

MATEMÁTICA

CONJUNTOS

Teoria dos Conjuntos

Pela Teoria dos Conjuntos, podemos elaborar e solucionar situações do tipo abaixo:

Numa pesquisa de futebol, foram entrevistados vários torcedores para saber às preferências em relação a três times de futebol. Flamengo, Corinthians e Cruzeiro. Os resultados da pesquisa foram os seguintes.

100 torcedores gostam do Flamengo

100 torcedores gostam do

Corinthians 140 torcedores gostam

do Cruzeiro 10 torcedores gostam

dos três times.

50 torcedores não gostam de nenhum time.

45 torcedores torcem para o Cruzeiro e Corinthians.

Agora, responda:

Quantos torcedores foram entrevistados?

No estudo dos conjuntos numéricos utilizaremos uma linguagem bem adequada para podermos entender como organizaríamos os dados acima e descobriríamos a resposta correta.

Para facilitar o entendimento na Teoria dos Conjuntos contamos com o auxílio dos símbolos lógicos.

Pertinência

Pertinência na Teoria dos Conjuntos é a leitura que fazemos das situações.

Então temos:

$a \in A$ = lê-se : a pertence a A

$a \notin B$ = lê-se : a não pertence a B

Compreendeu?

Exemplo:

Dado o conjunto $A = \{0,1,2,3,4,\dots\}$, temos: $3 \in A$ e $-3 \notin A$

Podemos notar no exemplo que o número [3] está contido no conjunto A. Entretanto, o número negativo [-3] não está dentro do conjunto. O conjunto A só contém 0 e números positivos.

Representação

Para representarmos o que contém dentro de um conjunto, existem basicamente duas formas de se fazer isso: por extenso, isto é, numerando elemento por elemento, como no exemplo acima OU abreviadamente, destacando uma propriedade comum aos seus elementos.

Exemplo:

Os elementos do conjunto A são os divisores positivos de 24. A representação das duas maneiras citadas acima são:

por extenso: $A = \{1,2,3,4,6,8,12,24\}$

abreviadamente: $A = \{x | x \text{ é divisor positivo de } 24\}$

No enunciado notamos que ele cita que somente os divisores de 24 estarão no conjunto. Logo, na forma extensa são alocados somente números divisores de 24. Já na forma abreviada, é dada uma "norma" que determina que ali seja somente divisores de 24. A diferença é simples e sutil.

Existe outra forma também utilizada para realizarmos a representação desses elementos: O Diagrama de Venn.

É a representação de um conjunto com o auxílio de uma linha fechada e não entrelaçada e seus pontos interiores.

Exemplo:

Seja o conjunto $A = \{1,2,3,4,6,8,12,24\}$

Observe que os elementos representados de forma extensa encontram-se agora dentro do círculo. Na parte esquerda, sobre a linha, é especificado o nome do conjunto, no caso, A.

Igualdade

Dois conjuntos são iguais quando possuem os mesmos elementos.

Ou seja

$A = B$ [lê-se: A é igual a B]

Exemplo: Dado os conjuntos $A = \{1,3,5\}$ e $B = \{x | x \text{ é ímpar, positivo, menor que } 7\}$, temos que:

$A = B$

Analisando o exemplo podemos notar um conjunto A simples. Entretanto, quando fazemos a comparação de igualdade que pede o conjunto B, podemos notar que os números do conjunto A são ímpares, positivos e menores que 7. Portanto, $A = B$.

Desigualdade

Dois conjuntos são diferentes quando existe PELO MENOS um elemento que pertence a um dos conjuntos e não pertence ao outro.

$A \neq B$ lê-se: A é diferente de B

Exemplo: Dado os conjuntos $A = \{9,11,13,..\}$ e $B = \{x | x \text{ é ímpar, positivo, igual a } 7\}$, temos que:

$A \neq B$

Podemos notar que quando realizamos a comparação, identificamos que não há nenhum número dentro do conjunto A que seja 7, portanto configura como desigualdade entre os conjuntos A e B. INCLUSÃO Subconjuntos

Um conjunto A está contido em um conjunto B quando cada elemento de A também pertence a B. Neste caso dizemos que A é subconjunto de B.

$A \subset B$ lê-se: A está contido em B.

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{1,3,5\}$ e $B = \{0,1,2,3,4,5\}$, temos:

$\{1,3,5\} \subset \{0,1,2,3,4,5\}$ ou $A \subset B$

A negação da INCLUSÃO é representada por:

$A \not\subset B$ lê-se: A não está contido em B.

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{0,2,4\}$ e $B = \{1,2,3,4,5\}$, temos:

$\{0,2,4\} \not\subset \{1,2,3,4,5\}$ ou $A \not\subset B$, pois $0 \in A$ e $0 \notin B$.

Podemos perceber neste exemplo que A contém B, pois, os números 1,2,3,4 e 5 existem dentro do conjunto A. Mas, nem todos os números do conjunto A estão contido no conjunto B. O número 0 não está, por exemplo.

Logo, A contém B, mas B não contém A, pois não tem o número 0.

Propriedades da Inclusão

Dados quaisquer conjuntos A, B e C, valem as seguintes propriedades:

Reflexiva: $A \subset A$

Anti-simétrica: Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então:

$A=B$

Transitiva: Se $A \subset B$ e $B \subset C$, então:

$$A \subset C$$

Reunião

O conjunto reunião de A com B é formado pelos elementos que pertencem a A, a B ou a ambos.

$$A \cup B \text{ lê-se: } A \text{ união } B$$

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{-3, -2, -1, 0\}$ e $B = \{-1, 0, 1\}$ temos:

$$A \cup B = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

Intersecção

O conjunto intersecção de A com B é formado pelos elementos comuns a A e a B.

$$A \cap B$$

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{-3, -2, -1, 0\}$ e $B = \{-1, 0, 1\}$ temos:

$$A \cap B = \{-1, 0\}$$

Conjunto Vazio

Conjunto Vazio é o conjunto que não possui elemento

$\emptyset$ ou $\{ \}$ lê-se: conjunto vazio

Exemplo:

Dados os conjuntos: $A = \{0, -1, -2\}$ e $B = \{1, 2, 3\}$, temos:

$$A \cap B = \emptyset \{ \}$$

Diferença

O conjunto diferença de A e B é formado por elementos de A que não pertencem a B.

$A - B$ lê-se: A menos B.

Exemplo:

Dado os conjuntos $A = \{-4, -3, -2, -1, 0\}$ e $B = \{-2, -1, 0, 1\}$, temos:

$$A - B = \{-4, -3\}$$

Complementar

Conjunto complementar de B em relação a A é dado por

$$C_{AB} = A - B \text{ (condição: } B \subset A \text{)}$$

C_{AB} = lê-se: complementar de B em relação a A

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{-4, -3, -2, -1, 0\}$ e $B = \{-2, -1, 0\}$, temos:

$$C_{AB} = A - B = \{-4, -3\}$$

MATEMÁTICA

CONJUNTOS

Conjuntos Numéricos

Conjunto é o agrupamento de elementos que partilham de mesmas características. Quando esses elementos são números, essa união passa a ser conhecida como conjunto numérico. Dentro da matemática, pode-se agrupar os números de diversas formas, gerando assim inúmeros conjuntos numéricos.

Porém, alguns desses conjuntos são mais notórios por conta da frequência que aparecem nas soluções e demonstrações matemáticas. São eles: naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais.

O Conjunto dos Números Naturais, representado pela letra N , foi o primeiro conjunto numérico que surgiu, por conta da necessidade de se realizar contagens. Seus elementos são os números inteiros e positivos.

O conjunto dos números naturais possui os seguintes elementos:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$$

As chaves ($\{x\}$) são utilizadas na representação para dar ideia de conjunto. Os pontos de reticência dão a ideia de infinidade, já que os conjuntos numéricos são infinitos.

O Conjunto dos Números Naturais inicia-se em zero e é infinito.

Subconjuntos dos Números Naturais

$N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n, \dots\}$ ou $N^* = N - \{0\}$: conjuntos dos números naturais não-nulos, ou seja, sem o zero;

$N_p = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\}$, em que $n \in N$ (pertence à N): conjunto dos números naturais pares;

$N_i = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2n+1, \dots\}$, em que $n \in \mathbb{N}$: conjunto dos números naturais ímpares;

$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$: conjunto dos números naturais primos.

Conjunto dos Números Inteiros ($\mathbb{Z}$)

O Conjunto dos Números Inteiros, representado pela letra $\mathbb{Z}$, é uma extensão do conjunto dos números naturais. Ele é constituído pela união do conjunto dos números naturais com os números negativos. Portanto, pode-se dizer que o conjunto dos números inteiros, possui os seguintes elementos:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Subconjuntos dos Números Inteiros

$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ ou $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$: conjuntos dos números inteiros não-nulos, ou seja, sem o zero;

$\mathbb{Z}^+ = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$: conjunto dos números inteiros e não-negativos. Logo, $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$;

$\mathbb{Z}^{*+} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$: conjunto dos números inteiros positivos e sem o zero;

$\mathbb{Z}^- = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$: conjunto dos números inteiros não-positivos;

$\mathbb{Z}^{*-} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$: conjunto dos números inteiros negativos e sem o zero.

Conjunto dos Números Racionais

O Conjunto dos Números Racionais é o conjunto dos números que podem ser escritos na forma de fração. Representado por $\mathbb{Q}$, o conjunto dos números racionais possui os seguintes elementos:

$$\mathbb{Q} = \{x \in \mathbb{Q}: x = a/b, a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{N}\}$$

A definição acima é lida desta forma: x pertence aos racionais, tal que x é igual a a dividido por b , com a pertencente aos inteiros e b pertencente aos naturais.

Em outras palavras, se é fração ou um número que pode ser escrito na forma de fração, então é um número racional.

Os números que podem ser escritos na forma de fração são:

Todos os números inteiros;

Decimais finitos;

Dízimas periódicas.

Os decimais finitos são aqueles que possuem um número finito de casas decimais. Como por exemplo:

- 0,1

- 3,5

- 6,32

Dízimas periódicas são decimais infinitos, mas que repetem a sequência final de suas casas decimais. Por exemplo:

- 5,22222...

- 4,45454545....

- 7,255255255255....

Subconjuntos dos Números Racionais

Q^* = subconjunto dos números racionais não-nulos, formado pelos números racionais sem o zero;

Q^+ = subconjunto dos números racionais não-negativos, formado pelos números racionais positivos e o zero;

Q^{*+} = subconjunto dos números racionais positivos, formado pelos números racionais positivos, sem o zero;

Q^- = subconjunto dos números racionais não-positivos, formado pelos números racionais negativos e o zero;

Q^{*-} = subconjunto dos números racionais negativos, formado por números racionais negativos, sem o zero.

Conjunto dos Números Irracionais

O Conjunto dos Números Irracionais, representado pela letra I , possui como elementos todos os números que NÃO pertencem ao conjunto dos racionais.

Portanto, ou um número é racional ou ele é irracional. Não há possibilidade de um número pertencer a esses dois conjuntos ao mesmo tempo. Desta forma, o conjunto dos números irracionais

complementa o conjunto dos números racionais, dentro do universo dos números reais.

Podemos definir também o conjunto dos números irracionais da seguinte forma: Os números irracionais são os que NÃO podem ser escritos na forma de fração. São eles:

Decimais infinitos;

Raízes não exatas.

Os decimais infinitos são números que possuem infinitas casas decimais e que não são dízimas periódicas. Tais como:

0,1541984561354...

$\sqrt{2}$

π

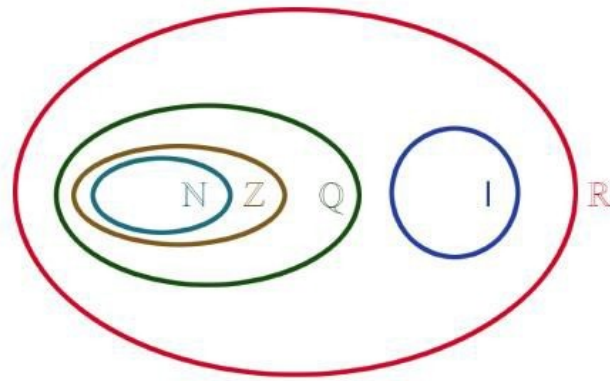
Conjunto dos Números Reais

O Conjunto dos Números Reais, representado por R , é constituído por todos os demais conjuntos citados. Ele pode ser definido pela união do conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais. O

Conjunto dos Números Reais pode ser escrito matematicamente desta forma:

$$R = Q \cup I = \{Q + I\}$$

Relação entre Conjuntos Numéricos



$N \subset Z \subset Q \subset R \rightarrow N$ está contido em Z , que está contido em Q e que está contido em R

$I \subset R \rightarrow I$ está contido em R

$Q \cup I = R \rightarrow Q$ união com I , corresponde a R

$Q \cap I = \emptyset \rightarrow Q$ intersecção com I , corresponde a vazio

$I = R - Q \rightarrow I$ corresponde a R , subtraído de Q

MATEMÁTICA

CONJUNTOS

Números Naturais

Os Números Naturais $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...\}$ são números inteiros positivos (não-negativos) que se agrupam num conjunto chamado de N , composto de um número ilimitado de elementos.

Quando o zero não faz parte do conjunto, é representado com um asterisco ao lado da letra N e, nesse caso, esse conjunto é denominado de Conjunto dos Números Naturais Não-Nulos: $N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9...\}$.

Conjunto dos Números Naturais Pares = $\{0, 2, 4, 6, 8...\}$

Conjunto dos Números Naturais Ímpares = $\{1, 3, 5, 7, 9...\}$

O conjunto de números naturais é infinito. Todos possuem um antecessor (número anterior) e um sucessor (número posterior), exceto o número zero (0). Assim:

- o antecessor de 1 é 0 e seu sucessor é o 2;
- o antecessor de 2 é 1 e seu sucessor é o 3;
- o antecessor de 3 é 2 e seu sucessor é o 4;
- o antecessor de 4 é 3 e seu sucessor é o 5.

Cada elemento é igual ao número antecessor mais um, exceptuando-se o zero. Assim, podemos notar que:

- o número 1 é igual ao anterior $(0) + 1 = 1$;
- o número 2 é igual ao anterior $(1) + 1 = 2$;
- o número 3 é igual ao anterior $(2) + 1 = 3$;
- o número 4 é igual ao anterior $(3) + 1 = 4$.

A função dos números naturais é contar e ordenar. Nesse sentido, vale lembrar que os homens, antes de inventarem os números, tinham muita dificuldade em realizar a contagem e ordenação das coisas.

De acordo com a história, essa necessidade começou com a dificuldade apresentada pelos pastores dos rebanhos em contarem suas ovelhas.

Assim, alguns povos antigos, desde os egípcios, babilônios, utilizaram diversos métodos, desde acumular pedrinhas ou marcar as ovelhas.

MATEMÁTICA

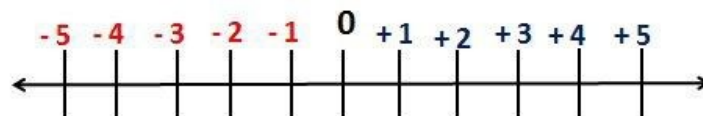
CONJUNTOS

Números Inteiros

O sistema de numeração foi desenvolvido para quantificar. Ao longo do tempo, houve a necessidade de representar números que fossem menores que o zero. Situações como: medir a temperatura de regiões que nevam, estar em andares abaixo do solo, ou seja, subsolo e saldo de gols são situações em que utilizamos os números negativos.

A reta numérica

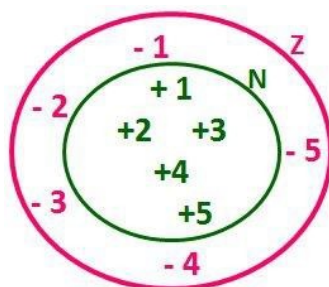
O conjunto dos inteiros é formado por números positivos e negativos. Esse conjunto é infinito nos dois sentidos da reta numérica.



Relação de Inclusão

A notação para representação do conjunto dos **números inteiros** é o símbolo $\mathbb{Z}$. A relação de inclusão no conjunto dos inteiros envolve o conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$). Sendo que:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$



Elementos do conjunto N: $\{+ 1, + 2, + 3, + 4, + 5\}$

Elementos do conjunto Z: $\{- 5, - 4, - 3, - 2, -1, +1, +2, +3, +4, +5\}$

Observe que os números naturais $N = \{+ 1, + 2, + 3, + 4, + 5\}$ pertencem ao conjunto dos números inteiros $Z = \{- 5, - 4, - 3, - 2, -1, +1, +2, +3, +4, +5\}$, isso porque $N \subset Z$.

Subconjunto dos números inteiros

Conjunto dos números inteiros não negativos

$$Z^{+} = \{x \in Z / x \geq 0\}$$

Exemplo: $Z^{+} = \{0, +1, +2, +3, +4, +5 \dots\}$

Conjunto dos números inteiros não positivos

$$Z^{-} = \{x \in Z / x \leq 0\}$$

Exemplo: $Z^{-} = \{\dots -5, -4, -3, -2, 0\}$

Conjunto dos números inteiros positivos não nulos

$$Z^{+*} = \{x \in Z / x > 0\}$$

Exemplo: $Z^{+*} = \{+1, +2, +3, +4, +5 \dots\}$

Obs. Utilizar o (*) significa que o número zero não pertence ao conjunto.

Conjunto dos números inteiros negativos não nulos

$$Z^{-*} = \{x \in Z / x < 0\}$$

Exemplo: $Z^{-*} = \{\dots -5, -4, -3, -2, -1\}$

Obs. Utilizar o (*) significa que o número zero não pertence ao conjunto.

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA BÁSICA

Múltiplos e Divisores

Múltiplos e Divisores de um número são os conjuntos formados por números que são múltiplos ou divisores deste número.

Múltiplos são números que resultam da multiplicação de um número qualquer por qualquer número natural.

Os divisores de um número natural são os números que usamos na multiplicação desse número por outro número natural.

Múltiplos de um número natural

Sejam m e n dois números naturais. Dizemos que n é múltiplo de m , se existir um número k , natural, tal que:

$$n = m \cdot k$$

Exemplo:

Dizemos que **15** é múltiplo de **3**, pois existe um número natural k , tal que: $3 \cdot k = 15$. Neste caso, $k = 5$.

Podemos fazer a conta assim:

$$3 \cdot k = 15 \Leftrightarrow k = 15/3 = 5$$

Para descobrir os múltiplos de um número podemos seguir a seguinte ideia: **pegar esse número e multiplicar pelos números naturais**.

O conjunto dos múltiplos de um número é infinito.

Conjuntos dos números naturais: $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$

Exemplos:

Múltiplos de 2

Os múltiplos de 2 são quaisquer números que resultam da multiplicação por 2.

$$2 \times 0 = 0$$

$$2 \times 1 = 2$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$2 \times 7 = 14$$

$$2 \times 8 = 16$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$2 \times 10 = 20$$

Dessa forma, **0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 e 20** são múltiplos de 2. Os múltiplos de 2 são sempre pares. Perceba que começando com o zero os números foram acrescidos de 2.

Além disso, todos esses números são divisíveis por 2, ou seja, um número que é múltiplo de 2 também é divisível por 2.

Veja alguns múltiplos de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10:

Múltiplos de 3: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...

Múltiplos de 4: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

Múltiplos de 5: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...

Múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

Múltiplos de 7: 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, ...

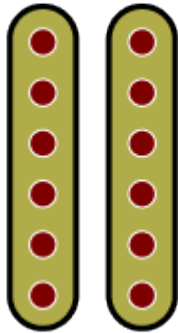
Múltiplos de 8: 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...

Múltiplos de 9: 0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, ...

Múltiplos de 10: 0, 10, 20, 30, 40, 50, ...

12 é múltiplo de **6**, pois **6 x 2** é igual a **12**. Veja na imagem:

$$6 \times 2 = 12$$



Conseguimos agrupar **12** em dois grupos de 6, isso explica também porque **12** é divisível por **6**, porque conseguimos dividir **12** em **2** grupos de **6**.

A tabuada de multiplicação é formada pelos múltiplos de um número.

Divisores de um número natural

Sejam **m** e **n** dois números naturais. Dizemos que **m** é divisor de **n**, se existir um número **k**, natural, tal que:

$$m \cdot k = n$$

Exemplo:

Dizemos que **3** é divisor de **15**, pois existe um número natural **k**, tal que: **3 . k = 15**. Neste caso, **k = 5**.

Podemos, também, fazer a conta assim:

$$3 \cdot k = 15 \Leftrightarrow k = 15/3 = 5$$

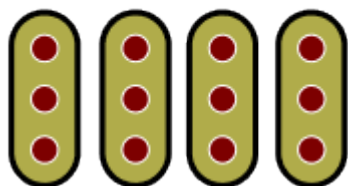
Portanto, podemos dizer que os divisores de um número são quaisquer números que divididos por ele tem resto zero, divisão exata.

Exemplo:

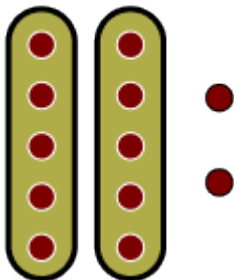
Dizemos que **10** é divisível por **2** ou **2** é divisor de **10**, pois **10** dividido por **2** é **5**, uma divisão exata.

Se **12** é divisível por **3**, assim **3** é divisor de **12**, portanto **12** é múltiplo de **3**.

Veja na imagem que ao dividirmos **12** por **3** temos uma divisão exata, ou seja, não sobra nada. Conseguimos dividir **12** em **4** partes iguais.

$$12 \div 3 = 4$$


Agora veja que **12** não é divisível por **5**, pois não temos uma divisão exata, ou seja, sobra dois, tem resto 2. Não conseguimos dividir **12** em partes iguais.

$$12 \div 5 = ?$$


O conjunto dos divisores de um número é sempre finito e menor que este número.

Exemplo:

Conjuntos dos divisores de **12**: **1, 2, 3, 4, 6** e **12**.

Conjuntos dos divisores de **50**: **1, 2, 5, 10, 25** e **50**.

Números primos e sua relação com os múltiplos e divisores

Os números primos são números que possuem apenas dois divisores, o número 1 e ele mesmo.

Exemplo:

Divisores de **5**: **1** e **5**.

Divisores de **13**: **1** e **13**.

Divisores de **31**: **1** e **31**.

Por outro lado, com um número primo podemos encontrar diversos divisores, que são os números que multiplicamos por ele.

Exemplo:

Múltiplos de **5**: **5, 10, 15, 20, 25, ...**

Para encontrar os múltiplos de um número primo devemos realizar o mesmo processo para encontrar os múltiplos de um número natural qualquer.

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA BÁSICA

MDC & MMC

O que é MDC?

A sigla MDC significa **Máximo Divisor Comum**. No exercício, nós vamos procurar o maior número que é divisor dos números do enunciado.

Divisor é aquele que divide um número e obtém um resultado exato. O 1 é o primeiro divisor de todos os números e o último divisor de um número é ele próprio.

Comum é quando o mesmo número divide os números envolvidos no exercício.

Máximo é o maior número encontrado.

Como calcular o MDC?

Para encontrar o **MDC**, nós temos dois processos. Vamos ver um exemplo do modo mais básico:

Precisamos encontrar o **MDC** dos números 12 e 18. Então, vamos escrever os números naturais que dividem o 12 e o 18, separadamente.

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

Nós encontramos os **divisores naturais**. O próximo passo é encontrar os divisores comuns entre o 12 e 18. Se você olhar bem, os divisores comuns são os números 1, 2, 3 e 6.

Entre os divisores comuns, nós precisamos encontrar o **máximo divisor comum**. Ou seja, o maior divisor comum. Nesse nosso exemplo, o MDC é o 6.

$$\text{mdc}(12, 18) = 6.$$

“Esse processo ficou simples porque usamos números baixos. Porém, quando nós tivermos números mais altos, nós precisaremos de um outro processo para descobrir o MDC”, explica o prof. Paulo.

A outra forma para **calcular o divisor comum** é colocar os números um ao lado do outro, e fazer a divisão simultânea.

$$12, 18 \mid 2^*$$

$$6, 9 \mid 2$$

$$3, 9 \mid 3^*$$

$$1, 3 \mid 3$$

$$1, 1 \mid$$

Comece a divisão com os números primos. O número 2, por exemplo, divide o 12 e o 18. Coloque os resultados destas divisões abaixo do 12 e do

18. O número 2, novamente, divide o 6, porém não divide o 9, então apenas o copie e siga o cálculo. Como o 2 não divide nem o 3, nem o 9, passe para o próximo número primo, que é o 3, e assim por diante.

Faça um asterisco nos números que dividiram os dois envolvidos (nesse caso, o 12 e 18) e multiplique esses números para encontrar o resultado.

$$\text{MDC}(12, 18) = 2 \cdot 3 = 6$$

“A vantagem de calcular dessa forma é que você pode calcular quatro, cinco ou mais números de forma simultânea”, conta o professor.

O que é mmc?

A sigla MMC significa **Mínimo Múltiplo Comum**. No exercício, nós vamos procurar o menor número que é múltiplo dos números do enunciado.

Múltiplos são aqueles números que resultam da multiplicação de um número pelos números naturais. Por exemplo: os primeiros múltiplos do 3 são os números que estão na tabuada do 3.

Comum é quando o mesmo número é múltiplo dos números envolvidos no exercício.

Mínimo é o menor número entre todos os encontrados.

Como calcular o MMC?

Existem algumas formas de encontrar o **MMC**. Vamos começar pela mais básica. Eu tenho os números 2 e 3, por exemplo. **Como calcular esse MMC?**

Primeiro, vamos encontrar os múltiplos de cada um, isolados.

$$M(2) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18...\}$$

Quantos múltiplos de 2 existem? Infinitos.

$$M(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21...\}$$

Quantos múltiplos de 3 existem? Infinitos também.

Nós já encontramos alguns múltiplos, agora precisamos encontrar os múltiplos comuns entre 2 e 3.

“Se nós observarmos, o primeiro múltiplo comum é o 6, depois temos o 12, o próximo é o 18 e por aí vai. Podemos perceber que de 6 em 6 números, nós temos um múltiplo comum”, afirma o prof. Paulo.

Como nós queremos descobrir o **mínimo múltiplo comum**, o menor entre eles é o 6.
 $\text{mmc}(2,3) = 6$

“Esse processo é interessante para identificar os múltiplos dos dois números. Fica até um pouco mais simples para entender o significado do **MMC**. Porém, tem outra forma que podemos calcular”, comenta o professor.

Vamos explorar essa outra maneira. Precisamos encontrar o **MMC** entre 30 e 36, por exemplo. A gente coloca um número do lado do outro, uma barra e começamos uma espécie de fatoração.

$$30, 36 \mid 2$$

$$15, 18 \mid 2$$

$$15, 9 \mid 3$$

$$5, 3 \mid 3$$

$$5, 1 \mid 5$$

$$1, 1 \mid$$

Comece a divisão com os números primos. O número 2, por exemplo, divide o 30 e o 36. Nós o repetimos e o 2 só divide o 18. Nesse caso, nós copiamos o 15 na linha de baixo e continuamos o cálculo.

Com a operação, nós tivemos o 2^2 , o 3^2 e o 5. Nós vamos multiplicar eles para encontrar o mmc.

$$\text{mmc}(30, 36) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{mmc}(30, 36) = 4 \cdot 9 \cdot 5$$

$$\text{mmc}(30, 36) = 180$$

“Repare que 180 é o **menor múltiplo comum**, mas a cada 180 nós teremos outros múltiplos comuns”.

Diferença entre MMC e MDC

A maior dificuldade dos alunos é saber **quando usar o MMC e MDC**.

MMC: “A gente usa muito quando é preciso somar ou subtrair duas frações. Para deixar o denominador das duas frações iguais, você pode fazer o **MMC** – assim, você encontra um número comum entre eles”, explica a professora.

MDC: “De forma geral, é o que aparece nos problemas. A gente acaba usando o **MDC** nos problemas”.

A dica é escrever a sequência dos números e seguir o enunciado.

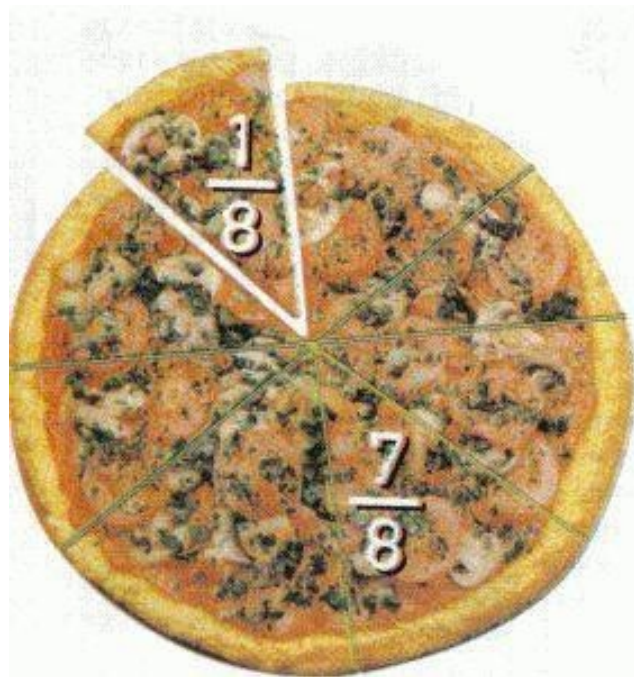
“Por exemplo, eu tenho um probleminha com os números 4, 8 e 12. Independentemente do que o enunciado pede, escreva o número de sequência do 4, do 8 e do 12 e veja se essa sequência é de divisor ou de múltiplo”, conclui.

MATEMÁTICA

Frações

Na matemática, as frações correspondem a uma representação das partes de um todo. Ela determina a divisão de partes iguais sendo que cada parte é uma fração do inteiro.

Como exemplo podemos pensar numa pizza dividida em 8 partes iguais, sendo que cada fatia corresponde a $\frac{1}{8}$ (um oitavo) de seu total. Se eu como 3 fatias, posso dizer que comi $\frac{3}{8}$ (três oitavos) da pizza.



Importante lembrar que nas frações, o termo superior é chamado de numerador enquanto o termo inferior é chamado de denominador.

$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{2} & \Rightarrow & \text{Numerador} \\ & \Rightarrow & \text{Denominador} \end{array}$$

Tipos de Frações

Fração Própria

São frações em que o numerador é menor que o denominador, ou seja, representa um número menor que um inteiro. Ex: $\frac{2}{7}$

Fração Imprópria

São frações em que o numerador é maior, ou seja, representa um número maior que o inteiro. Ex: $\frac{5}{3}$

Fração Aparente

São frações em que o numerador é múltiplo ao denominador, ou seja, representa um número inteiro escrito em forma de fração. Ex: $\frac{6}{3} = 2$

Fração Mista

É constituída por uma parte inteira e uma fracionária representada por números mistos. Ex: $1 \frac{2}{6}$. (um inteiro e dois sextos)

Obs: Há outros tipos de frações, são elas: equivalente, irredutível, unitária, egípcia, decimal, composta, contínua, algébrica.

Operações com Frações

Adição

Para somar frações é necessário identificar se os denominadores são iguais ou diferentes. Se forem iguais, basta repetir o denominador e somar os numeradores.

Contudo, se os denominadores são diferentes, antes de somar devemos transformar as frações em frações equivalentes de mesmo denominador.

Neste caso, calculamos o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) entre os denominadores das frações que queremos somar, esse valor passa a ser o novo denominador das frações.

Além disso, devemos dividir o MMC encontrado pelo denominador e o resultado multiplicamos pelo numerador de cada fração. Esse valor passa a ser o novo numerador.

Exemplos:

$$a) \frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

$$b) \frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3.1 + 5.2}{15} = \frac{3 + 10}{15} = \frac{13}{15}$$

$$c) \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{10.1 + 15.1 + 6.2}{30} = \frac{10 + 15 + 12}{30} = \frac{37}{30}$$

Subtração

Para subtrair frações temos que ter o mesmo cuidado que temos na soma, ou seja, verificar se os denominadores são iguais. Se forem, repetimos o denominador e subtraímos os numeradores.

Se forem diferentes, fazemos os mesmos procedimentos da soma, para obter frações equivalentes de mesmo denominador, aí sim podemos efetuar a subtração.

Exemplos

$$a) \frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{1}{8}$$

$$b) \frac{6}{7} - \frac{1}{3} = \frac{3.6 - 7.1}{21} = \frac{18 - 7}{21} = \frac{11}{21}$$

Multiplicação

A multiplicação de frações é feita multiplicando os numeradores entre si, bem como seus denominadores.

Exemplos

$$a) \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3.1}{4.5} = \frac{3}{20}$$

$$b) \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{40}$$

$$c) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{1.1.5}{2.3.7} = \frac{5}{42}$$

Divisão

Na divisão entre duas frações, multiplica-se a primeira fração pelo inverso da segunda, ou seja, inverte-se o numerador e o denominador da segunda fração.

Exemplos

$$a) \frac{3}{4} : \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{15}{8} : 3 = \frac{15}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

$$c) \frac{3}{8} : \frac{15}{2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{15} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

MATEMÁTICA

FRAÇÕES

Tipos de Frações

Fração Própria

São frações em que o numerador é menor que o denominador, ou seja, representa um número menor que um inteiro. Ex: $\frac{2}{7}$

Fração Imprópria

São frações em que o numerador é maior, ou seja, representa um número maior que o inteiro. Ex: $\frac{5}{3}$

Fração Aparente

São frações em que o numerador é múltiplo ao denominador, ou seja, representa um número inteiro escrito em forma de fração. Ex: $\frac{6}{3} = 2$

Fração Mista

É constituída por uma parte inteira e uma fracionária representada por números mistos. Ex: $1 \frac{2}{6}$. (um inteiro e dois sextos)

Obs: Há outros tipos de frações, são elas: equivalente, irredutível, unitária, egípcia, decimal, composta, contínua, algébrica.

Operações com Frações

Adição

Para somar frações é necessário identificar se os denominadores são iguais ou diferentes. Se forem iguais, basta repetir o denominador e somar os numeradores.

Contudo, se os denominadores são diferentes, antes de somar devemos transformar as frações em frações equivalentes de mesmo denominador.

Neste caso, calculamos o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) entre os denominadores das frações que queremos somar, esse valor passa a ser o novo denominador das frações.

Além disso, devemos dividir o MMC encontrado pelo denominador e o resultado multiplicamos pelo numerador de cada fração. Esse valor passa a ser o novo numerador.

Exemplos

$$a) \frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

$$b) \frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 1 + 5 \cdot 2}{15} = \frac{3 + 10}{15} = \frac{13}{15}$$

$$c) \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{10 \cdot 1 + 15 \cdot 1 + 6 \cdot 2}{30} = \frac{10 + 15 + 12}{30} = \frac{37}{30}$$

Subtração

Para subtrair frações temos que ter o mesmo cuidado que temos na soma, ou seja, verificar se os denominadores são iguais. Se forem, repetimos o denominador e subtraímos os numeradores.

Se forem diferentes, fazemos os mesmos procedimentos da soma, para obter frações equivalentes de mesmo denominador, aí sim podemos efetuar a subtração.

Exemplos

$$a) \frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{1}{8}$$

$$b) \frac{6}{7} - \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 6 - 7 \cdot 1}{21} = \frac{18 - 7}{21} = \frac{11}{21}$$

Multiplicação

A multiplicação de frações é feita multiplicando os numeradores entre si, bem como seus denominadores.

Exemplos

$$a) \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

$$b) \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{40}$$

$$c) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{5}{42}$$

Divisão

Na divisão entre duas frações, multiplica-se a primeira fração pelo inverso da segunda, ou seja, inverte-se o numerador e o denominador da segunda fração.

Exemplos

$$a) \frac{3}{4} : \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{15}{8} : 3 = \frac{15}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

$$c) \frac{3}{8} : \frac{15}{2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{15} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

MATEMÁTICA

CONJUNTOS

Expressões Numéricas

Expressões numéricas são sequências de duas ou mais operações que devem ser realizadas respeitando determinada ordem.

Para encontrar sempre um mesmo valor quando calculamos uma expressão numérica, usamos regras que definem a ordem que as operações serão feitas.

Ordem das operações

Devemos resolver as operações que aparecem em uma expressão numérica, na seguinte ordem:

Potenciação e Radiciação
Multiplicação e Divisão
Soma e Subtração

Se a expressão apresentar mais de uma operação com a mesma prioridade, deve-se começar com a que aparece primeiro (da esquerda para a direita).

Confira abaixo três exemplos de expressões numéricas com potência, raiz quadrada e frações.

a) $87 + 7 \cdot 85 - 120 =$

$$87 + 595 - 120 =$$

$$682 - 120 = 562$$

$$\text{b) } 25 + 6^2 : 12 - \sqrt{169} + 42 =$$

$$25 + 36 : 12 - 13 + 42 =$$

$$25 + 3 - 13 + 42 =$$

$$28 - 13 + 42 =$$

$$15 + 42 = 57$$

Usando símbolos

Nas expressões numéricas usamos parênteses (), colchetes [] e chaves { } sempre que for necessário alterar a prioridade das operações.

Quando aparecer esses símbolos, iremos resolver a expressão da seguinte forma:

as operações que estão dentro dos parênteses

as operações que estão dentro dos colchetes

as operações que estão dentro das chaves

Exemplos

$$\text{a) } 5 \cdot (64 - 12 : 4) =$$

$$5 \cdot (64 - 3) =$$

$$5 \cdot 61 = 305$$

$$\text{b) } 480 : \{ 20 \cdot [86 - 12 \cdot (5 + 2)]^2 \} =$$

$$480 : \{ 20 \cdot [86 - 12 \cdot 7]^2 \} =$$

$$480 : \{ 20 \cdot [86 - 84]^2 \} =$$

$$480 : \{ 20 \cdot [2]^2 \} =$$

$$480 : \{ 20 \cdot 4 \} =$$

$$480 : 80 = 6$$

$$\mathbf{c)} - [- 12 - (- 5 + 3)] =$$

$$- [- 12 - (- 2)] =$$

$$- [- 12 + 2] =$$

$$- [- 10] = + 10$$

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA BÁSICA

Potenciação

A operação realizada na potenciação é uma multiplicação e é representada da seguinte forma:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \dots$$

a = base

n = expoente

$a \cdot a \cdot a \cdot a \dots$ = produto de n fatores iguais que gera como resultado a potência

Para compreender melhor, acompanhe os exemplos abaixo:

$$\Rightarrow 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

2 = base

3 = expoente

2 . 2 . 2 = produto de fatores

8 = potência

Como o expoente é 3, tivemos que repetir a base, que é 2 três vezes, em um produto.

$$\Rightarrow 5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$$

5 = base

4 = expoente

5 . 5 . 5 . 5 = produto de fatores

625 = potência

Como o expoente é 4, tivemos que repetir a base, que é 5 quatro vezes, em um produto.

$$\Rightarrow 10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

10 = base

2 = expoente

10 . 10 = produto de fatores

100 = potência

Como o expoente é 2, tivemos que repetir a base, que é 10 duas vezes, em um produto.

MATEMÁTICA

POTENCIAÇÃO

Propriedades da Potenciação

A potenciação corresponde à multiplicação de fatores iguais, que pode ser escrita de forma simplificada utilizando uma base e um expoente. A base é o fator que se repete e o expoente é o número de repetições.

$$\begin{array}{ccc} & a^n & \rightarrow n^\circ \text{ de repetições} \\ \text{fator repetido} & \swarrow & \end{array}$$

Para resolver problemas com potências é necessário conhecer as suas propriedades. Veja a seguir as principais propriedades utilizadas em operações com potências.

1. Multiplicação de potências de mesma base

No produto de potências de mesma base devemos conservar a base e somar os expoentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\text{Exemplo: } 2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$$

2. Divisão de potências de mesma base

Na divisão de potências de mesma base conservamos a base e subtraímos os expoentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$\text{Exemplo: } 2^4 : 2^2 = 2^{4-2} = 2^2 = 4$$

3. Potência de potência

Quando a base de uma potência também é uma potência devemos multiplicar os expoentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\text{Exemplo: } (3^2)^5 = 3^{2 \cdot 5} = 3^{10} = 59\,049$$

4. Potência de produto

Quando a base de uma potência é um produto elevamos cada fator à potência.

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

$$\text{Exemplo: } (2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

5. Potência de quociente

Quando a base de uma potência é uma divisão elevamos cada fator ao expoente.

$$(a/b)^m = a^m/b^m$$

$$\text{Exemplo: } (2/3)^2 = 2^2/3^2 = 4/9$$

6. Potência de quociente e expoente negativo

Quando a base de uma potência é uma divisão e o expoente é negativo inverte-se a base e o sinal do expoente.

$$(a/b)^{-n} = (b/a)^n$$

$$\text{Exemplo: } (2/3)^{-2} = (3/2)^2 = 3^2/2^2 = 9/4$$

7. Potência de expoente negativo

Quando o sinal de uma potência for negativo devemos inverter a base para tornar o expoente positivo.

$$a^{-n} = 1/a^n, a \neq 0$$

$$\text{Exemplo: } (2)^{-4} = (1/2)^4 = 1/16$$

8. Potência com expoente racional

A radiciação é a operação inversa da potenciação. Portanto, podemos transformar um expoente fracionário em um radical.

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

Exemplo: $5^{1/2} = \sqrt{5}$

9. Potência com expoente igual a 0

Quando uma potência apresenta expoente igual a 0, o resultado será 1.

$$a^0 = 1$$

Exemplo: $4^0 = 1$

10. Potência com expoente igual a 1

Quando uma potência apresenta expoente igual a 1, o resultado será a própria base.

$$a^1 = a$$

Exemplo: $5^1 = 5$

11. Potência de base negativa e expoente ímpar

Se uma potência tem base negativa e o expoente é um número ímpar, então, o resultado é um número negativo.

Exemplo: $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

12. Potência de base negativa e expoente par

Se uma potência tem base negativa e o expoente é um número par, então, o resultado é um número positivo.

Exemplo: $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = +9$

Exercícios sobre propriedades da potenciação

Questão 1

Sabendo que o valor de 4^5 é 1024, qual o resultado de 4^6 ?

a) 2 988

c) 3 184

b) 4 096

d) 4 386

Resolução:

Resposta correta: b) 4 096.

Observe que 4^5 e 4^6 possuem as mesmas bases. Portanto, a potência 4^6 pode ser reescrita como um produto de potências de mesma base.

$$4^6 = 4^5 \cdot 4^1$$

Como sabemos o valor de 4^5 basta substituí-lo na expressão e multiplicar por 4, pois potência com expoente 1 tem como resultado a própria base.

$$4^6 = 4^5 \cdot 4^1 = 1024 \cdot 4 = 4\,096.$$

Questão 2

Com base nas propriedades da potenciação, qual das sentenças abaixo está correta?

- a) $(x \cdot y)^2 = x^2 \cdot y^2$
- b) $(x + y)^2 = x^2 + y^2$
- c) $(x - y)^2 = x^2 - y^2$
- d) $(x + y)^0 = 0$

Resolução:

Resposta correta: a) $(x \cdot y)^2 = x^2 \cdot y^2$.

a) Neste caso temos a potência de um produto e, por isso, os fatores são elevados ao expoente.

b) O correto seria $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

c) O correto seria $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$.

d) O resultado correto seria 1, pois toda potência elevada ao expoente zero tem como resultado 1.

Questão 3

Aplique as propriedades das potências para efetuar a simplificação da expressão a seguir.

$$(2^5 \cdot 2^{-4}) : 2^3$$

Resolução:

Resposta correta: $1/4$.

Iniciamos a resolução da alternativa pelo que está dentro dos parênteses.

$2^5 \cdot 2^{-4}$ é a multiplicação de potências de bases iguais e, por isso, repetimos a base e somamos os expoentes.

$$2^{5 + (-4)} = 2^1$$

$$(2^5 \cdot 2^{-4}) : 2^3 = 2^1 : 2^3$$

Agora, a expressão se transformou em uma divisão de potências de mesma base. Por isso, vamos repetir a base e subtrair os expoentes.

$$2^1 : 2^3 = 2^{1-3} = 2^{-2}$$

Como o resultado é uma potência de expoente negativo, devemos inverter a base e o sinal do expoente.

$$2^{-2} = (1/2)^2$$

Quando a potência tem como base um quociente podemos elevar cada termo ao expoente.

$$1^2/2^2 = 1/4$$

Portanto, $(2^5 \cdot 2^{-4}) : 2^3 = 1/4$.

MATEMÁTICA

BÁSICA

Notação Científica

Notação científica é uma forma simplificada de representar números reais muito grandes ou muito pequenos nas ciências em geral.



A notação científica é o modo como a Ciência representa números reais muito grandes ou muito pequenos

Notação científica é o modo como ficou conhecida a técnica de escrever números reais muito pequenos ou muito grandes por meio do uso de uma potência de base dez. A forma que as **notações científicas** assumem, portanto, é:

$$a \cdot 10^n$$

Nessa disposição, **a** é chamado de **mantissa**, ou coeficiente, e **n** é chamado de expoente, ou **ordem de grandeza**.

Assim, são exemplos de números reais e suas respectivas **notações científicas**:

$$0,0003 = 3 \cdot 10^{-4}$$

$$14000000 = 1,4 \cdot 10^7$$

Como encontrar a mantissa ou coeficiente

A **mantissa**, ou coeficiente, é obtida ao posicionar a vírgula à direita do primeiro algarismo significativo do número. Esse reposicionamento da vírgula deve ser feito a partir de divisões ou multiplicações por potências de base dez. Uma técnica prática para essas multiplicações e divisões será discutida mais adiante.

Na forma de **notação científica**, a mantissa do número 0,00045 é 4,5. Isso acontece porque o primeiro algarismo significativo é quatro.

A **mantissa** do número 3256565 é 3,256565, pois o primeiro algarismo significativo é três, embora todos sejam significativos. Por fim, a **mantissa**, ou coeficiente, do número 0,000000003 é 3. Isso acontece porque $3,0 = 3$.

Expoente ou ordem de grandeza

A **ordem de grandeza** é assim conhecida porque é ela quem determina quais as dimensões do número em **notação científica**. Por exemplo, sabemos que a massa do elétron expressada por notação científica possui a seguinte mantissa: 9,10938356. Entretanto, esse número não oferece as reais dimensões da massa do elétron. Para isso, existe a ordem de grandeza. A massa do elétron é da ordem de 10^{-28} gramas, ou seja, a massa de um elétron é de:

$$9,10938356 \cdot 10^{-28} \text{ g}$$

Esse número, caso escrito em sua forma decimal, seria:

0,000000000000000000000000000910938356 mg

Como encontrar a ordem de grandeza

Se o número a ser escrito na forma de **notação científica** for decimal, de modo que a vírgula tenha de ser deslocada para a direita para encontrar a **mantissa**, a **ordem de grandeza** será negativa e igual ao número de casas decimais que a vírgula deslocou.

Caso a vírgula precise ser deslocada para a esquerda para encontrar a **mantissa**, a **ordem de grandeza** será positiva e igual ao número de casas decimais que a vírgula deslocou.

Observe o exemplo da massa do elétron. Até posicionar a vírgula no lado direito do primeiro algarismo significativo, nesse caso o número nove, ela teve de ser deslocada por 28 casas decimais para a direita. Assim, a **ordem de grandeza** desse número será – 28.

Agora, observe o exemplo do número 896000000000. Quando um número não tem vírgula, significa que ele é inteiro. Nesse caso, podemos adicionar a vírgula e o zero à direita do número, como a seguir:

$$896000000000,0$$

Nesse caso, o primeiro algarismo significativo é o número oito. Como a vírgula terá de ser deslocada onze casas decimais para a esquerda, então, a ordem de grandeza desse número será onze positivo.

Como escrever números na forma de notação científica

Para escrever os números na forma de **notação científica**, basta substituir “a” pelo valor encontrado para a **mantissa** e “n” pelo valor encontrado para a **ordem de grandeza** na fórmula a seguir:

$$a \cdot 10^n$$

Observe que, multiplicando a **mantissa** pela potência de dez com a ordem de grandeza do número inicial, o resultado sempre será esse número.

Exemplos:

– Escreva 0,23 na forma de **notação científica**.

A **mantissa** é 2,3 porque dois é o primeiro algarismo significativo. Para isso, a vírgula deve ser deslocada uma casa para a direita. Nesse caso, a **ordem de grandeza** é – 1. Assim:

$$0,23 = 2,3 \cdot 10^{-1}$$

– Escreva 428000000 na forma de **notação científica**.

A **mantissa** é 4,28. Para isso, a vírgula deve ser deslocada por nove casas decimais para a esquerda. Assim, a **ordem de grandeza** é + 8. Portanto:

$$428000000 = 4,28 \cdot 10^8$$

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA BÁSICA

Radiciação

Radiciação é a operação que realizamos quando queremos descobrir qual o número que multiplicado por ele mesmo uma determinada quantidade de vezes dá um valor que conhecemos.

Exemplo

Qual é o número que multiplicado por ele mesmo 3 vezes dá como resultado 125?

Por tentativa podemos descobrir que $5 \times 5 \times 5$

$$5 = 125$$

Logo, o 5 é o número que estamos procurando.

Símbolo da Radiciação

Para indicar a radiciação usamos a seguinte notação:

$$\sqrt[n]{x}$$

Sendo,

n o índice do radical. Indica quantas vezes o número que estamos procurando foi multiplicado por ele mesmo.

X o radicando. Indica o resultado da multiplicação do número que estamos procurando por ele mesmo.

Quando não aparecer nenhum valor no índice do radical, o seu valor é igual a 2. Essa raiz é chamada de raiz quadrada.

A raiz de índice igual a 3 também recebe um nome especial e é chamada de raiz cúbica.

Exemplos

$3\sqrt[3]{27}$ (Lê-se raiz cúbica de 27)

$5\sqrt[5]{32}$ (Lê-se raiz quinta de 32)

$\sqrt{400}$ (Lê-se raiz quadrada de 400)

Radiciação e Potenciação

A radiciação é a operação matemática inversa da potenciação. Desta forma, podemos encontrar o resultado de uma raiz buscando a potenciação que tem como resultado a raiz proposta.

Exemplos

a) $\sqrt{81} = 9$, pois sabemos que $9^2 = 81$

b) $\sqrt[4]{10\,000} = 10$, pois sabemos que $10^4 = 10\,000$

MATEMÁTICA

RADICIAÇÃO

Racionalização

A racionalização é o processo pelo qual “retiramos” o radical do denominador de uma fração.

Há basicamente três métodos para tal, dependendo de qual raiz se encontra na fração: raiz quadrada, raiz de índice maior que 2, soma ou subtração envolvendo raízes.

Iremos explicar tais casos através da ilustração de exemplos.

Denominador com raiz quadrada

Consideremos para o nosso exemplo a fração

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

No caso em que se encontra uma raiz quadrada no denominador, devemos **multiplicar em cima e embaixo** pela mesma raiz, isto é:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

Ao fazermos isso, no numerador teremos

$$1 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Enquanto no denominador teremos

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2^2} = 2$$

ou seja:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Denominador com raiz de índice maior que 2

Tomemos a fração

$$\frac{3}{\sqrt[5]{4^3}}$$

Prosseguiremos multiplicando em cima e embaixo por um mesmo número (a fim de manter a igualdade). Neste caso, este número será

$$\sqrt[5]{4^2}$$

o qual veio do denominador inicial $\sqrt[5]{4^3}$ de modo que subtraímos o índice da raiz (5) do expoente do radicando (3), obtendo um novo expoente (2).

Obtemos então

$$\frac{3}{\sqrt[5]{4^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{4^2}}{\sqrt[5]{4^2}}$$

Em cima, fica

$$3 \cdot \sqrt[5]{4^2} = 3 \sqrt[5]{4^2}$$

E embaixo

$$\sqrt[5]{4^3} \cdot \sqrt[5]{4^2} = \sqrt[5]{4^3} \cdot 4^2 = \sqrt[5]{4^{3+2}} = \sqrt[5]{4^5} = 4$$

Isto é

$$\frac{3}{\sqrt[5]{4}^3} = \frac{3\sqrt[5]{4}^2}{4}$$

Denominador com soma ou subtração envolvendo radicais

Neste caso, sempre multiplicaremos em cima e embaixo pelos mesmos termos, mudando apenas o sinal.

Isto é, tomando-se a fração

$$\frac{1}{\sqrt{3} - 1}$$

A multiplicação será por

$$\sqrt{3} + 1$$

ou seja, mantivemos os números envolvidos e trocamos o sinal, de menos para mais. Fazemos isto pois iremos nos deparar com uma diferença de quadrados.

Multiplicando-se então o numerador, temos

$$1 \cdot (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{3} + 1$$

Enquanto que no denominador, chegamos a

$$(\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{3} + 1)$$

o qual é o produto da soma pela diferença de dois termos, resultando na diferença dos quadrados deles, ou seja:

$$(\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{3} + 1) = (\sqrt{3})^2 - 1^2 = 3 - 1 = 2$$

eliminando-se assim o radical do denominador da fração inicial. Concluindo, temos:

$$\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA BÁSICA

Produtos Notáveis

Produtos notáveis são multiplicações em que os fatores são **polinômios**. Existem cinco produtos notáveis mais relevantes: quadrado da soma, quadrado da diferença, produto da soma pela diferença, cubo da soma e cubo da diferença.

Quadrado da soma

Os produtos entre **polinômios** conhecidos como **quadrados da soma** são os do tipo:

$$(x + a)(x + a)$$

O nome *quadrado da soma* é dado porque a representação por potência desse produto é a seguinte:

$$(x + a)^2$$

A solução desse **produto notável** sempre será o **polinômio** a seguir:

$$(x + a)^2 = x^2 + 2xa + a^2$$

Esse polinômio é obtido por meio da aplicação da propriedade distributiva da seguinte maneira:

$$(x + a)^2 = (x + a)(x + a) = x^2 + xa + ax + a^2 = x^2 + 2xa + a^2$$

O resultado final desse **produto notável** pode ser usado como fórmula para qualquer hipótese em que houver uma soma elevada ao quadrado. Geralmente, esse resultado é ensinado da seguinte maneira:

O quadrado do primeiro termo mais duas vezes o primeiro vezes o segundo mais o quadrado do segundo termo

Exemplo:

$$(x + 7)^2 = x^2 + 2x7 + 49 = x^2 + 14x + 49$$

Observe que esse resultado é obtido pela aplicação da propriedade distributiva em $(x + 7)^2$. Portanto, a fórmula é obtida a partir da propriedade distributiva sobre $(x + a)(x + a)$.

Quadrado da diferença

O **quadrado da diferença** é o seguinte:

$$(x - a)(x - a)$$

Esse produto pode ser escrito da seguinte maneira por meio da notação de potências:

$$(x - a)^2$$

O seu resultado é o seguinte:

$$(x - a)^2 = x^2 - 2xa + a^2$$

Perceba que a única diferença entre os resultados do **quadrado da soma** e da **diferença** é um sinal negativo no termo do meio.

Geralmente, esse produto notável é ensinado da seguinte maneira:

O quadrado do primeiro termo menos duas vezes o primeiro vezes o segundo mais o quadrado do segundo termo.

Produto da soma pela diferença

É o **produto notável** que envolve um fator com uma soma e outro com uma subtração. Exemplo:

$$(x + a)(x - a)$$

Não há representação em forma de **potência** para esse caso, mas sua solução sempre será determinada pela seguinte expressão, também obtida com a técnica do **quadrado da soma**:

$$(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$$

Como exemplo, vamos calcular $(xy + 4)(xy - 4)$.

$$(xy + 4)(xy - 4) = (xy)^2 - 16^2$$

Esse **produto notável** é ensinado da seguinte maneira:

O quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

Cubo da soma

Com a propriedade distributiva, é possível criar uma “fórmula” também para **produtos** com o seguinte formato:

$$(x + a)(x + a)(x + a)$$

Na notação de potência, ele é escrito da seguinte maneira:

$$(x + a)^3$$

Por meio da propriedade distributiva e simplificando o resultado, encontraremos o seguinte para esse **produto notável**:

$$(x + a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$$

Assim, em vez de fazer um cálculo extenso e cansativo, podemos calcular $(x + 5)^3$, por exemplo, facilmente da seguinte maneira:

$$(x + 5)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 5 + 3x \cdot 5^2 + 5^3 = x^3 + 15x^2 + 75x + 125$$

Cubo da diferença

O **cubo da diferença** é o produto entre os seguintes polinômios:

$$(x - a)(x - a)(x - a)$$

Por meio da propriedade distributiva e simplificando os resultados, encontraremos o seguinte resultado para esse produto:

$$(x - a)^3 = x^3 - 3x^2a + 3xa^2 - a^3$$

Vamos calcular como exemplo o seguinte **cubo da diferença**:

$$(x - 2y)^3$$

$$(x - 2y)^3 = x^3 - 3x^2 2y + 3x(2y)^2 - (2y)^3 = x^3 - 3x^2 2y + 3x4y^2 - 8y^3 = x^3 - 6x^2 y + 12xy^2 - 8y^3$$

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA BÁSICA

Fatoração

Fatorar significa transformar a soma e a subtração de expressões algébricas ou equações em um produto com fatores. Podemos entender a **fatoração** como sendo a simplificação das sentenças matemáticas.

Existem sete casos de fatoração, confira a seguir alguns deles.

Fator comum em evidência

Esse caso de fatoração é determinado pela fórmula:

$$ax + bx = x \cdot (a + b)$$

Veja que o termo a ser colocado em evidência foi o x, pois ele se repete na composição do monômio ax e bx.

Exemplos:

$$6x + 6y = 6 \cdot (x + y)$$

$$2ax - 3bx = x \cdot (2a - 3b)$$

$$cx^2 + bx = x \cdot (cx + b)$$

Observe que nesse exemplo o x de menor grau foi colocado em evidência.

Agrupamento

A fórmula geral que estabelece o agrupamento é dada por:

$$ax + bx + ay + by = (x + y) \cdot (a + b)$$

Sendo que:

$$ax + bx + ay + by = x \cdot (a + b) + y \cdot (a + b) = (x + y) \cdot (a + b)$$

Observe que nesse caso de fatoração não há um fator que será comum a todos os termos, temos somente fatores que são comuns a alguns termos.

Exemplos:

$$\begin{aligned}\Rightarrow 2x + 8x + 2y + 8y &= \\&= x \cdot (2 + 8) + y \cdot (2 + 8) = \\&= (2 + 8) \cdot (x + y) \\ \Rightarrow 5z + 2z + 5x + 2x &= \\&= 5z + 5x + 2z + 2x = \\&= 5 \cdot (z + x) + 2 \cdot (z + x) = \\&= (5 + 2) \cdot (z + x)\end{aligned}$$

Diferença de dois quadrados

Confira a seguir a fórmula geral desse caso de fatoração:

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Observe que esse caso de fatoração é o inverso do produto notável Soma pela Diferença de Dois Quadrados, representado por:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2 \text{ Acompanhe a seguir alguns exemplos da}$$

Diferença de Dois Quadrados: Exemplos:

$$\begin{aligned}\Rightarrow 36x^2 - 81y^2 &= \\&= (6x)^2 - (9y)^2 = \\&= (6x + 9y) \cdot (6x - 9y) \\ \Rightarrow 4x^2 - 9z^2 &= \\&= (2x)^2 - (3z)^2 = \\&= (2x + 3z) \cdot (2x - 3z)\end{aligned}$$

Trinômio quadrado perfeito

Esse caso de fatoração é o inverso dos produtos notáveis: Quadrado da soma de dois termos e Quadrado da diferença de dois termos. O Trinômio quadrado perfeito possui representação tanto na soma como na diferença. Acompanhe a seguir as suas fórmulas gerais.

$$\text{Diferença: } a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$\text{Soma: } a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Façamos agora um exemplo de cada caso: Exemplos:

$$\begin{aligned}\text{Diferença: } 9y^2 - 12y + 4 &= \\ &= (3y)^2 - 2 \cdot 3y \cdot 2 + (2)^2 = \\ &(3y - 2)^2\end{aligned}$$

$$\text{Isso por que: } 9y^2 = (3y)^2$$

$$12y = 2 \cdot 3y \cdot 2$$

$$4 = (2)^2$$

$$\begin{aligned}\text{Soma: } 16x^2 + 40x + 25 &= \\ &= (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 5 + (5)^2 = \\ &(4x + 5)^2\end{aligned}$$

$$\text{Isso por que: } 16y^2 = (4y)^2$$

$$40x = 2 \cdot 4x \cdot 5$$

$$25 = (5)^2$$

MATEMÁTICA

ÁLGEBRA

Equação do Primeiro Grau

As **equações de primeiro grau** são sentenças matemáticas que estabelecem relações de igualdade entre termos conhecidos e desconhecidos, representadas sob a forma:

$$ax+b = 0$$

Donde a e b são números reais, sendo a um valor diferente de zero ($a \neq 0$) e x representa o valor desconhecido.

O valor desconhecido é chamado de **incógnita** que significa "termo a determinar". As equações do 1º grau podem apresentar uma ou mais incógnitas.

As incógnitas são expressas por uma letra qualquer, sendo que as mais utilizadas são x, y, z. Nas equações do primeiro grau, o expoente das incógnitas é sempre igual a 1.

As igualdades $2x = 4$, $9x + 3y = 2$ e $5 = 20a + b$ são exemplos de equações do 1º grau. Já as equações $3x^2 + 5x - 3 = 0$, $x^3 + 5y = 9$ não são deste tipo.

O lado esquerdo de uma igualdade é chamado de 1º membro da equação e o lado direito é chamado de 2º membro.

Como resolver uma equação de primeiro grau?

O objetivo de resolver uma equação de primeiro grau é descobrir o valor desconhecido, ou seja, encontrar o valor da incógnita que torna a igualdade verdadeira.

Para isso, deve-se isolar os elementos desconhecidos em um dos lados do sinal de igual e os valores constantes do outro lado.

Contudo, é importante observar que a mudança de posição desses elementos deve ser feita de forma que a igualdade continue sendo verdadeira.

Quando um termo da equação mudar de lado do sinal de igual, devemos inverter a operação. Assim, se tiver multiplicando, passará dividindo, se tiver somando, passará subtraindo e vice-versa.

Exemplo

Qual o valor da incógnita x que torna a igualdade $8x - 3 = 5$ verdadeira?

Solução

Para resolver a equação, devemos isolar o x . Para isso, vamos primeiro passar o 3 para o outro lado do sinal de igual. Como ele está subtraindo, passará somando. Assim:

$$8x = 5 + 3$$

$$8x = 8$$

Agora podemos passar o 8, que está multiplicando o x , para o outro lado dividindo:

$$x = 8/8$$

$$x = 1$$

Outra regra básica para o desenvolvimento das equações de primeiro grau determina o seguinte:

Se a parte da variável ou a incógnita da equação for negativa, devemos multiplicar todos os membros da equação por -1 . Por exemplo:

$$-9x = -90 \cdot (-1)$$

$$9x = 90$$

$$x = 10$$

MATEMÁTICA

INEQUAÇÕES

Inequação

A inequação é uma expressão matemática que possui variável e um sinal de desigualdade entre os seus termos. Os sinais de desigualdade são:

menor que ($<$)

maior que ($>$)

menor ou igual ($\leq$)

maior ou igual ($\geq$)

As inequações mais comuns são as do 1º grau e do 2º grau. Para cada uma delas, utilizamos um método de resolução. A fim de encontrar a solução de uma inequação, utilizamos técnicas parecidas com as utilizadas para encontrar soluções das equações, mas é necessário tomar alguns cuidados, por se tratar de uma desigualdade e não de uma igualdade. A diferença entre inequação e equação é que, nesta, há uma igualdade, e, naquela, uma desigualdade.

O que é inequação?



Símbolos de desigualdade.

A inequação é uma **expressão algébrica que possui um sinal de desigualdade** entre os seus termos.

Exemplos:

$$2x - 5 > 4$$

$$x^2 + 2x + 2 \leq -1$$

$$5x + 1 \geq 4x - 3$$

$$x^2 - 4x < 0$$

Resolver inequações é encontrar o **conjunto de soluções que faz com que a desigualdade seja verdadeira**. Diferentemente de uma equação do 1º grau, por exemplo, que possui somente uma solução, a inequação do 1º grau pode ter infinitas soluções. Por isso, encontramos um conjunto de soluções e não apenas uma solução.

Símbolos da inequação

Os símbolos que aparecem na expressão algébrica e fazem com que ela seja conhecida como uma inequação são os símbolos de desigualdade:

$<$ → menor que

$\leq$ → menor ou igual

$>$ → maior que

$\geq$ → maior ou igual

Tipos de inequação

Existem **dois tipos principais de inequação**, o que define o tipo de inequação e o que define o tipo de expressão algébrica que estamos resolvendo. Quando há um polinômio de grau 1, temos uma inequação do 1º grau, e quando há um polinômio de grau 2, temos uma inequação do 2º grau.

MATEMÁTICA

INEQUAÇÕES

Inequação de Primeiro Grau

As inequações do 1º grau são basicamente divididas nos casos a seguir:

$$ax + b > 0$$

$$ax + b \geq 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax + b \leq 0$$

Como resolver uma inequação do 1º grau

Em todos esses casos, o método de resolução é sempre o mesmo. Para encontrarmos o conjunto de soluções da inequação, isolaremos a variável.

Exemplo:

Encontre o conjunto de soluções da inequação $2x - 10 < 4$.

Para encontrar a solução da inequação, vamos isolar a variável:

$$2x - 10 < 4$$

$$2x < 4 + 10$$

$$2x < 14$$

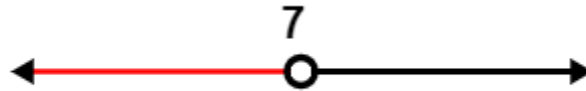
$$x < 14/2$$

$$x < 7$$

Perceba que a solução para essa inequação é qualquer valor que seja menor que 7.

S: $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 7\}$ (Lê-se: x pertence ao conjunto dos números reais, tal que x é menor que sete.)

Essa solução pode ser mostrada de forma geométrica:



Exemplo 2:

Encontre o conjunto de soluções da inequação $5x - 4 \leq 8x + 2$.

Para encontrar a solução da inequação, vamos isolar a variável:

$$5x - 9 \leq 8x + 3$$

$$5x - 8x \leq 9 + 3$$

$$-3x \leq 12$$

Agora é necessário multiplicar por -1, mas é importante realizar a inversão da desigualdade, ou seja, a desigualdade era $\leq$ e ficará $\geq$.

$$-3x \leq 12 \quad (-1)$$

$$3x \geq -12$$

$$x \geq -12/3$$

$$x \geq -4$$

$$S: \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -4\}$$

Representando geometricamente:



MATEMÁTICA

ÁLGEBRA

Equação do Segundo Grau

A **equação do segundo grau** recebe esse nome porque é uma equação polinomial cujo termo de maior grau está elevado ao quadrado. Também chamada de equação quadrática, é representada por:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Numa equação do 2º grau, o **x** é a incógnita e representa um valor desconhecido. Já as letras **a**, **b** e **c** são chamadas de coeficientes da equação.

Os coeficientes são números reais e o coeficiente **a** tem que ser diferente de zero, pois do contrário passa a ser uma equação do 1º grau.

Resolver uma equação de segundo Grau, significa buscar valores reais de **x**, que tornam a equação verdadeira. Esses valores são denominados raízes da equação.

Uma equação quadrática possui no máximo duas raízes reais.

Equações do 2º Grau Completas e Incompletas

As equações do 2º grau **completas** são aquelas que apresentam todos os coeficientes, ou seja: **a**, **b** e **c** são diferentes de zero ($a, b, c \neq 0$).

Por exemplo, a equação $5x^2 + 2x + 2 = 0$ é completa, pois todos os coeficientes são diferentes de zero ($a = 5$, $b = 2$ e $c = 2$).

Uma equação quadrática é **incompleta** quando $b = 0$ ou $c = 0$ ou $b = c = 0$. Por exemplo, a equação $2x^2 = 0$ é incompleta, pois $a = 2$, $b = 0$ e $c = 0$.

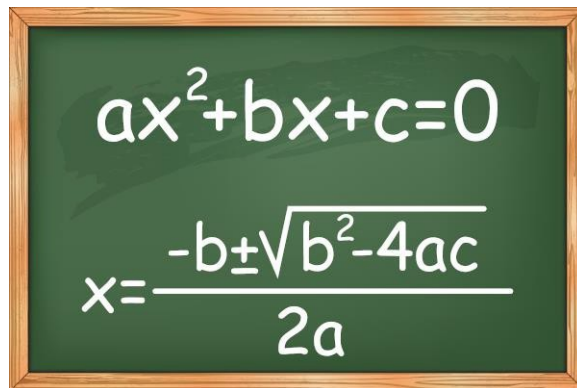
MATEMÁTICA

MATEMÁTICA BÁSICA

Equações do Segundo Grau

A **equação do 2º grau** é **caracterizada** por um polinômio de grau 2, ou seja, um polinômio do tipo ax^2+bx+c , em que a , b e c são números reais. Ao resolvermos uma equação de grau 2, estamos interessados em encontrar valores para a incógnita x que torne o valor da expressão igual a 0, que são chamadas de raízes, isto é, $ax^2 + bx + c = 0$.

Tipos de equações do 2º grau


$$ax^2+bx+c=0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A equação do 2º grau é representada por: $ax^2+bx+c=0$.

A equação de 2º grau pode ser **representada por $ax^2+bx+c=0$** , em que os coeficientes a , b e c são números reais, com $a \neq 0$.

→ Exemplos

a) $2x^2 + 4x - 6 = 0 \rightarrow a = 2; b = 4 \text{ e } c = -6$

b) $x^2 - 5x + 2 = 0 \rightarrow a = 1; b = -5 \text{ e } c = 2$

c) $0,5x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow a = 0,5; b = 1 \text{ e } c = -1$

A equação do 2º grau é classificada como **completa** quando todos os coeficientes são diferentes de 0, ou seja, $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$.

A equação do 2º grau é classificada como **incompleta** quando o valor dos coeficientes b ou c são iguais a 0, isto é, $b = 0$ ou $c = 0$.

→ **Exemplos**

a) $2x^2 - 4 = 0 \rightarrow a = 2; b = 0 \text{ e } c = -4$

b) $-x^2 + 3x = 0 \rightarrow a = -1; b = 3 \text{ e } c = 0$

c) $x^2 = 0 \rightarrow a = 1; b = 0 \text{ e } c = 0$

Atenção: o valor do coeficiente a nunca é igual a 0, caso isso ocorra, a equação deixa de ser do 2º grau.

Como resolver equações de 2º grau?

A solução de uma equação do 2º grau ocorre, quando as **raízes** são encontradas, ou seja, os valores atribuídos a x . Esses valores de x devem tornar a igualdade verdadeira, isto é, ao substituir o valor de x na expressão, o resultado deve ser igual a 0.

→ **Exemplo**

Considerando a equação $x^2 - 1 = 0$ temos que $x' = 1$ e $x'' = -1$ são soluções da equação, pois substituindo esses valores na expressão, temos uma igualdade verdadeira. Veja:

$$x^2 - 1 = 0$$

$$(1)^2 - 1 = 0 \text{ e } (-1)^2 - 1 = 0$$

Para encontrar a solução de uma equação, é preciso analisar se a equação é completa e incompleta e selecionar qual método será utilizado.

Método de solução para equações do tipo $ax^2 + c = 0$

O método para determinar a solução de equações incompletas que possuem $b=0$ consiste em isolar a incógnita x , assim:

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = \frac{-c}{a}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

→ **Exemplo**

Encontre as raízes da equação $3x^2 - 27 = 0$.

$$3x^2 - 27 = 0$$

$$3x^2 = 27$$

$$x^2 = \frac{27}{3}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm \sqrt{9}$$

$$x' = 3; \quad x'' = -3$$

Método de solução para equações do tipo $ax^2 + bx = 0$

O método para determinar as possíveis soluções de uma equação com $c = 0$, consiste em utilizar a fatoração por evidência. Veja:

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x \cdot (ax + b) =$$

$$0$$

Ao observar a última igualdade, é notável que há uma multiplicação e que para o resultado ser 0, é necessário que, pelo menos, um dos fatores seja igual a 0.

$$x \cdot (ax + b) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } ax + b = 0$$

Assim, a solução da equação é dada por:

$$x' = 0 \text{ ou } x = \frac{-b}{a}$$

→ **Exemplo**

Determine a solução da equação $5x^2 - 45x = 0$

$$5x^2 - 45x = 0$$

$$5x \cdot (x - 9) = 0$$

$$5x = 0 \Rightarrow x' = 0$$

$$x - 9 = 0 \Rightarrow x'' = 9$$

Método de solução para equações completas

O método conhecido como **método de Bhaskara** ou fórmula de Bhaskara aponta que as raízes de uma equação do 2º grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ é dada pela seguinte relação:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}; \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

→ **Exemplo**

Determine a solução da equação $x^2 - x - 12 = 0$.

Note que os coeficientes da equação são: $a = 1$; $b = -1$ e $c = -12$. Substituindo esses valores na fórmula de Bhaskara, temos:

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-12)$$

$$\Delta = 1 + 48$$

$$\Delta = 49$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2(1)}$$

$$x = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$x' = \frac{1 + 7}{2} \Rightarrow x' = 4$$

$$x'' = \frac{1 - 7}{2} \Rightarrow x'' = -3$$

O delta (Δ) recebe o nome de **discriminante** e note que ele está dentro de uma raiz quadrada e, conforme sabemos, levando em conta os números reais, não é possível extrair raiz quadrada de um número negativo.

Conhecendo o valor do discriminante, podemos realizar algumas afirmações a respeito da solução da equação do 2º grau:

→ **discriminante positivo ($\Delta > 0$)**: duas soluções para a equação;

→ **discriminante igual a zero ($\Delta = 0$)**: as soluções da equação são repetidas;

→ **discriminante negativo ($\Delta < 0$)**: não admite solução real.

Sistemas de equações do segundo grau

Quando consideramos simultaneamente duas ou mais equações, temos um **sistema de equações**. A solução de um sistema de 2 variáveis é o **conjunto de pares ordenados** que satisfaz simultaneamente todas as equações envolvidas.

→ **Exemplo**

Considere o sistema:

$$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ 2y^2 - 8 = 0 \end{cases}$$

Com os valores: $x' = 2$, $x'' = -2$ e $y' = 2$, $y'' = -2$ podemos montar pares ordenados que satisfazem as equações do sistema simultaneamente. Veja: $(2, 2)$, $(2, -2)$, $(-2, 2)$, $(-2, -2)$.

Lembre-se de que um par ordenado é escrito da forma (x, y) .

Os métodos para encontrar a solução de um sistema de equações são semelhantes ao de sistemas lineares.

→ Exemplo

Considere o sistema:

$$\begin{cases} x^2 - x - 12 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

Da equação $x - y = 0$, vamos isolar a incógnita x , assim:

$$x - y = 0$$

$$x = y$$

Agora devemos substituir o valor isolado na outra equação, assim:

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$y^2 - y - 12 = 0$$

Utilizando método de Bhaskara, temos que:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-12)$$

$$\Delta = 1 + 48 \Rightarrow \Delta = 49$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$y = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2(1)}$$

$$y = \frac{1 \pm 7}{2} \Rightarrow \begin{cases} y' = \frac{1+7}{2} = 4 \\ y'' = \frac{1-7}{2} = -3 \end{cases}$$

Como $x = y$, teremos que $x' = y'$ e $x'' = y''$. Ou seja:

$$x' = 4$$

$$x'' = -3$$

Assim, os pares ordenados são soluções do sistema $(4, 4)$ e $(-3, -3)$.

MATEMÁTICA

INEQUAÇÕES

Inequação de Segundo Grau

As inequações do 2º grau são basicamente divididas nos casos a seguir:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

Como resolver uma inequação do 2º grau

Para encontrar o conjunto de soluções da inequação do 2º grau, vamos recorrer à fórmula de Bhaskara.

Exemplo 1:

Encontre o conjunto de soluções da inequação:

$$x^2 - 2x - 3 < 0$$

Vamos encontrar as raízes da equação quadrática.

$$a = 1$$

$$b = -2$$

$$c = -3$$

$$\Delta = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

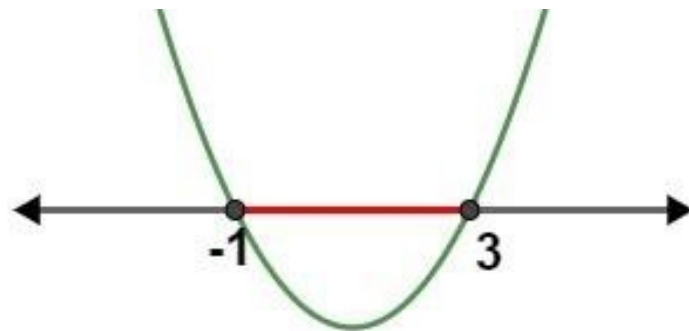
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Agora, fazendo o estudo de sinais, sabemos que o gráfico da função quadrática é sempre uma parábola, e, nesse caso, com a concavidade para cima, pois $a > 0$. Representando o estudo de sinal, queremos os instantes em que a expressão algébrica tenha valores negativos.



Note que a parábola assume valores negativos entre -1 e 3, pois é o momento em que o gráfico está abaixo do eixo.

$$S: \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 3\}$$

Exemplo 2:

Encontre o conjunto de soluções da inequação $-2x^2 - x + 1 \leq 0$.

Vamos encontrar x_1 e x_2 :

$$a = -2$$

$$b = -1$$

$$c = 1$$

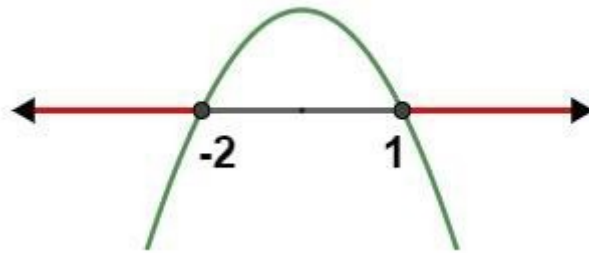
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)$$

$$\Delta = 1 + 8$$

$$\Delta = 9$$

Fazendo a representação geométrica e o estudo de sinal, nesse caso, temos uma parábola com a concavidade para baixo:



Note que a parábola está abaixo do eixo para valores anteriores a -2 ou superiores a 1, então, temos que:

$$S: \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2 \text{ ou } x \geq 1\}$$

MATEMÁTICA

MATRIZES E DETERMINANTES

Equação Linear

Para que uma equação seja considerada uma equação linear deverá ser escrita da seguinte forma geral:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n = b$$

Cada elemento dessa equação possui um significado: os elementos a_1 , a_2 , a_3 , ... a_n são coeficientes das incógnitas x_1 , x_2 , x_3 , ... , x_n e o termo b é o termo independente (valor numérico da equação linear).

O termo b pode assumir qualquer valor real, caso b assumo valor igual a zero a equação linear será homogênea.

Um determinado conjunto será a solução da equação linear se todos os elementos desse conjunto forem iguais às incógnitas da equação e ao substituímos os elementos desse conjunto nas incógnitas da equação linear a igualdade

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n = b \text{ deve ser verdadeira.}$$

Veja um exemplo de quando um conjunto é solução de uma equação linear.

Exemplo:

Dado o conjunto solução $(0, 1, 2)$ e a equação linear $-2x + y + 5z = 11$, para verificar se é verdadeira essa solução deve-se substituir os valores 0, 1 e 10 nas suas respectivas incógnitas.

$$-2 \cdot 0 + 1 + 5 \cdot 2 = 11$$

$$0 + 1 + 10 = 11$$

$11 = 11$, como a igualdade é verdadeira, podemos concluir que o conjunto solução $(0, 1, 10)$ é solução da equação $-2x + y + 5z = 11$

Notações importantes sobre a equação linear:

Quando os coeficientes das incógnitas forem todos iguais a zero e o valor numérico da equação for diferente de zero, essa equação não terá solução.

Quando os coeficientes das incógnitas forem todos iguais a zero e o valor numérico da equação for igual a zero, essa equação irá assumir qualquer valor real no seu conjunto solução.

Exemplo:

Calcule para que valor de m a quadrada ordenada $(1, 2, -3, 5)$ é solução da equação

$$3x + 5y - mz + t = 0$$

Devemos substituir os valores do conjunto solução nas incógnitas da equação:

$$3 \cdot 1 + 5 \cdot 2 - m \cdot (-3) + 5 = 0$$

$$3 + 10 + 3m + 5 = 0$$

$$13 + 3m + 5 = 0$$

$$3m + 18 = 0$$

$$3m = -18$$

$$m = -18 : 3$$

$$m = -6$$

Portanto, para que o conjunto solução $(1, 2, -3, 5)$ seja solução da equação, m deverá assumir valor igual a -6 .

MATEMÁTICA

POLINÔMIOS

Operações com Polinômios

Os polinômios são expressões algébricas formadas por números (coeficientes) e letras (partes literais). As letras de um polinômio representam os valores desconhecidos da expressão.

Exemplos

$$3ab + 5$$

$$x^3 + 4xy - 2x^2y^3$$

$$c) 25x^2 - 9y^2$$

Monômio, Binômio e Trinômio

Os polinômios são formados por termos. A única operação entre os elementos de um termo é a multiplicação.

Quando um polinômio possui apenas um termo, ele é chamado de **monômio**.

Exemplos

$$3x$$

$$5abc$$

$$x^2y^3z^4$$

Os chamados **binômios** são polinômios que possuem somente dois monômios (dois termos), separados por uma operação de soma ou subtração.

Exemplos

a) $a^2 - b^2$

b) $3x + y$

c) $5ab + 3cd^2$

Já os **trinômios** são polinômios que possuem três monômios (três termos), separados por operações de soma ou subtração.

Exemplos

a) $x^2 + 3x + 7$

b) $3ab - 4xy - 10y$

c) $m^3n + m^2 + n^4$

Grau dos Polinômios

O grau de um polinômio é dado pelos expoentes da parte literal.

Para encontrar o grau de um polinômio devemos somar os expoentes das letras que compõem cada termo. A maior soma será o grau do polinômio.

Exemplos

$$2x^3 + y$$

O expoente do primeiro termo é 3 e do segundo termo é 1. Como o maior é 3, o grau do polinômio é 3.

$$4x^2y + 8x^3y^3 - xy^4$$

Vamos somar os expoentes de cada termo:

$$4x^2y \Rightarrow 2 + 1 = 3$$

$$8x^3y^3 \Rightarrow 3 + 3 = 6$$

$$xy^4 \Rightarrow 1 + 4 = 5$$

Como a maior soma é 6, o grau do polinômio é 6

Obs: o polinômio nulo é aquele que possui todos os coeficientes iguais a zero. Quando isso ocorre, o grau do polinômio não é definido.

$$\begin{array}{r}
 3x^3 - 14x^2 + 23x - 10 : x^2 - 4x + 5 \\
 \underline{3x^3 - 12x^2 + 20x - 10} \\
 2x^2 + 3x - 10 \\
 \underline{2x^2 - 8x + 10} \\
 11x - 20
 \end{array}$$

Obs: Na divisão de polinômios utilizamos o método chave. Primeiramente realizamos a divisão entre os coeficientes numéricos e depois a divisão de potências de mesma base. Para isso, conserva-se a base e subtraia os expoentes.

Fatoração de Polinômios

Para realizar a fatoração de polinômios temos os seguintes casos:

Fator Comum em Evidência

$$ax + bx = x (a + b)$$

Exemplo

$$4x + 20 = 4 (x + 5)$$

Agrupamento

$$ax + bx + ay + by = x \cdot (a + b) + y \cdot (a + b) = (x + y) \cdot (a + b)$$

Exemplo

$$8ax + bx + 8ay + by = x (8a + b) + y (8a + b) = (8a + b) \cdot (x + y)$$

Trinômio Quadrado Perfeito (Adição)

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Exemplo

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

Trinômio Quadrado Perfeito (Diferença)

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Exemplo

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

Diferença de Dois Quadrados

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Exemplo

$$x^2 - 25 = (x + 5) \cdot (x - 5)$$

Cubo Perfeito (Adição)

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$$

Exemplo

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 = (x + 2)^3$$

Cubo Perfeito (Diferença)

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$$

Exemplo

$$y^3 - 9y^2 + 27y - 27 = y^3 - 3 \cdot y^2 \cdot 3 + 3 \cdot y \cdot 3^2 - 3^3 = (y - 3)^3$$