras A e duas letras T. Então:

$${}^{2,2,3}P_n = \frac{10!}{2!2!3!} = \frac{10*9*8*7*6*5*4*3*2*1}{24} = 151200$$

MATEMÁTICA

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Combinação Simples

Combinação simples é um tipo de agrupamento no estudo sobre análise combinatória. Os agrupamentos formados com os elementos de um conjunto serão considerados combinações simples se os elementos dos agrupamentos diferenciarem apenas pela sua natureza.

Se considerarmos o conjunto $B = \{A, B, C, D\}$ formados por 4 pontos não colineares (que não pertence a mesma reta), qual a quantidade de triângulos que podemos formar?

Esse é um problema de análise combinatória, pois iremos formar agrupamentos. Nesse caso o agrupamento é formar triângulos utilizando 4 pontos não colineares. Se destacarmos dois agrupamentos formados teremos: ABC e BCA, esses são triângulos formados com os mesmos pontos, mas em ordens diferentes que torna os triângulos iguais.

Portanto, os agrupamentos formados nesse exercício são combinações.

As combinações simples podem ser consideradas um tipo particular de arranjo simples, pois os agrupamentos formados nos arranjos são diferenciados pela ordem e pela natureza dos seus elementos. A combinação simples são esses arranjos diferenciados apenas pela natureza de seus elementos.

Considerando o exemplo acima veja todas as possibilidades de triângulos formados com os quatro pontos não colineares:

ABC, BAC, CAB, DAB
 ABD, BAD, CAD, DAC
 ACB, BCA, CBA, DBA
 ACD, BCD, CBD, DBC
 ADB, BDA, CDA, DCA
 ADC, BDC, CDB, DCB

Percebemos que há vários agrupamentos que se diferem pela ordem de seus elementos, esses representam o mesmo triângulo, por isso que consideramos esse exercício como sendo uma combinação simples, assim a quantidade de combinações simples que os 4 pontos não colineares (A,B,C,D), tomados 3 a 3 irão formar será 4, pois os seus agrupamentos se diferem pela natureza de seus elementos e não pela ordem.

Para encontrar essa quantidade de agrupamentos formados em uma combinação simples utilizamos a seguinte fórmula:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! (n - p)!}$$

n é a quantidade de elementos de um conjunto

p é um número natural menor ou igual a n, que representa a quantidade de elementos que irão formar os agrupamentos.

Substituindo os dados acima na fórmula teremos:

$$n = 4$$

$$p = 3$$

$$C_{4,3} = \frac{4!}{3! (4-3)!}$$

$$C_{4,3} = 4 \cdot 3!$$

$$3! \cdot 1$$

$$C_{4,3} = 4$$

MATEMÁTICA

ANÁLISE COMBINATÓRIA

entende por combinações com repetição?

Considere um conjunto de n elementos diferentes.

Denominamos de combinações com repetição de n elementos diferentes p a p é todo agrupamento formado por p elementos iguais ou diferentes escolhidos entre os n elementos dados de modo que a **ordem dos elementos não modifique a combinação**.

Como é representado o número de combinações com repetição de n elementos p a p ?

O número de arranjos com repetição de n elementos p a p é representado por $C_{rep(n,p)}$.

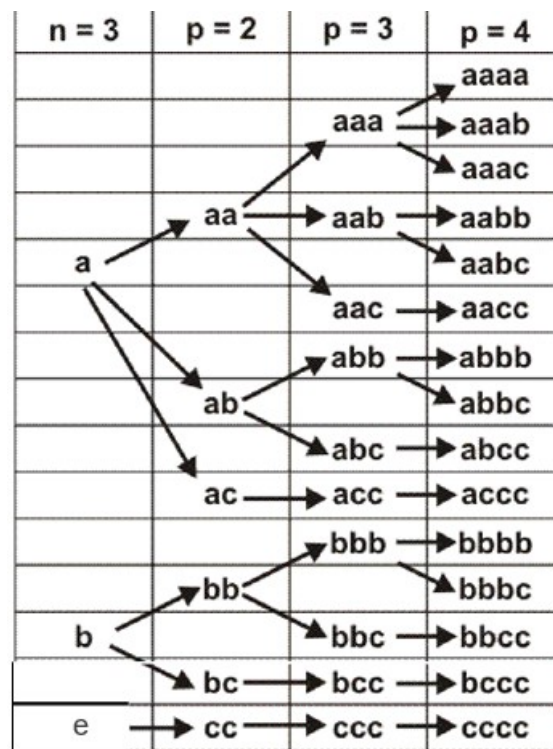
O que é classe ou ordem de combinações com repetição?

Quando consideramos $C_{rep(n,p)}$ denominamos de ordem de combinações com repetição o número p de elementos em cada grupo.

É importante observar que a ordem p poderá ser menor, igual ou maior do que n

Como se calcula o número de combinações com repetição?

Exemplificando vamos considerar um conjunto de 3 elementos a , b e c . Vamos formar as combinações com repetição dos 3 elementos em grupos de 2 elementos, de 3 elementos e de 4 elementos para procurar uma lei de formação.



e	6	10	15
número de grupos	C4,2	Cs,1	Cs,4
	C3+2-1,2	C3+3-1,3	

Generalizando Q $C_{rep(n,p)} = C_{n+p-1,p}$

MATEMÁTICA

PROBABILIDADE

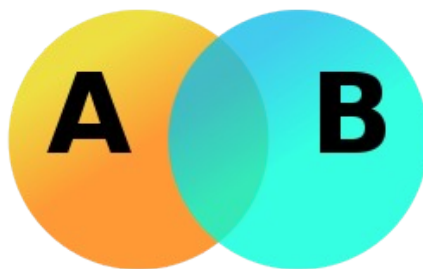
Princípio da Inclusão-exclusão

O **Princípio da Inclusão-Exclusão** (PIE) é uma generalização de um dos princípios básicos de contagem, o princípio aditivo. Este princípio está interessado na obtenção de uma fórmula para contar o número de elementos que pertencem a união de vários conjuntos não necessariamente excludentes ou disjuntos.

O princípio funciona basicamente somando-se e subtraindo-se correções à uma estimativa até que se chegue no valor desejado.

Na sua forma mais simples calcula a cardinalidade da união de dois conjuntos A e B , no qual a intersecção entre A e B dá-se um conjunto vazio.

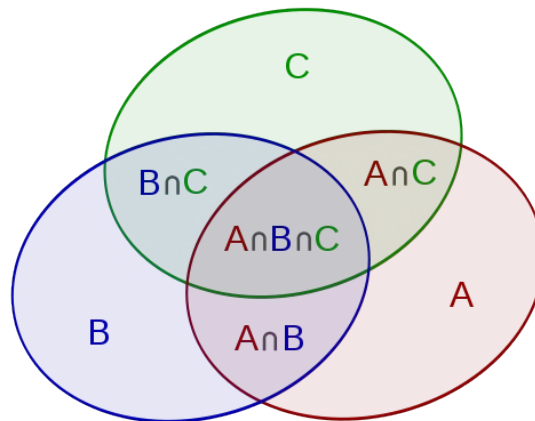
Para dois conjuntos



Ao somar as cardinalidades de A e B temos um número maior que a cardinalidade da união, já que estamos somando a intersecção duas vezes, sendo assim necessário subtrai-la para termos o resultado correto.

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

Para três conjuntos



Quando temos três conjuntos a cardinalidade da união deles não é expressa pela soma das cardinalidades dos três, já que isso incluiria suas intersecções duplas duas vezes, entretanto, subtrair a cardinalidades das intersecções duplas não é o bastante pois isso a intersecção dos três conjuntos, sendo então necessário somá-lo ao final.

$$\#(A \cup B \cup C) = \#(A) + \#(B) + \#(C) - \#(A \cap B) - \#(B \cap C) - \#(C \cap A) + \#(A \cap B \cap C)$$

Para múltiplos conjuntos

Esse resultado por ser generalizado para a união de n conjuntos:

$$\# \left(\bigcup_{j=1}^n A_j \right) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \left(\sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} \#(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k}) \right)$$

MATEMÁTICA

PROBABILIDADE

Introdução

A história da teoria das probabilidades teve início com os jogos de cartas, dados e de roleta. Esse é o motivo da grande existência de exemplos de jogos de azar no estudo da probabilidade. A teoria da probabilidade permite que se calcule a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório.

Experimento aleatório

É aquele experimento que, quando repetido em iguais condições, pode fornecer resultados diferentes, ou seja, são resultados explicados ao acaso. Quando se fala de tempo e possibilidades de ganho na loteria, a abordagem envolve cálculo de experimento aleatório.

Espaço amostral

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. A letra que representa o espaço amostral é S .

Exemplo:

Lançando uma moeda e um dado, simultaneamente, sendo S o espaço amostral, constituído pelos 12 elementos:

$$S = \{K1, K2, K3, K4, K5, K6, R1, R2, R3, R4, R5, R6\}$$

Escreva explicitamente os seguintes eventos:

$A = \{\text{caras e um número par aparece}\}$

$B = \{\text{um número primo aparece}\}$

$C = \{\text{coroas e um número ímpar aparecem}\}$

Idem, o evento em que:

- a) A ou B ocorrem;
- b) B e C ocorrem;
- c) Somente B ocorre.

1. Quais dos eventos A, B e C são mutuamente exclusivos?

Resolução:

Para obter A, escolhemos os elementos de S constituídos de um K e um número par: $A = \{K2, K4, K6\}$;

Para obter B, escolhemos os pontos de S constituídos de números primos: $B = \{K2, K3, K5, R2, R3, R5\}$;

Para obter C, escolhemos os pontos de S constituídos de um R e um número ímpar: $C = \{R1, R3, R5\}$.

1. (a) $A \cup B = \{K2, K4, K6, K3, K5, R2, R3, R5\}$

$$B \cap C = \{R3, R5\}$$

Escolhemos os elementos de B que não estão em A ou C: $B \cap A^c \cap C^c = \{K3, K5, R2\}$

$$B \cap A^c \cap C^c = \{K3, K5, R2\}$$

1. A e C são mutuamente exclusivos, porque $A \cap C = \emptyset$

Conceito de probabilidade

Se em um fenômeno aleatório as possibilidades são igualmente prováveis, então a probabilidade de ocorrer um evento A é:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

Por exemplo, no lançamento de um dado, um número par pode ocorrer de 3 maneiras diferentes dentre 6 igualmente prováveis, portanto, $P = 3/6 = 1/2 = 50\%$.

Dizemos que um espaço amostral S (finito) é equiprovável quando seus eventos elementares têm probabilidades iguais de ocorrência. Num espaço amostral equiprovável S (finito), a probabilidade de ocorrência de um evento A é sempre:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } S} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Propriedades importantes:

1. Se A e A' são eventos complementares, então:

$$P(A) + P(A') = 1$$

2. A probabilidade de um evento é sempre um número entre 0 (probabilidade de evento impossível) e 1 (probabilidade do evento certo).

$$0 \leq P(S) \leq 1$$

MATEMÁTICA

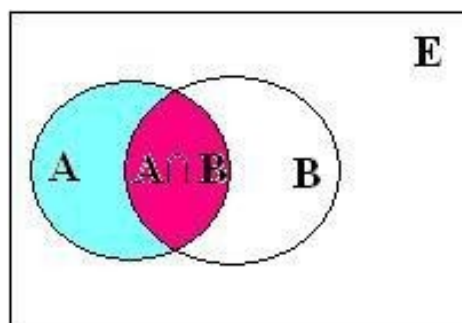
PROBABILIDADE

Probabilidade Condicional

Probabilidade condicional é um segundo evento de um espaço amostral que ocorre em um evento depois que já tenha ocorrido o primeiro.

Para melhor compreensão do que seja probabilidade condicional, considere um espaço amostral S finito não vazio e um evento A de S , se quisermos outro evento B desse espaço amostral S , essa nova probabilidade é indicada por $P(B | A)$ e dizemos que é a probabilidade condicional de B em relação a A .

Essa probabilidade condicional irá formar um novo espaço amostral, pois agora o espaço amostral será A e os elementos do evento B irão pertencer a $B \cap A$.



Para calcular a probabilidade $P(B | A)$ deve-se seguir o mesmo raciocínio

da fórmula $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

portanto:

$$P(B \mid A) = \frac{n(B \cap A)}{n(A)} \text{ ou } P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

E para calcular a probabilidade $P(B \cap A)$ basta multiplicar as probabilidades de A e B:

$$P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B)$$

MATEMÁTICA

PROBABILIDADE

Probabilidade e análise combinatória

A Probabilidade permite analisar ou calcular as chances de obter determinado resultado diante de um experimento aleatório. São exemplos as chances de um número sair em um lançamento de dados ou a possibilidade de ganhar na loteria.

A partir disso, a probabilidade é determinada pela razão entre o número de eventos possíveis e número de eventos favoráveis, sendo apresentada pela seguinte expressão:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Sendo:

P (A): probabilidade de ocorrer um evento A

n (A): número de resultados favoráveis

n (Ω): número total de resultados possíveis

Para encontrar o número de casos possíveis e favoráveis, muitas vezes precisamos recorrer as fórmulas estudadas em análise combinatória.

Exemplo

Qual a probabilidade de um apostador ganhar o prêmio máximo da mega-sena, fazendo uma aposta mínima, ou seja, apostar exatamente nos seis números sorteados?



Talão da mega-sena

Solução

Como vimos, a probabilidade é calculada pela razão entre os casos favoráveis e os casos possíveis. Nesta situação, temos apenas um caso favorável, ou seja, apostar exatamente nos seis números sorteados.

Já o número de casos possíveis é calculado levando em consideração que serão sorteados, ao acaso, 6 números, não importando a ordem, de um total de 60 números.

Para fazer esse cálculo, usaremos a fórmula de combinação, conforme indicado abaixo:

$$C_{60,6} = \frac{60!}{6!(60-6)!} = \frac{60.59.58.57.56.55.54!}{6!.54!} = \frac{36\,045\,979\,200}{720}$$

$$C_{60,6} = 50\,063\,860$$

Assim, existem **50 063 860** modos distintos de sair o resultado. A probabilidade de acertarmos então será calculada como:

$$P = \frac{1}{50\,063\,860} = 0,00000002 = 0,000002\%$$